GEOMETRIA GERBERTI

Opuscule de Géométrie Incomplet
de
Gerbert D'Aurillac

Introduction, Traduction, Notes

Damien ROESSLER

Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
91440 – Bures-sur-Yvette (France)

Septembre 1999

IHES/M/99/72

Note préliminaire

La traduction annotée de l'opuscule de Gerbert qui suit a été réalisée par l'auteur en 1989. La bibliographie que l'on trouvera ici ne tient donc pas compte des travaux dont Gerbert a fait l'objet pendant la période 1989-1999. Par ailleurs, cette bibliographie est orientée vers un lecteur n'ayant aucune connaissance du latin ou du grec, dans la mesure où on y fait systématiquement référence à des traductions plutôt qu'aux textes originaux.

GEOMETRIA GERBERTI

OPUSCULE DE GÉOMÉTRIE INCOMPLET
DE
GERBERT D'AURILLAC

INTRODUCTION, TRADUCTION, NOTES

PAR

DAMIEN RIESSLER

Préface

Nous avons décidé d'entreprendre cette traduction, lorsque nous avons pris conscience de l'absence quasi-totale d'éditions françaises des traités scientifiques de Gerbert. La Géométrie, en particulier, n'a jamais fait l'objet d'une traduction en une langue moderne (à notre connaissance). Comme l'étude de l'histoire des mathématiques médiévales n'en est qu'à ses premiers pas, nous espérons que ce travail contribuera à une meilleure connaissance du sujet.

Nous userons du système suivant lors de références bibliographiques dans les notes :
Auteur, Titre, (n° du paragraphe dans la bibliographie, n° de l'ouvrage).
Dans le texte latin, l'italique désigne la multiplication par 1000. Par ex. : "*X*I" = "1001".

Remerciements
Je ne puis ici énumérer toutes les personnes qui ont contribué, directement ou indirectement, à améliorer ce travail. Je tiens cependant à remercier avant tout Monsieur Boillat, Docteur, chargé de cours à l'université de Neuchâtel, dont la relecture minutieuse m'a été d'un inappréciable secours.

Introduction

1. Eléments biographiques

Gerbert est né en Aquitaine entre 945 et 950. Il fit ses premières études dans l'abbaye clunisienne de St-Géraud d'Aurillac sous la direction de Raymond de Lavaur , qui restera son correspondant sa vie durant. Il quitta Aurillac à l'occasion d'un pèlerinage du comte catalan Borrel, qui l'emmena en Catalogne à la suggestion de l'abbé de St-Géraud, pour y poursuivre ses études. Il fut confié à Hatton, évêque de Vich, qui l'initia probablement aux disciplines du quadrivium, dont l'étude en Catalogne était stimulée par la proximité de l'Espagne musulmane. Il put certainement aussi consulter les ouvrages de la bibliothèque du monastère Sainte-Marie de Ripoll, qui abondait en ouvrages scientifiques. Autour de 970, G. accompagne Borrel et Hatton dans un voyage à Rome, où le pape Jean XIII, impressionné par sa science, l'enlève à ses maîtres pour le mettre au service de l'empereur Otton Ier . En 972, G. quitte l'empereur pour suivre l'archidiacre Gerannus jusqu'à Reims, dans l'espoir d'étendre ses connaissances en dialectique, spécialité de ce

dernier. De 972 à 981, G. est secrétaire de l'archevêque de Reims Adalbéron et enseigne à l'école cathédrale de Reims et peut-être au monastère de St-Rémi. On sait que pendant cette période il construisit des sphères armillaires pour illustrer son enseignement de l'astronomie. En fin 981, il quitte la France pour rejoindre l'empereur Otton II à Pavie, d'où il l'accompagne jusqu'à Ravenne, où a lieu la célèbre «dispute avec Ohtrich», qui l'oppose à un chapelain d'Otton au sujet de la division de la philosophie. Peu après Otton le met à la tête de la prestigieuse abbaye toscane de Bobbio. Il y reste jusqu'en 983, lorsqu'il quitte l'Italie pour rentrer à Reims, après une gestion troublée par des conflits territoriaux entre l'abbaye et la noblesse environnante. Il laisse la responsabilité du monastère à un moine du nom de Pétroald. La bibliothèque de Bobbio lui a permis de consulter des œuvres de Cicéron, des œuvres astronomiques et arithmétiques de Boèce, et probablement les écrits géométriques des agrimenseurs romains. Il y a également été actif en tant que musicologue, car il a laissé un or__gue inachevé lors de son départ. De 984 à 989, il continue à enseigner à Reims. Pendant cette période, il est le maître de Rémi (moine de Mettlach), d'Herbert (par la suite abbé de Lagny), de Richer (moine de St-Rémi, dont l' «Histoire de France» est la source biographique principale pour G.), de Constantin (par la suite abbé de St-Mesmin de Micy). d'Ingon (cousin de Robert Capet) et enfin de Robert Capet. qui deviendra le roi de France Robert le Pieux. [1] Il est également actif comme secrétaire d'Hugues Capet. qui a été élu roi de France en 987. En 989. à la mort d'Adalbéron. on nomma archevêque de Reims Arnoul, le neveu de Charles de Lorraine. prétendant carolingien au trône qui était entré en conflit avec Hugues Capet. Pendant la guerre qui opposa ces deux derniers. Arnoul livra la tête de son propre archevêché à Charles. ce qui lui valut d'être jugé par un concile d'évêques à St-Basle les 17 et 18 Juin 991. G. rédigea les actes de ce concile et fut élu archevêque en place d'Arnoul. De 991 à 995. il doit lutter pour donner force de loi à un statut qu'il avait acquis sans l'accord de la papauté et il tente de se justifier au synode de Mouzon (2 juin 995). qui est formé sur l'instigation d'un légat du pape. et au concile de Senlis. Il quitte Reims en 997 pour répondre à l'invitation du jeune Otton III à venir le rejoindre en Saxe et devenir son pré - cepteur. Il trouve l'empereur à Magdebour_g, où il participe pendant quelques mois aux discussions («disputationes») qu'Otton organise pour se reposer des soucis que lui donne sa campagne contre les Slaves. Il construit également une «horloge» astronomique pendant cette période. T ouché par la maladie. G. se retira par la suite dans son domaine alsacien

1. On a supposé que le célèbre épistolier Fulbert de Chartres a été son disciple, mais nous ne possédons pas de preuves de cet état de fait. cf. Riché, *Gerbert d'Aurillac* (2.4, p. 235) et *The Encyclopae - dia of the Middle-ages.* (2.13).

de Sasbach. où il se rétablit et trouva le temps d'écrire le «Libellus de rationali et ratione uti». dont la rédaction lui avait été suggérée par l'empereur . Il retrouva Otton III à Pavie en décembre 998 et fut peu après nommé archevêque de Ravenne. puis pape. à la suite de la mort soudaine de Grégoire V. En tant que pape. il attribua son titre d'abbé de Bobbio au moine Pétroald et rendit l'archevêché de Reims à Arnoul. Il mourut le 12 mai 1003 et fut enterré au Latran. Des légendes se sont attachées au nom de G.. Dès le début du XIIe s.. des chroniqueurs comme Sigebert de Gembloux (l'unique source sur laquelle s'appuient les adeptes des prétendues «terreurs de l'an Mil») et Guillaume de Malmesbury l'accusent de s'adonner à la nécromancie. de pactiser avec le diable. [2] Il existe aussi un conte qui montre G. berger dans son jeune âge et l'abbé de St-Géraud le recueillant dans son monastère pour son intelligence. Ce conte obéit aux schèmes connus des «légendes de l'artiste». [3]

2. *Le texte*

a. Le problème de l'authenticité

Le problème de l'authenticité de la Géométrie a suscité des débats animés vers la fin du XIXe s.. Nous ne voulons pas

2. Cf. Riché, *Gerbert d'Aurillac* (2.4, p. 11)
3. Cf. Kris et Kurz, *Legend, Myth and Magic in the image of the artist*, Yale Univ. Press, London, 1979

prendre de parti définitif dans ces controverses ; cependant, nous pensons que le fragment dont nous livrons la traduction ci-dessous s'intègre stylistiquement dans l'oeuvre de G. et qu'il ne mérite pas l'attribution à un "Pseudo-Gerbert". Les termes du débat sont globalement les suivants. Les manus-crits nous livrent souvent le texte de la Géométrie accompagné de deux autres textes géométriques [4]; les trois textes ont manifestement été rédigés par trois auteurs différents, mais plusieurs manuscrits portent un en-tête spécifiant que l'auteur de l'ensemble serait G.. Le débat se concentre autour de la question suivante : la Géométrie est-elle une oeuvre authentique de G., qui s'est trouvée unie à d'autres fragments par les hasards de la copie, ou un copiste peu scrupuleux a-t-il faussement attribué les trois fragments (dont lui-même ne connaissait déjà plus l'origine) à G., dans l'espoir de renforcer leur autorité ?

L'argument essentiel en faveur de l'authenticité repose sur le contenu et le style de la Géométrie. Son principal tenant est N. Bubnov, le dernier éditeur des oeuvres mathématiques de G. (notre traduction se base sur son édition).

Deux arguments s'opposent à l'authenticité. Millas Vallicrosa[5] a attiré l'attention sur la similitude entre la Géométrie et certaines sections du Codex 225 de Ripoll [6], où G. ne l'a certainement pas composée. Par ailleurs, P. Tannery

4. Cf. Bubnov, *Gerberti opera* ... (3.1, pp. 310-365)
5. Cité dans Lindgren, *Gerbert* (2.3, p. 24)
6. Monastère dans lequel G. s'est certainement rendu dans sa jeunesse. Cf. supra : Eléments biographiques.

(sans s'arrêter vraiment à la possibilité de l'authenticité) veut dater la Géométrie entre 1025 et 1050 (soit après la mort de G.), en s'appuyant sur l'usage erroné des termes "angulus interior" et "angulus exterior" qu'on peut y noter [7]. Ce mésusage lui semblait avoir débuté lors du tournoi épistolaire opposant Raimbaud de Cologne à Raoul de Liège[8] et avoir pris fin avec la composition du "De Quadratura circuli" de Francon de Liège [9], qui dénonça les fausses définitions.

Le débat n'est pas clos.

Les récentes recherches de M. Folkerts sur la géométrie du Pseudo-Boèce[10] ont déterminé certains des manuscrits envoyés par G. à ses correspondants. Peut-être ces recher-ches apporteront-elles un argument décisif.

b. La partie manquante de la Géométrie

Le seul document nous informant sur la partie manquante de la Géométrie est notre fragment. On peut facilement déduire des promesses de G. [11] et de la progression du texte que la Géométrie devait encore contenir quelques chapitres con-cernant les triangles obtusangles et acutangles, outre le chapitre VII, qui devait concerner les triangles rectangles non-pythagoriciens. Une deuxième section touchait peut-être à la géométrie de l'espace.

7. Cf. IV, § 7
8. Env. 1025, cf. 5.4
9. Env. 1050, cf. 5.3
10. Cf. Beaujouan, «les apocryphes mathématiques de Gerbert», in *Gerberti Symposium* (2.17, pp. 645-658)
11. Cf. IV et Bubnov, *Opera mathematica* ... (3.1, p. 97 note 2)

3. *La géométrie et ses sources*

La Géométrie fait partie des écrits sub-Euclidiens [12] de la fin du Xe s.. Cet épithète définit la géométrie pratiquée par des auteurs du haut moyen-âge latin qui n'ont jamais eu accès directement aux Eléments d'Euclide. Les sources du matériel géométrique des écrits sub-Euclidiens sont les agrimenseurs Romains. Varron, Pline l'Ancien, quelques néoplatoniciens (Chalcidius. *Commentaire sur le Timée*: Macrobe, *Commentaire sur le songe de Scipion*), et les premiers encyclopédistes (Martianus Capella. *Les Noces de Mercure et Philologie*: Boèce, *De Institutione Arithmeticae* : Isidore de Séville, *Etymologies*).

Chez ces auteurs, la géométrie peut apparaître dans le contexte purement technique des agrimenseurs, ou dans le contexte du pythagorisme des néoplatoniciens. Les agrimenseurs[13] avaient filtré le corpus mathématique grec en formules et recettes de calcul à leur usage. Ils se désintéressaient complètement de son aspect spéculatif. Les néoplatoniciens évoquaient généralement la géométrie dans une hiérarchie ontologique qui partait des idées et descendait successivement aux nombres, aux figures géométriques et au

12. Ce terme a été forgé par G.R. Evans, cf. 2.15
13. les responsables romains de la mensuration des champs et de la terre conquise, au premier siècle ap. J.C. cf. Cantor , *Die Roemischen Feldmesser* (2.1)

monde matériel.

Il n'existait virtuellement aucun auteur Romain de l'antiquité tardive qui poursuivît la tradition démonstrative hellénique. Comme les auteurs du haut moyen-âge ignoraient pour la plupart le grec, ils n'auraient pu prendre connaissance du corpus Euclidien qu'à travers des traductions latines. La seule traduction latine des Eléments qui leur ait été connue est celle de Boèce, qui rassemble les propositions des Livres I-IV en omettant les démonstrations [14]. Si Boèce avait pu achever sa traduction, peut-être l'étude de la géométrie aurait-elle pris une tout autre tournure.

Les auteurs du haut moyen-âge hériteront de la vision pythagoricienne de la géométrie (et plus généralement des mathématiques), qui s'intègre fort bien dans les conceptions cosmologiques chrétiennes, nourries de platonisme. Ils mêleront dans leurs écrits géométriques les recettes transmises par les agrimenseurs Romains aux exemples pythagoriciens.[15] A l'instar des agrimenseurs, ils ne comprennent presque jamais l'origine de ces recettes, et savent encore moins comment les démontrer . Ils consacrent aussi de longues pages à définir les dif____férentes mesures agraires. La géométrie n'évolue pas entre leurs mains : des erreurs terminologiques ou techniques peuvent subsister

14. Le débat est encore ouvert au sujet de cette omission : est-ce Boèce lui-même ou les copistes qui en sont à l'origine ?
15. Cf. par ex. VI, qui donne plusieurs variantes algébriques pour calculer l'aire d'un triangle pythagoricien.

pendant des siècles sans que personne ne relève l'erreur [16]. On n'oubliera pas que la géométrie est probablement le moins étudié parmi les arts du quadrivium, car les néoplatoniciens se référaient plus volontiers à l'arithmétique qu'à la géométrie (qui se trouve plus bas dans la hiérarchie). De plus, le haut moyen-âge ne disposait pas d'un ouvrage de Boèce sur la géométrie (alors qu'il avait laissé un livre complet sur l'arithmétique, par exemple).

Cependant, dans ce contexte peu favorable à une étude sérieuse de la géométrie, le traité de G. fait bonne figure. Il atteint certainement le plus haut niveau que les géomètres pouvaient atteindre à l'époque. Il ne contient presque aucune erreur technique et fournit un grand nombre d'exemples numériques pour confirmer la validité de ses assertions. Bien qu'il justifie l'étude de la géométrie par des ar guments de type platonicien[17], il n'oriente pas sa présentation de la géométrie en fonction d'un symbolisme pythagoricien. Ce traité reflète également les qualités pédagogiques de G., qui se réfère souvent à des modèles matériels et parvient à structurer analytiquement son exposé.

On ne peut guère trouver de traces patentes d'influence arabe dans la Géométrie. L 'évidence d'une pareille influence se limite à un détail lexical qui est loin d'avoir force de preuve : le verbe 'ducere' remplace le verbe 'multiplicare'

16. Par ex., l'interprétation d'un énoncé de Boèce par Fulbert de Chartres, cf. Tannery

17. Cf. I

dans l'intégralité du traité. [18] Cette préférence suggère la lecture de textes arabes, ou de textes latins traduisant un verbe arabe par 'ducere'. Nous remarquerons cependant qu'il est presque impossible de découvrir le moindre vestige d'influence arabe directe tant dans la Géométrie, que dans la totalité de l'œuvre de G. [19]

Le latin de la Géométrie est presque classique. Il est élégant autant qu'on peut l'être dans un traité scientifique. Il surpasse de beaucoup le latin scolastique (dont l'usage commencera deux siècles plus tard) et n'est pas encore alourdi de subjonctifs et de relatifs.

4. La traduction

Notre traduction tente de rester très proche du texte original (même grammaticalement). Nous n'avons pas voulu traduire les énoncés mathématiques de G. dans une notation moderne, compte tenu de la simplicité du contenu mathé - matique effectif du texte. Cette approche apparaît seulement comme défendable lorsque le texte présente un véritable système déductif.[20] Cependant, nous avons songé au confort

18. Cf. Lindgren, *Gerbert* (2.3, p. 20).
19. Cf. *Gerberti Symposium* (2.17, p. 646) et Thorndike, *History of magic* ... (2.5, pp. 697-718)
20. Cf. par ex. Euclide, *Eléments*, trad. Kayas (1.1)

du lecteur moderne dans la notation des nombres rationnels. Dans la notation de G., tout nombre rationnel est exprimé additivement au moyen de fractions monétaires romaines de l'as.[21]

Par ex. :

- Dans le texte latin :

Duo et Triens, Duella, Dimidia, Sextula, Obolus et Siliqua

- En notation décimale :

2 1/3 1/36 1/144 1/576 1/1728 = 2 10/27

Nous avons donc systématiquement remplacé la notation Gerbertienne par la notation décimale simplifiée. Enfin, nous avons placé entre parenthèses tous les nombres rationels apparaissant dans les exemples numériques du texte : chaque nombre suit immédiatement l'objet auquel il se rapporte.

Par ex. :

... La moitié du dernier (i.e. 2 5 /8) multiplié par 3 donne un nombre de 7 7 /8. Qu'on enlève le neuvième de ce nombre (i.e. 7/8) il reste une longueur de 7 pour la base ...

Le dernier vaut donc 2 5 / 8 (et non pas sa moitié)
Le nombre vaut donc 7 / 8 (et non pas son neuvième)

21. L'annexe 1 contient la liste exhaustive de ces fractions

Incipit Geometria Gerberti

I

1. In quatuor matheseos ordine disciplinarum tertium post arithmeticae musicaeque tractatum geometrica speculatio naturaliter obtinet locum. Cujus videlicet ordinis ratio, quia in ipsis arithmeticae institutionis principiis a doctissimo et disertissimo liberalium artium tractatore Boetio satis luculenta datur, a nostri melius fatuitate, utpote nota, reticetur. Haec vero disciplina, ut simplicibus loquar, a terrae mensura graecum nomen accepit : GH enim graeca lingua terra, METRON mensura dicitur.

2. Hujus inventores primi traduntur Aegyptii, qui propter eluvionem Nili fluminis, agrorum limites inundatione sui saepius confundentis, talis sollertiam artis excogitavere, cujus exercitatione sui quisque

I. [Introduction]

1. [La géométrie dans le quadrivium] Dans la succession des quatre disciplines mathématiques, l'étude de la géométrie obtient naturellement la troisième place, après les traités de musique et d'arithmétique. En fait, la raison de cet ordre est assez brillamment exposée par le très savant et très éloquent Boèce, qui a écrit des traités sur les arts libéraux. On trouve cette exposition au début même de son institution arithmétique[1]; c'est pourquoi, dans notre incompétence, il est mieux de la passer sous silence, comme elle est connue. Puisque je parle aux débutants, cette discipline en vérité a reçu son nom grec de la mensuration de la terre : en effet, *GH* signifie la terre en grec, *METRON* la mesure.

2. [Origine et définition de la géométrie] On dit que les premiers inventeurs de cet art sont les égyptiens. Comme le fleuve Nil en crue inondait les champs et en rendait très souvent les frontières incertaines, ils développèrent leur savoir-faire dans une technique dont l'usage permettait à

1. Cf. Boèce, *De Institutione Arithmeticae* (1.2, p. 71)

quantitatem agelli facilius a continenti posset secernere. Sed, quamvis ad terrae dimensionis utilitatem primitus inventa vocabulumque inde sortita sit, a posterioribus tamen, rationem ejus diligentius investigantibus, ad alia quoque nonnulla, quae vel cognitu utilia, vel exercitio jocunda videbantur, speculatio ejus accomodata est. Cui etiam talem quidam terminum diffinitionis aptavere : Geometria est disciplina magnitudinis et formarum, quae secundum magnitudinem contemplantur. Potest quoque et ita, ni fallor, aliquo modo diffiniri : Geometria est magnitudinum rationabiliter propositarum ratione vestigata probabilis dimensionis scientia.

3. Utilitas vero disciplinae hujus omnibus sapientiae amatoribus quam maxima est. Nam et ad animi ingeniique vires exercitandas intuitumque exacuendum subtulissima, et ad plurima certa veraque ratione vestiganda, quae multis miranda et inopinabilia videntur, jocundissima, atque ad miram naturae vim ejusque Creatoris, omnia in numero, mensura et pondere

chacun de distinguer facilement son étendue cultivable de celle de son voisin. Toutefois, bien que la géométrie ait tout d'abord été inventée pour la mensuration de la terre et que son nom en vienne, l'étude de cette dernière a aussi été adaptée plus tard à d'autres fins par des hommes qui en ont recherché avec soin la méthode ; ces autres fins ne sont pas peu nombreuses et sont utiles à connaître, ou semblent agréables à viser. Ainsi, certains ont adopté la définition suivante de la géométrie : la géométrie est la discipline de l'étendue, et des formes considérées selon l'étendue.[2] Elle peut aussi être définie d'une autre manière, si je ne me trompe : la géométrie est la science de la dimension probable, étudiée au moyen de grandeurs établies raisonnablement.

3. [Avantage d'une étude de cet art] L'utilité de cette discipline est des plus grandes pour tout ceux qui aiment la philosophie. En effet, elle est la plus fine pour mettre en œuvre les ressources de l'âme et de l'intelligence et affiner la pénétration. Elle est la plus agréable, pour découvrir par la raison beaucoup de choses précises et vraies, qui semblent incroyables et étonnantes à beaucoup. Elle est la plus complète des subtiles sciences spéculatives, pour contempler la puissance admirable de la nature et de son créateur, qui

2. Cf. Pseudo-Boèce, *Ex Demonstratione* ... (1.3, p. 393)

disponentis, potentiam et ineffabilem sapientiam contemplandam, admirandam et laudendam subtilium speculationum plenissima est. De cujus ratione et regulis aliqua pro ingenioli nostri facultatula undecunque collecturi, ut ordinatius ingredientis animum ad subtiliora deducamus, ab ipsius artis elementis, quae terminos dicunt, exordium sumamus.

II.

1. Artis hujus initia et quasi elementa videntur: punctum, linea, superficies, atque soliditas. De quibus cum ipse Boetius aliique tam saecularis, quam divinae litteraturae tractatores in plurimis scriptorum suorum locis satis superque disputent, tum beatissimus et eloquentissimus Ecclesiae doctor, Augustinus, in nonnullis libris suis et praecipue in eo, qui de quantitate animae inscribitur, copiosissime disserit, ubi etiam mentis oculum, corporearum rerum imaginationibus obtusum, per talium artium exercitia ad spiritalia veraque utcunque contemplanda non modicum purgari et exacui ostendit. Sed prudentioribus, si qui haec forte

dispose tout par le nombre, la mesure et le poids et pour louer et admirer sa puissance et sa sagesse ineffable. Selon la possibilité de notre faible intellect, nous allons rassembler quelques informations au sujet de la théorie et des règles de cette discipline et afin de conduire graduellement l'esprit du débutant vers les choses plus subtiles, commençons à partir des éléments mêmes de cet art, qui en circonscrivent le domaine.

II. [Le point, la ligne, la surface, le volume]

1. [Les trois dimensions] Les principes et les éléments de cet art semblent être : le point, la ligne, la surface et le volume. Boèce lui-même et d'autres auteurs de littérature sacrée ou profane discutent de cela en long et en large. D'autre part, Augustin, le bienheureux et très éloquent docteur de l'Eglise en traite abondamment dans plusieurs de ses livres et spécialement dans celui qui porte le titre «De quantitate animae».[3] Il y montre que l'œil de l'âme est obscurci par la vision des choses matérielles et que l'exercice de tels arts l'affine et le purifie beaucoup pour la contemplation des choses spirituelles et vraies. Mais qu'il ne soit pas ennuyeux pour les initiés (si certains avaient par hasard daigné s'intéresser à ces choses) que l'on entreprenne de montrer

3. Cf. St-Augustin, *De Quantitate Animae* (1.4, p. 247)

vel aspicere dignati fuerint, taediosum non sit, si a solido corpore, quod communi hominum sensui notius est, praepostero incipiens ordine, simplicioribus, quid haec singula sint, paucis tentabo monstrare.

2. Solidum corpus est quidquid tribus intervallis seu dimensionibus porrigitur, id est quidquid longitudine, latitudine altitudineque distenditur, sicuti est quidquid visu tactuve comprehendi potest, ut haec praesens, in qua scribo, tabella. Hoc autem graece stereon dicitur. Hujus autem termini, seu superobducta planities, superficiei apud nos nomen accepit, graece autem epiphaniae. Quae ita intellectu capienda est, ut nihil sibi altitudinis, id est crassitudinis, usurpet, sed tantum longitudine latitudineque contenta se dilatet. Nam, si his altitudinem adjicit, jam non superficies, sed corporis pars atque ideo corpus solidum erit. Superficiei vero extremitas sive terminus linea, seu graece gramma est. Quam ita mente percipias oportet, ut latitudinis expers solius longitudinis se rigore producat, ne latitudine addita jam non linea, sed superficies sit. Lineae autem principium et extremitatem punctum determinat, quod ita se intelligibili ratione coarctat, ut lineae tantummodo

aux débutants quels sont chacun de ces éléments. Dans l'ordre inverse de mon énumération, je commencerai par le corps solide (volume), qui est le plus familier au sens commun des hommes.

2. [Définitions] Un corps solide est quelque chose qui se présente en trois intervalles ou dimensions, c'est-à-dire qu'il s'étend en longueur, largeur et hauteur. C'est aussi quelque chose qui peut être saisi par la vue et le toucher, comme cette tablette sur laquelle j'écris. D'autre part, en grec, on appelle un corps solide *stereon*.[4] Les contours de celui-ci, ou la surface plane qui l'enveloppe, reçoit chez nous le nom de superficie, et en grec le nom d'*epiphania*. Cette dernière doit être saisie par l'intellect de manière qu'aucune hauteur, i.e. épaisseur, ne subsiste en elle et qu'elle s'étende seulement en longueur et en largeur. En effet, si l'intellect lui ajoute la hauteur, elle ne sera pas une superficie, mais une partie d'un corps, et ainsi un corps solide. Le contour ou la frontière de la superficie est la ligne, dont le nom grec est *gramma*. Il faut que ton esprit la perçoive de telle façon qu'elle se présente avec la sécheresse de la seule largeur, privée de longueur. Cela, de crainte qu'elle ne soit pas une ligne, mais une superficie, si l'on ajoute la largeur. Par ailleurs, le point détermine le début et la fin de la ligne. Le point se resserre

4. Pour tous les équivalents grecs, cf. Martianus Capella, *The Marriage of Mercury*...(1.5, vol. 2, pp. 265-272)

finis existens nullam in eo partis aut alicujus omnino magnitudinis quantitatem obtineat.

3. Itaque ut singula juxta praedictam rationem diffiniam: Punctum est parvissimum et indivisibile signum, quod graece symion dicitur. Hoc vice unitatis, quae est numerorum omnium principium, nec tamen ipsa numerus, omnium origo est mensurarum, ipsum tamen nullius mensurae aut magnitudinis capax. Linea est longitudo sine latitudine, haecque solum in longitudine sui sectionem seu divisionem admittit, superficies latitudo sine altitudine. Haec vero et longitudine et latitudine passim se praebens secabilem, solam, quae fit in crassitudine, respuit sectionem.

4. Sed haec, videlicet, tres: punctum, linea et superficies in rerum natura subsistere nequeunt praeter corpora, mente tamen intelliguntur incorporalia et quasi praeter corpora esse suum habentia. Soliditas vero supra diffinita in solidis manens corporibus, sensibus etiam comprehendi valet, eaque omnifariis et in longitudine ac

tant dans la raison abstraite qu'il ne conserve absolument aucun ordre de grandeur quelconque et qu'il existe seulement comme limite de la ligne.

3. [Récapitulation] Ainsi, je définirai chaque élément dans l'ordre fixé auparavant : le point est l'élément le plus petit, indivisible, que l'on appelle *symion* en grec. Comme l'unité, qui est le principe de tout les nombres, et n'est pourtant pas elle-même un nombre[5], le point est l'origine de toutes les mesures et n'est pourtant susceptible d'aucune mesure ou grandeur. La ligne est une longueur sans largeur, et elle n'admet une section, ou division, qu'en longueur seulement. La superficie est largeur sans hauteur. En effet, cette dernière apparaît comme sécable indistinctement en largeur et en longueur. Elle refuse seulement la section qui se fait dans l'épaisseur.[6]

4. [Seul le volume est corporel] Cependant, assurément, ces trois éléments : le point, la ligne et la superficie ne peuvent subsister dans la nature des choses sans les corps; néanmoins l'esprit les comprend comme incorporels et comme s'ils avaient leur être en dehors des corps. Toutefois, le volume, que l'on a défini plus haut, réside dans les corps solides et peut ainsi être saisi par les sens; il se soumet aux

5. Cf. Boethius, *De Institutione Arithmeticae* (1.2)
6. Cf. Macrobe, *Commentaire sur le songe de Scipion* (1.14, pp. 18-19)

latitudine, nec non etiam et altitudine sectionibus subjacet. Atque haec interim simplicioribus de praefatis rebus ratiuncula data sufficiet. Doctiores siquidem alias sufficientius de talibus instructos diutius in his detineri non oportet.

5. Itaque juxta praedictas tres solidi corporis dimensiones quaecunque rationabiliter metienda proponuntur, geometricali theoremate ducatu mensurantur. Aut enim longitudo, aut latitudo, vel certe crassitudo, quae consueto nomine altitudo a geometricis vocitatur, metiendo indagatur : longitudo -, ut in lineis aliquam figurae agrive aream includentibus, ut in itinerum spatiis, ut in arborum aedificiorumque sublimitatibus, ut in fluminum, curtium aliarumve rerum lineari in directum proposita usque ad certum terminum mensuratione, quae videlicet linearis mensura vocatur ; latitudo vero -, ut in areae ipsius vel planitiei, quae linearum certis includitur terminis, quantitate, quae constrata vel plana dicitur mensura, et graece epipeda ; altitudo autem -, ut in crassitudine vel spissitudine quarumdam certae structurarum, seu capacitate diffinitae quantitatis vasorum, quae mensura solida

sections de tous les genres, en longueur et en largeur, et aussi en hauteur. Ce petit raisonnement que l'on a fait pour les débutants suffira. Il ne faut pas retenir plus longtemps les plus savants dans ce sujet, puisqu'ils ont déjà été suffisamment instruits de telles choses.

5. [Exemples] C'est pourquoi, quels que soient les objets que l'on se propose de mesurer selon les trois dimensions décrites du corps solide, elles sont mesurées au moyen d'un théorème géométrique, sous la direction de la raison. En effet, c'est soit la longueur, soit la largeur, soit l'épaisseur (que les géomètres ont pris l'habitude d'appeler hauteur) que l'on recherche lorsqu'on mesure. La longueur - on mesure la longueur des lignes entourant quelque aire de figure ou de champ, on mesure aussi la longueur des intervalles des étapes, ou la longueur des distances séparant les faîtes des édifices ou des arbres du sol . Elle est à juste titre appelée mesure linéaire. La largeur, on la trouve dans l'extension d'une aire, ou surface, que des lignes délimitent précisément ; on l'appelle mesure plane, ou plate, et en grec *epipeda*. On trouve la hauteur dans la profondeur ou la masse de certains assemblages aux proportions précises, ou dans le contenu de vases de volume défini. Elle est appelée la mesure pleine. De là vient que nous avons coutume

vocatur. Atque hinc est, quod mensuras quasdam, utpote pedes, nunc lineares, nunc constratos, nunc vero solidos vocitare solemus.

6. Linearis pes est, per quem lineas vel longitudinem aliquam metimur nihil interim de altitudine vel latitudine curantes, et est talis [fig. 5]. Constratus est sive planus, per quem superficies sive planities, seu area lineis circumsepta mensuratur, et est in longitudine et latitudine aequalis et quadratus, sed altitudine carens ita [fig. 6]. Solidus autem est longitudine, latitudine altitudineque aequaliter distensus et quadratus, per quem solida metiuntur corpora, formam videlicet cubi vel tesserae retinens, qui in planitiei quidem aequalitate non potest aperte figurari, sed vel mente intelligi, vel cera, vel ligno, aliave ejusmodi materia facile valet formari, quamvis Calcidius Timaeum Platonis exponens solidum in plano corpus figuratum utcunque descripserit.

7. Aliae etiam, de quibus paulo post dicemus, mensurae trifaria, ut de pede jam dictum est, distinguuntur

d'appeler certaines unités de mesure (comme les pieds) tantôt linéaires, tantôt planes, tantôt pleines[7].

6. [Le pied dans chaque dimension] Au moyen du pied linéaire nous mesurons des lignes, ou quelque longueur, et ce faisant nous ne tenons en rien compte de la hauteur ou de la largeur. Voici cette unité : [fig. 5]. Au moyen du pied plat, ou plan, nous mesurons une surface plane, une superficie, ou l'intérieur de courbes fermées. Elle est carrée et égale en longueur en largeur, mais elle ne possède aucune hauteur. Au moyen du pied plein, qui s'étend rectangulairement sur une distance égale en longueur, largeur et hauteur, nous mesurons les corps solides. Il a la forme d'un cube ou d'un dé et ne peut en fait pas être représenté tel quel sur une surface unie ; cependant il peut être compris par l'esprit. On peut facilement le former avec de la cire, du bois ou un autre matériau du même genre, quoique Chalcidius ait décrit un corps solide représenté de quelque manière sur une surface, dans son exposé sur le Timée de Platon.[8]

7. [Opérations sur les mesures dimensionnées] Les autres mesures, dont nous parlerons sous peu, se distinguent entre elles de trois façons différentes, à l'instar de ce que nous

7. Cf. Pseudo-Boèce, *Ex Boethii geometria excerpta* (1.3, p. 415)
8. Cf. Chalcidius, *Commentaire sur le Timée* (1.7)

ratione. Aut enim et ipsae lineares, aut constratae, aut solidae intelliguntur. Sciendum autem magnopere est, quod per lineares mensuras constratae inveniendae, per constratas item et lineares solidae investigandae sunt. Si enim lineares in se vel inter se multiplicentur, constratae nascentur. Et si constratas itidem per lineares multiplices, solidas nimirium invenies.

8. Quod ut facile clarescat, exempli causa linea vice pedis linearis in longum ducatur, eaque in quatuor lineares palmos hoc modo secetur [fig. 7]. Hic ergo linearis pes, si latitudine ejusdem quantitatis addita in quadrum aequaliter describatur, constratus hujusmodi formatur [fig. 8]. Si ergo quatuor lineares palmos longitudinis per totidem, qui in latitudine notantur, hoc est quatuor per quaternos multiplices, in constrati nimirum pedis planitie sedecim palmos constratos hoc modo invenies [fig. 9]. Quod si item eundem pedem solidum efficiens parem longitudini latitudinique ejus altitudinem superimponis, sicque per quatuor lineares superadjectae altitudinis palmos sedecim constratos

avons dit du pied. En effet, on comprend les mesures comme linéaires, planes ou pleines. D'autre part, il est très important de savoir qu'on doit établir les mesures planes à partir des linéaires, et de même construire les mesures pleines au moyen des mesures planes et linéaires. En effet, si on multiplie les mesures linéaires par elles-mêmes ou en elles-mêmes, les mesures planes naissent. Et si on multiplie de même les mesures planes par les linéaires, on trouvera assurément les mesures pleines.

8. [Exemples] Afin que cela devienne facilement compréhensible, qu'en guise d'exemple on trace une ligne d'un pied linéaire en longueur, et qu'on la divise en quatre palmes linéaires, de cette manière : [fig. 7]. Or, si tu ajoutes à ce pied linéaire une largeur d'égale grandeur pour dessiner un carré, on forme un pied plan du genre suivant : [fig. 8]. Maintenant, si tu multiplies les 4 palmes linéaires d'une longueur par ceux que l'on relève en largeur, i.e. si tu multiplies 4 par 4, tu trouveras ainsi 16 palmes plans dans la surface du pied plan : [fig. 9]. De même, si tu superposes une hauteur égale à sa longueur et à sa largeur pour rendre le même pied plein, tu multiplieras ainsi les 16 palmes plans de la surface par les 4 palmes linéaires de la hauteur ajoutée. Tu trouveras assurément 64 palmes pleins, ce qui pourra plus facilement être compris par qui l'on voudra que dessiné dans

planitiei multiplices, in solido nimirum pede sexaginta quatuor solidos palmos reperies, quod a quolibet facilius poterit intelligi, quam in plano decribi. Sic itaque linearis per lineares palmos quatuor, constratus sedecim constratos, solidus sexaginta quatuor solidos palmos recipit, eademque in ceteris mensuris ratio multiplicationis juxta cujusque quantitatem observetur.

III.

1. Mensurarum autem vocabula ab antiquis inventa, et in usum posterorum hactenus reservata, ferme haec sunt: digitus, uncia, palmus, sexta, quae et dodrans, pes, laterculus, cubitus, gradus, passus, pertica, quae et decempeda, actus minimus, clima, porca, actus quadratus, qui et agripennus seu aripennus, jugerum, seu juger vel jugus, centuria, stadium, milliarium, leuua. Quorum quantitas singulorum primum juxta lineares mensuras videatur, ut postmodum ad constratas solidasque commodius traducatur.

2. Digitus est minima, qua in agris metiendis antiqui utebantur, mensura, continens quatuor hordei grana, in longitudinem scilicet continuatim disposita. Non autem quorumcunque hominum digitos, qui utique multum dispares sunt, passim accipias oportet, sed spatium,

le plan. Ainsi donc, un pied linéaire contient 4 palmes linéaires, un pied plan 16 palmes plans, un pied plein 64 palmes pleins. La même loi de la multiplication serait observée dans toutes les autres mesures, selon la grandeur de chacune.

III. [Les unités de mesure][9]

1. [Origine des noms des unités de mesure] Les noms des mesures ont été établis par les anciens et leurs descendants en ont conservé l'usage jusqu'à présent. Celles-ci sont habituellement : le doigt, l'once, le palme, le sexta que l'on appelle aussi dodrans, le pied, le laterculus, la coudée, le gradus, le pas, le perche, qu'on appelle aussi decempeda, l'actus minimus, le clima, le porca, l'actus quadratus, qu'on appelle aussi l'agripennus ou aripennus, le jugère, ou juger, ou jugus, la centurie, le stade, le milliaire, la levua. Considérons d'abord la grandeur de chaque mesure selon les mesures linéaires, afin qu'elles puissent plus commodément êtres transformées en mesures planes et pleines.

2. [Le doigt] Le doigt est la plus petite mesure. Les anciens s'en servaient dans la mensuration des champs. Elle mesure 4 grains d'orge disposés l'un derrière l'autre en longueur. Il

9. Au sujet des mesures, cf. Balbus, *Expositio omnium mensurarum* (1.3, pp. 91-108)

quod latitudo digiti alicujus mediocris illius temporis hominum transversim occupabat, pro longitudine certa geometricalis digiti uniformiter teneas. Idemque de palmo, pede, cubito, et deteris ejusmodi sentiendum est.

3. Uncia, juxta antiquiores, tres digitos recipit. Sed, quia cujuslibet rei duodecima pars uncia dicitur, posteriores unum tantum digitum et tertiam partem unciae deputavere, ut pedis, qui sedecim digitis constat, pars duodecima possit existere. Nam as et triens XVI sunt.

4. Palmus, quarta pars pedis, quatuor digitos recipit, uncias autem tres. Dictus autem palmus à palma, id est a manu expansa, quae quatuor digitis constat.

5. Sexta, quae et dodrans, habet digitos duodecim, uncias novem, palmos tres. Dictus dodrans, quod ab integro pede dempto quadrante constet.
6. Pes continet digitos sedecim, uncias duodecim,

ne faut pas confondre cette mesure avec les doigts des hommes en général, qui sont sans doute très inégaux. C'est l'espace qu'occupait transversalement la largeur du doigt d'un homme de cette époque, qu'il faut tenir uniformément pour la longueur précise d'un doigt géométrique. On doit penser de même d'un palme, d'un pied, de la coudée, et de toutes les autres mesures de ce genre.

3. [L'once] Une once mesure trois doigts, selon les anciens. Cependant, parce qu'on appelle once la 12ème partie de quelque chose, leurs descendants ont attribué une grandeur de seulement 1 1/3 doigts à l'once : ceci afin que l'once puisse être la 12ème partie du pied, qui mesure 16 doigts. Donc 1 1/3 pieds font 16 onces.

4. [Le palme] Le palme mesure le quart d'un pied, ou 4 doigts, ou encore 3 onces. Le nom de palme vient de la paume, i.e. la main ouverte, qui mesure 4 doigts.

5. [Le sexta] Le sexta, ou dodrans, fait 12 doigts, 9 onces, ou 3 palmes. On l'appelle dodrans, parce qu'il consisterait d'un pied entier privé d'un quart.
6. [Le pied] Le pied mesure 16 doigts, 12 onces, ou 4 palmes, ou 1 1/3 sexta; la dimension du pied est la plus

palmos quatuor, sextam unam, tertiam ejus; cujus mensura in quibuslibet metiendis ceteris usitatior est.

7. Laterculus non in sola longitudine, ut superiores, accipi potest, sed etiam latitudo ei, ut constratus fiat, adjicitur, habetque in latitudine pedem unum, in longitudine quoque pedem unum et deuncem ejus, id est in lato uncias duodecim, in longo viginti tres; sicque in tota area sua habet uncias constratas CCLXXVI. Dictus autem laterculus diminutive a latere, id est tegula, qui hujus mensurae ad tegenda seu consternenda aedificia fieri solebat.

8. Cubitus recipit pedem unum et semissem, sextas duas, palmos sex, uncias XVIII, digitos XXIIII. Hic etiam in quibusdam locis pro statura hominis accipitur.

9. Gradus recipit cubitos II, pedes III, sextas IIII, palmos XII, uncias XXXVI, digitos XLVIII. Dictus, quod gradientes homines saepius tantum spatii alternatim metiantur.

10. Passus continet gradum unum et bissem, cubitos III et trientem, pedes V, sextas VI et bissem, palmos XX,

usitée dans la mensuration de toutes les autres mesures, quelles qu'elles soient.

7. [Le laterculus] Le laterculus ne peut être compris comme une seule longueur, à l'instar des précédentes, mais la largeur s'y ajoute pour donner une mesure plane. Il a en largeur un pied, et en longueur 1 11/12 pieds, i.e. 12 onces de large, 23 de long. Ainsi la totalité de son aire mesure 276 onces plans. D'autre part, laterculus, i.e. la tuile, est un diminutif de latus. On avait l'habitude de fabriquer une tuile de ces dimensions pour couvrir les toits des maisons.

8. [La coudée] La coudée mesure 1 1/2 pieds, ou 2 sextae, 6 palmes, ou 18 onces, ou 24 doigts. En certaines régions, on la considère comme la mesure de la taille de l'homme.

9. [Le gradus] Le gradus mesure 2 coudées ou 3 pieds, ou 4 sextae, ou 12 palmes, ou 26 onces, ou 68 doigts. On l'appelle ainsi parce que les hommes parcouraient très fréquemment cette distance à chaque pas, en marchant.

10. [Le pas] Le pas mesure 1 1/2 gradus, 3 1/3 coudées, 5 pieds, 6 1/2 sextae, 20 palmes, 60 onces, 80 doigts. Le plus

uncias LX, digitos LXXX. Hujus maximus in itinerum spatiis metiendis usus est. Dictus passus a patendo videtur eo, quod patentibus intercapedine quinque pedum cruribus figuratur; unde et passi crines dicuntur.

11. Pertica, quae et decempeda, continet passus duos, gradus tres et trientem, cubitos sex et bissem, pedes X, sextas XIII et trientem, palmos XL, uncias CXX, digitos CLX. Dicta pertica, quasi portica, a portando scilicet; manu namque mensoris ad agros dimetiendos virga mensuralis portatur.

12. Actus minimus in quantitate tantum superficiei agrorum consideratur, habetque in lato pedes IIII, in longo CXL. Qui invicem ducti, id est quater CXL, in tota agri superficie constratos pedes DLX ostendunt. Dictus autem ab agendo rurali opere videtur.

13. Clima, eodem modo quantitatem agri designans, habet in longo et in lato pedes XL. Qui invicem ducti MDC pedes constratos complent.

14. Porca, nihilominus agri mensuram indicans, in longitudine LXXX, in latitudine XXX pedes habet. Qui

grand usage du pas est dans la mensuration des étapes. Il semble que le pas tienne son nom de cet écart qui est représenté par l'espace de 5 pieds séparant les jambes écartées. De là vient qu'on les appelle aussi jambes ouvertes.

11. [La perche] La perche, qu'on appelle aussi decempeda, mesure 2 pas, 1 1 / 3 gradus, 6 1 / 2 coudées, 10 pieds, 13 1 / 3 sextae, 40 palmes, 120 onces, 160 doigts. On l'appelle perche, semblablement à portique, qui vient du verbe porter; en effet, le bâton de mesurage est porté par la main du mesureur, pour prendre les dimensions du champ.

12. [L'actus minimus] L'actus minimus est seulement considéré dans la grandeur de la surface des champs. Il a 4 pieds de large et 140 de long. Ces nombres multipliés entre eux (i.e 4 fois 160) donnent une surface agraire totale de 560 pieds plans. Il semble d'ailleurs tenir son nom des activités agricoles.

13. [Le clima] Le clima, qui dénomme semblablement une surface agraire, mesure 40 pieds en longueur et en largeur. Ces distances multipliées entre elles font 1600 pieds plans.

14. [Le porca] Le porca, qui désigne aussi une unité de mesure agraire, a 80 pieds en longueur et 30 pieds en

invicem ducti *II* CCCC indicant constratos.

15. Actus quadratus, qui et agripennus seu aripennus dicitur, et ipse agri modum disterminans, per singula quatuor latera perticas XII, id est pedes CXX recipit. Qui in se ducti CXLIIII perticas constratas, pedesque ejusmodi *XIV* CCCC in agripenno demonstrant.

16. Jugerum seu juger seu jugus, quod junctis duobus aripennis confit indeque ab jungendo nomen accepit, quantitatem itidem agri diffiniens, habet in longitudine perticas XXIIII, id est pedes CCXL, in latitudine perticas XII, id est CXX pedes. Qua latitudine per longitudinem ducta in superficie jugeri perticas constratas CCLXXXVIII, pedes vero *XXVIII* DCCC invenies. Hujus quartam partem tabulam appellant, continentem perticas constratas LXXII.

17. Centuria est ager CC continens jugera ; dicta, quod apud antiquiores centenis tantum jugeribus computabatur.

18. Hae tamen, quae agrorum quantitatem designant,

largeur. Ces nombres multipliés entre eux donnent 2400 pieds plans.

15. [L'actus quadratus] L'actus quadratus, qu'on appelle aussi agripennus, ou aripennus, définit les dimensions d'un champ et chacun de ses quatre côtés mesure 12 perches, i.e. 120 pieds. Ces nombres multipliés entre eux donnent 144 perches plans, ou encore 14400 pieds plans dans un aripennus.

16. [Le jugère] Le jugère, ou juger, ou jugus a les dimensions de deux aripenni réunis, et il a reçu son nom du verbe «jungere». Il définit également une surface agraire ; il a en longueur 24 perches, i.e. 240 pieds, 12 perches en largeur, i.e. 120 pieds. Multiplie cette largeur par cette longueur et tu trouveras 288 perches plans, ou 28800 pieds plans dans la surface d'un jugère. On appelle tabula le quart de cette surface, qui mesure 72 perches plans.

17. [La centurie] Une centurie est un champ d'une surface de 200 jugères ; on appelle cette unité ainsi, parce que chez les anciens on calculait seulement en centaines de jugères.

18. [Nature des unités agraires] Pourtant, ces unités de mesure, qui définissent une surface agraire, doivent plutôt

mensurae, magis in quantitate areae planitieique lineis circumscriptae, quam ipsarum, quibus circumscribitur, linearum longitudine considerandae sunt. Cujus enim longitudinis lineae aream includant, nihil interest, si tamen ipsa propriam quantitatem area non amittat, ut in jugero. Utrum enim in longo XXIIII perticas, in lato vero XII, ut supra dictum est, habeat, an in longo XVIII, in lato XVI, an in longo XXXII, in lato vero VIIII, an alio atque alio modo longitudo latitudoque permutentur, si tamen mutua multiplicatione CCLXXXVIII constratas perticas efficere possunt, jugerum nihilominus implebunt. Idemque in agripenno et ceteris agrorum mensuris sentiendum est.

19. Stadium autem, quod magis in itinerum dimensionibus usuale est, continet passus CXXV, gradus CCVIII et trientem, cubitos CCCCXVI et bissem, pedes DCXXV, sextas DCCCXXXIII et trientem, palmos *II* D, uncias *VII* D, digitos *X*. Dictum autem stadium fertur a stando, seu quod juvenes currentes emenso hoc spatio ad metam starent, seu quod Hercules primus hoc spatium uno anhelitu transcursum stando signaverit.

être considérées comme des grandeurs de surfaces ou d'aires, sans tenir compte de la longueur des lignes qui les entourent. En effet, si la surface elle-même a la grandeur appropriée, rien ne s'oppose à ce que les lignes qui la délimitent soient d'une longueur quelconque, comme dans le jugère. En effet, que l'on mesure 24 perches de long et seulement 12 de large, comme on l'a dit plus haut, ou que l'on ait 28 en longueur et 16 en largeur, ou 32 en longueur et 9 en largeur, on n'obtiendra pas moins un jugère. Il en sera de même si la longueur et la largeur sont changées d'une autre manière et que pourtant elles donnent 288 perches plans après multiplication réciproque. Et on doit penser de même pour l'aripennus, et toutes les autres mesures agraires.

19. [Le stade] Le stade, qui est le plus usuel pour dénoter les distances parcourues en voyage, mesure 125 pas, 208 1/3 gradus, 416 1/2 coudées, 625 pieds, 833 1/3 sextae, 2500 palmes, 7500 onces, 10000 doigts. On dit que cette unité de distance vient du verbe «stare», soit parce que les jeunes gens s'arrêtent («stant») à une borne après avoir parcouru cet espace à la course, soit parce qu'Hercule a déterminé cette distance par un arrêt, après l'avoir parcourue en un souffle à la course.

20. Milliarium habet stadia octo, passus mille, unde et nomen accepit, gradus *I* DCLXVI et bissem, cubitos *III* CCCXXXIII et trientem, pedes *V*, sextas *VI* DCLXVI et bissem, palmos *XX*, uncias *LX*, digitos *LXXX*. Hoc permissu priscae legis iter Sabbati fuit.

21. Leuua recipit milliarium unum et dimidium, stadia XII, passus mille quingentos, gradus *II* D, cubitos *V*, pedes *VII* D, sextas *X*, palmos *XXX*, uncias *XC*, digitos *CXX*. Dicta quoque leuua a levando, id est relevando post tantum iter corpore. Unde et apud Teutonicos rasta a requiescendo appellatur.

22. Sed, quia haec de linearibus, id est solam longitudinem designantibus, mensuris utcunque dicta sunt, nunc quoque earundem quantitatem, si constratae aut solidae fiant, per passus, pedes et digitos in subjecta, si placet, paginula quam brevissime subnotemus, eas videlicet intermittentes, quas quantitates tantum superficiei agrorum demonstrare praediximus.

20. [Le milliaire] Le milliaire mesure 8 stades, mille pas (de là vient son nom), 1666 1/2 gradus, 3333 1/3 coudées, 5000 pieds, 6666 1/2 sextae, 20000 palmes, 60000 onces, 80000 doigts. Selon ce qui est transmis par l'ancien testament, un milliaire fut la longueur du chemin du Sabbat.

21. [Le levua] Le levua mesure 1 1/2 milliaire, 12 stades, 1500 pas, 2500 gradus, 5000 coudées, 7500 pieds, 10000 sextae, 30000 palmes, 15000 onces, 120000 doigts. Aussi, le mot levua vient du verbe soulager («levare»), i.e. du soulagement du corps après une pareille distance. Semblablement, le mot «rasta» vient du verbe se reposer («requiescere») chez les Teutons.

22. [Note] Cependant, nous avons dit cela au sujet des unités de mesure linéaires, i.e. celles qui ne définissent qu'une longueur seule. Si cela convient, nous notons le plus brièvement possible dans la petite page annexée les grandeurs des unités linéaires lorsqu'elles sont planes ou pleines, et cela en pas, pieds et doigts. Nous omettrons bien sûr les grandeurs des unités de superficie que nous avons dites représenter seulement des étendues de surface agraire.

23. Leuua habet lineares passus I D, constratos bis *MICCL*, solidos ter *MMICCCLXXVMI*.

Milliarium habet lineares passus mille, constratos *MI*, solidos *MMI*.

Stadium habet lineares passus CXXV, constratos *XV* DCXXV, solidos *MIDCCCCLIII* CXXV.

Pertica habet lineares passus duos, constratos quatuor, solidos octo.

Passus habet lineares pedes quinque, constratos XXV, solidos CXXV.

Gradus habet lineares pedes III, constratos IX, solidos XXVII.

Cubitus habet lineares pedes I et semissem, constratos duos et quadrantem, solidos III, quadrantem et sescuncem.

Pes habet lineares digitos XVI, constratos CCLVI, solidos *IV* XCVI.

Sexta habet lineares digitos XII, constratos CXLIV, solidos *I* DCCXXVIII.

Palmus habet lineares digitos IV, constratos XVI, solidos LXIV.

23. [Liste des unités de mesure dans les trois dimensions]

Le levua mesure 1500 pas linéaires, 2250000 pas plans, 3375000000 pas pleins.

Le milliaire mesure 1000 pas linéaires, 1000000 pas plans, 1000000000 pas pleins.

Le stade mesure 125 pas linéaires, 15625 pas plans, 1953125 pas pleins.

La perche mesure 2 pas linéaires, 4 pas plans, 8 pas pleins.

Le pas mesure 5 pieds linéaires, 25 pieds plans, 125 pieds pleins.

Le gradus mesure 3 pieds linéaires, 9 pieds plans, 27 pieds pleins.

La coudée mesure 1 1/2 pieds linéaires, 2 1/4 pieds plans, 3 1/4 1/8 pieds pleins.

Le pied mesure 16 doigts linéaires, 256 doigts plans, 4096 doigts pleins.

Le sexta mesure 12 doigts linéaires, 144 doigts plans, 1728 doigts pleins.

Le palme mesure 4 doigts linéaires, 16 doigts plans, 64 doigts pleins.

L'once mesure 1 1/3 doigts linéaires, 1 7/9 doigts plans,

Uncia habet lineares digitos unum et trientem, constratos unum, bissem, unciam et duellam, solidos duos et trientem, duellam, dimidiam sextulam, obolum et siliquam.
Digitus habet linearia hordei grana IV, constrata XVI, solida LXIV.

24. Et hactenus de mensuris, quae a prioribus nobis relictae sunt, non superflue satis, ut reor, dictum est. Quod si pluribus in mensurando partibus indiget diligens quisque, unamquamque mensuram praedictarum, prout necesse fuerit, seu per minutias usitatas sive intellectuales multimodis habere poterit.

IV.

1. Nunc vero de figuris, quae praefatis linearibus includuntur mensuris, speculandum est. Figura, quae Graece scema vocatur, est spatium certis terminis inclusum. Hujus species duae sunt. Aut enim planae aut solidae sunt. Sed de solidis in posterioribus, nunc de

2 10/27 doigts pleins.

Le doigt mesure 4 grains d'orges linéaires, 15 plans, 64 pleins.

24. [Extension de l'usage des mesures] Jusqu'à maintenant, on ne s'est pas trop étendu sur les mesures qui nous ont été laissées par nos ancêtres, mais je pense que cela suffira. En effet, si quelqu'un de minutieux a besoin d'un très grand nombre de tailles lors d'une mensuration, il pourra, selon les nécessités, se servir de plusieurs manières de chacune des mesures mentionnées, soit en divisions usuelles, soit en divisions intellectuelles.[10]

IV. [Les figures et les angles]

1. [Définition de la figure] Maintenant, il faut considérer les figures qui sont délimitées par les mesures linéaires dont on a parlé. Une figure, que l'on appelle *scema* en grec, est un espace délimité par une frontière précise. Il en existe deux espèces : les planes et les pleines. Cependant, nous nous soucierons des figures pleines plus tard. Occupons-nous maintenant des figures planes.

10. Les divisions usuelles sont les fractions de l'as (employées dans le texte latin) et les divisions intellectuelles sont les fractions décimales (employées dans la traduction). Cf. Correspondance avec Adalbold (3.1, pp. 43-45)

planis videamus.

2. Figurae planae dicuntur, quae profunditate, id est altitudine, carentes in longitudine tantum latitudineque considerantur. Haec vero, si rationabiliter propuntur, aut rectis lineis, quae Graece euthyae dicuntur, determinantur et angulatae sunt, appellanturque euthygrammae ; aut curvis seu circumferentibus lineis, quas Graeci cyclicas sive elycoydas sive campellas vocant, includuntur, et rotundae sive oblongae sunt, et campylogrammae nominantur ; vel certe utrisque, id est rectis et curvatis, componuntur, et partim angulatae, partim lunatae seu rotundae sunt, quod genus micton a Graecis dicitur. Quae singulae, prout commodum et utile videbitur, in consequentibus apertius describentur. Spatium autem sive planities planarum figurarum lineis circumsepta embadum a Graecis appellatur, quod a nostris interpretatum area nuncupatur, ad cujus videlicet areae quantitatem investigandam variae, pro diversitate figurarum et theorematum, regulae passim dispersae feruntur, ex quibus aliquas, quas nostri attingere potuit diligentia, quae utiliores videbantur, aliquantisper ordinatius digestum aggredi tentabimus, si prius pauca

2. [Les figures planes et leurs aires] On appelle figures planes celles à qui la profondeur, i.e. la hauteur, fait défaut et que l'on considère seulement en longueur et en largeur. Si on les expose raisonnablement, certaines parmi ces dernières sont anguleuses et déterminées par des lignes droites (qui s'appellent *euthyae* en grec) : on les nomme *euthygrammae* en grec. D'autres sont délimitées par des lignes courbes, ou circulaires (que les grecs appellent *cyclicae*, ou *elycoydas*, ou *campella*) et sont rondes ou oblongues : on les nomme *campylogrammae*. Il est vrai qu'il existe des figures composées des unes et des autres, i.e. de lignes droites et courbes, et qui sont en partie anguleuses, en partie arquées ou rondes : ce genre est appelé *micton* par les Grecs.[11] Chaque figure, selon qu'il semblera utile et commode, sera décrite très clairement dans la suite du traité. Un espace ou une surface enclose par des lignes de figures planes est appelé *embadum* par les Grecs, mot que nous traduisons par aire. Pour trouver la grandeur de cette aire on met en œuvre des règles variées, à cause de la diversité des figures et des théorèmes. Ces règles sont sans ordre et nous tenterons d'aborder celles d'entre elles que notre diligence a pu atteindre et qui semblaient utiles. Après un temps, nous entreprendrons un résumé plus ordonné. D'abord, nous examinerons quelques faits au sujet des espèces des angles et d'autres choses nécessaires pour les débutants.

11. Cf. Balbus, *Expositio omnium mensurarum* (1.3, p. 98). On notera que la définition classique d'Euclide ne comprend que les *euthygrammae*.

de angulorum speciebus et alia quaedam ingretientibus probaverimus.

3. Itaque planae figurae, quas rectis lineis determinari angulatasque esse diximus, trinis necessario planorum angulorum formantur speciebus. Est autem planus angulus duarum linearum in planitie e diverso ductarum ad unum punctum coadunatio. Sive aliter : angulus est spatium, quod sub duabus lineis se invicem tangentibus continetur. Quod nimirum trimodis speciebus discretus est : aut rectus est, aut hebes, aut acutus.

4. Rectus, qui et normalis dicitur, hoc modo fit, si rectam lineam jacentem altera stans erecta contingat et ex utraque sui parte aequos angulos faciat ita [fig. 10]. Hic autem, quasi vice virtutis medium tenens, sibique ipsi semper et uniformiter aequalis, nec se plus aequo dilitat, nec minus justo coarctat. Hebes autem, qui et plus normalis vel obtusus dicitur, angulus, qui, quasi pleonasiae more, semel rectum excedens, incerta indiffinitaque quantitate, donec in lineam deficiat, dilitari et expandi potest. Fit autem si jacenti lineae altera ab ea inclinata jungatur ita [fig. 11]. Acutus

3. [Les figures anguleuses. L'angle et ses espèces.] Ainsi donc, les figures planes que nous avons dites anguleuses et déterminées par des lignes droites, sont nécessairement formées par trois genres d'angles plans. Un angle plan est un assemblage de deux lignes de directions différentes. Ou encore : un angle est une aire comprise entre deux lignes qui se touchent (s'intersectent) l'une l'autre en un point. Ceux-ci se divisent assurément en trois espèces : l'angle droit, l'angle obtus et l'angle aigu.[12]

4. [L'angle droit entre l'angle obtus et aigu] On produit un angle droit, qu'on appelle aussi normal, de la manière suivante : on trace une ligne droite qui touche une autre ligne droite de façon à ce qu'elle fasse des angles égaux de chaque côté. Cet angle, tenant le milieu à la manière de la vertu, toujours et uniformément égal à lui-même, ne s'ouvre pas au-delà de la position d'équilibre et ne se rétrécit pas en deçà du juste milieu. L'angle obtus, qu'on appelle aussi *hebes*, ou *plus normalis*, excède l'angle droit. L'angle droit une fois dépassé, il peut être ouvert et dilaté indéfiniment et incertainement, à la manière de la *pleonasia*[13], et cela jusqu'à ce qu'il se réduise à une ligne. Si on joint une ligne à une autre ligne donnée, on produit un angle obtus en la surélevant sur celle-ci : [fig. 11]. L'angle aigu imite la *meonesia*[14] et reste en deçà de l'angle droit. Semblablement,

12. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1, p. 1); cf. Euclide (trad. par Boèce); Pseudo-Boèce, *Geometria*
13. ? cf. infra, note sur le mot "meonesia"
14. ? (mots ne figurent pas dans le Thesaurus Linguae Latinae)

angulus est, qui, meonesiam imitans et infra rectum subsistens, identidem quantitate indiffinita usque in lineam directam coarctari valet. Fit vero, si jacentem lineam rectam altera ad eam inclinata tangat, ita [fig. 12]. Et hi quidem anguli, ex rectis scilicet facti, euthygrammi Graece, rectilinei possunt Latine appellari.

5. Possunt tamen eaedem tres angulorum species alio quodam modo ex rectis et circumferentibus lineis, itemque ex circumferentibus solis figurari. Ex rectis namque et circumferentibus lineis recti anguli figurantur, si circulus aequaliter a puncto circumductus recta linea per ipsum punctum in duo aequa secetur ita [fig. 13]. Hebetes autem, qui et obtusi anguli, si major dimidio circuli pars hoc modo formetur [fig. 14]. Acuti vero fiunt, si minor medietate circuli pars scribatur, ita [fig. 15]. Ex solis autem circumferentibus lineis si easdem tres angulorum species velis figurare, duos aequales circulos ita sibi invicem innexos circumducito, ut uterque circumductione sua medium secet alterius punctum; sicque et in media, ni fallor, area, et in singulis altrinsecus positis rectos omnes ad sui modum

il peut être réduit indéfiniment jusqu'à la ligne droite. Si on incline une ligne droite sur une autre ligne donnée, on produit un angle aigu : [fig. 12]. Par ailleurs, ces angles faits de lignes droites qu'on nomme *euthygrammi* en Grec, peuvent être appelés rectilignes en latin.

5. [Les angles entre des lignes courbes] Enfin, trois espèces d'angles peuvent être formées d'une autre manière à partir de lignes droites et courbes, et de même à partir de lignes courbes seulement. Les angles droits sont formés de lignes droites et courbes, si un cercle est coupé en deux parties égales par une ligne droite passant en son centre. Aussi, des angles obtus, qu'on appelle aussi *hebetes*. apparaîtront, si on trace ainsi une portion d'un cercle dépassant la moitié : [fig. 14]. On produira des angles aigus, si on trace une partie d'un cercle plus petite que la moitié : [fig. 15]. Si tu veux représenter ces trois mêmes espèces d'angles avec les seules lignes courbes, dessine deux cercles qui s'attachent l'un à l'autre, de telle manière que leurs arcs passent dans les centres l'un de l'autre. Dans l'aire du milieu et dans chacune des aires qui se font face, tu retrouveras des angles tous droits à leur manière : [fig. 16]. Si tu en imbriques deux autres de telle manière que chacun d'eux comprenne le centre de l'autre, tu formeras deux angles obtus dans l'aire

angulos pernotabis ita [fig. 16]. Quod si alios duos connexueris ita, ut uterque suo ambitu punctum includat alterius, in medio embado duos hebetes, in altrinsecus vero positis acutos nihilominus angulos formabis ita [fig. 17]. Sin autem ita bini sibi innectantur, ut punctum alterutrius ab altero immune relinquantur, in media nimirum areola acuti, in extremis utrinque hebetis anguli species figurantur, ut cernis [fig. 18]. Ut autem omnes angulorum species in una pariter inspiciantur, talis circulorum componitur connexio [fig. 19].

6. Sciendum quoque est, quod acuti anguli interiores, hebetes vero exteriores ad comparationem scilicet recti anguli solent appellari. Rectus quippe angulus ab hebete, utpote exteriore latioreque, includitur; sed ipse rursus acutum, ut videlicet amplior et capacior, interiorem includit; quod in subjecta formula rectilinea, ubi omnes angulorum species ad unum coadunatae punctum describuntur, liquido satis ostenditur hoc modo [fig. 20].

du milieu, et rien moins que des angles aigus dans les aires qui se font face : [fig. 17]. D'autre part, si deux cercles sont imbriqués de manière à ce que chacun laisse dehors le centre de l'autre, des angles aigus apparaissent assurément dans la petite aire du milieu, et l'espèce de l'angle obtus apparaît dans les aires des côtés : [fig. 18]. Toutefois, afin qu'on ait en même temps sous les yeux dans une figure toutes les espèces d'angles, nous composons une telle imbrication de cercles : [fig. 19].[15]

6. [Variantes terminologiques] On doit aussi savoir que les angles aigus sont communément appelés intérieurs, et les angles obtus appelés extérieurs, par comparaison avec l'angle droit. En effet, l'angle droit est contenu par l'angle obtus, parce qu'il est extérieur et plus large; mais en retour l'angle droit lui-même contient l'angle aigu dans son intérieur, parce qu'il est plus ample et plus spacieux; toutes les espèces d'angles sont décrites dans le système de lignes droites ci-dessous et s'y touchent en un point. On représente cela assez clairement ainsi : [fig. 20].

7. [L'angle entre deux demi-droites sécantes] On doit encore s'apercevoir qu'une ligne droite (appelée perpendiculaire) élevée verticalement au- dessus d'une ligne droite donnée

15. Cf. Balbus, *Expositio* ... (1.3, p. 103)

7. Intuendum etiam est, quod rectae lineae jacenti si recta una, quae perpendicularis dicitur, erecta superstet, ubi jacentem tangit, ex utraque sui parte rectum angulum efficiet hoc modo [fig. 21]. Si vero ad alterutram partem linea superstans inclinetur, in illa, ad quam inclinatur, parte interiorem, id est acutum efficit angulum, in altera vero exteriorem, id est hebetem, ita tamen, ut hi duo anguli, interior scilicet et exterior, duobus rectis sint aequales, hoc modo [fig. 22]. Quantum enim interior a recto minus habet, tantum exterior rectum supervadit.

8. Quod si rectae jacenti lineae duae adversis partibus inclinatae ita superstent, ut illam et se invicem ad unum punctum tangant, tres nimirum interiores angulos formant, ita tamen, ut hi tres anguli duobus rectis aequales sint. Nam tantumdem spatii, quantum duo recti occupant, hoc modo [fig. 23].

9. Si duae rectae lineae sese invicem per alterutram ductae secent, aut quatuor rectos efficiunt angulos, aut duos exteriores totidemque interiores ex adverso sibi invicem aequos reddunt, qui tamen quatuor rectis

fera un angle droit au point de contact, de chaque côté, de la manière suivante : [fig. 21]. Si une ligne superposée est inclinée vers l'un ou l'autre côté, elle produira un angle intérieur, i.e. aigu, du côté où elle est inclinée, alors qu'elle produira un angle extérieur, i.e. obtus, de l'autre côté ; de plus, ces deux angles (l'intérieur et l'extérieur) sont égaux à deux droits, de la manière suivante : [fig. 22]. En effet, l'angle intérieur a autant de moins que le droit que l'extérieur excède l'angle droit.[16]

8. [Les angles entre deux demi-droites et une droite sécante] Si deux lignes sont inclinées sur une ligne droite donnée, chacune vers un côté différent, et qu'elles se touchent l'une l'autre en un point sur celle-ci, elles forment assurément trois angles intérieurs ; ces trois angles sont égaux à deux droits. En effet, ils occupent autant d'espace que deux angles droits, ainsi : [fig. 23].

9. [Les angles entre deux droites sécantes] Si deux lignes droites se coupent et passent chacune du côté de l'autre, soit elles font quatre angles droits, soit elle produisent deux angles extérieurs et autant d'intérieurs, égaux deux par deux ; de plus ils sont égaux à quatre angles droits, ainsi : [fig. 24, 25].[17].

16. Au sujet de la mécompréhension des termes 'extérieur', 'intérieur' cf. Tannery, *La géométrie au XIe s.* (2.11, p.92) et cf. *Correspondance de Raimband et de Raoul* (5.4)
17. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1, p. 10)

angulis sunt aequales, qui tamen quatuor rectis angulis sunt aequales, hoc modo [fig. 24, 25].

10. Duae rectae lineae aequali a se invicem spatio inductione sua distantes et in infinitum ductae, nunquam invicem concurrentes, parallelae, id est aeque distantes dicuntur, ita [fig. 26]. Quod si recta linea ab una ad alteram ducta fuerit, aut rectos angulos quatuor, ubi tangit eas, efficiet, aut totidem rectis aequos, binos scilicet exteriores binosque interiores sibi ex opposito invicem aequales taliter [fig. 27].

11. Possunt quidem et alia nonnulla de lineis et angulis inveniri et dici. Sed haec interim ingredientibus sufficere putavi.

12. In omnibus ergo, ut dictum est, planis figuris, quae quidem angulatae sunt, unam vel duas, vel certe omnes has angulorum species necessario invenis : unam, ut omnes angulos rectos habeant, aut hebetes omnes, vel omnes acutos ; duas vero, ut alios angulos rectos habeant, alios acutos, aut alios hebetes, alios acutos, aut

10. [Définition du parallèlisme] Deux lignes droites également distantes l'une de l'autre sur toute leur longueur et qui ne concourent jamais si on les mène à l'infini sont appelées des parallèles, i.e. également distantes, comme ici : [fig. 26].[18] Si une ligne droite est menée d'une droite à une autre, elle produira en ses points de contact soit quatre angles droits, soit deux angles extérieurs et deux intérieurs, symétriquement égaux l'un à l'autre ; ensemble ils feront quatre droits : [fig. 27].

11. [Fin d'une première approche du sujet] Beaucoup d'autres choses peuvent être dites et découvertes au sujet des lignes et des angles. Cependant, j'ai pensé que cela suffisait aux débutants pour l'instant.

12. [Classification des figures planes en fonction des angles] En fait, dans toutes les figures planes qui sont anguleuses, tu trouveras nécessairement une, ou deux, ou encore toutes ces espèces d'angle : une certaine figure aura une seule espèce d'angle : tous droits, ou tous obtus, ou tous aigus ; une autre en aura deux espèces : certains de ses angles seront aigus, d'autres seront droits, d'autres encore obtus. Enfin, on pourrait trouver dans une figure toutes les espèces d'angles (ce qui arrive assez rarement pourtant) : droits, obtus, aigus.

18. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1, p. 2)

alios rectos, alios hebetes; omnes vero, ut et rectus et hebes et acutus, quod tamen rarius evenit, in una aliqua inveniantur figura. Quod totum posterius in earum satis liquebit formationibus. Nunc jam de triangulo, qui in planis figuris naturaliter primus occurrit, sequens ratio, quae videbuntur, aggredi tentabit.

V.

1. Triangulus, ut in arithmeticis satis a Boetio declaratum est, ideo planarum principium existit figurarum, quia tres primum rectae lineae superficiem seu latitudinem aliquam possunt includere. Duae quippe rectae lineae nihil possunt spatii circumdare atque ideo, qui tribus lineis angulisque distensus figuras angulatas planasque primus efficit, jure in eisdem principatus locum obtinet. Qui et ideo principium et quasi elementum exstat in angulatis figuris, quod unaquaeque earum ex eo componatur, et in eumdem rursus resolvatur. Si enim ipsius trianguli sive tetragoni vel pentagoni hexagonive, ceu ceterorum sequentium

On clarifiera assez plus tard tout ce qui concerne la formation de ces figures. Mais maintenant, le raisonnement suivant tentera d'aborder ce qui semble vrai au sujet du triangle, lequel surgit naturellement le premier parmi les figures planes.

V. [Le triangle]

1. [Le triangle, principe des figures planes] Le triangle, comme Boèce l'a suffisamment déclaré dans l'arithmétique, est le principe des figures planes parce que c'est d'abord trois lignes droites qui peuvent délimiter une superficie, ou une largeur. Assurément, deux lignes droites ne peuvent entourer aucune surface et c'est pourquoi la figure formée de trois lignes et trois angles est la première à générer les figures anguleuses et planes; elle occupera de droit le premier rang parmi ces dernières. Ainsi, le triangle représente le principe et comme l'élément parmi les figures anguleuses, parce que chacune d'entre elles est composée par le triangle et chacune se résout à nouveau dans le triangle.[19] En effet, marque d'un point la surface (i.e. l'intérieur) d'un triangle, d'un tétragone, d'un pentagone, d'un hexagone ou de tout autre polygone qui suit. Mène des

19. Cf. Platon, *Timée*, infra

multiangulorum, superficiem, id est aeream mediam, puncto designaveris, et ab eodem puncto ad singulos angulos rectas lineas deduxeris, unumquemque eorum ex tot compositum et in tot triangulos divisum pernotabis, quot ipse constat ex angulis. Nam eodem modo ipse triangulus in tres alios triangulos, tetragonus in IV, pentagonus in V, aliique sequentes juxta numerum angulorum suorum in triangulos dividentur, ut subjecti [fig. 28]. Inde etiam evenit, ut, quia in triangulos cujusque eorum divisio fit, per triangulorum quoque regulas uniuscujusque eorum a diligentibus embadum inveniri possit. Quare satis cuipiam potest clarescere omnium planarum figurarum triangulum principium esse.

2. Est autem triangulus, qui et trigonus sive tripleurus dicitur, plana figura tribus rectis lineis sive lateribus et totidem angulis terminata. Hujus species tres sunt: orthogonius scilicet, amblygonius atque oxagonius.

Orthogonius est triangulus unum rectum angulum habens et duos acutos, taliter [fig. 29]. A recto autem angulo, quem habet, nomen inditum possidet. Orthon quippe graece rectum, gone angulum sonat. Inde orthogonius, quasi rectiangulus, dicitur.

Amblygonius est triangulus unum hebetem et duos

lignes droites de ce même point à chaque angle, et tu remarqueras que chaque figure est composée et divisée en autant de triangles qu'elle-même possède d'angles. En fait, de la même façon le triangle lui-même sera divisé en trois autres triangles, le tétragone en 4, le pentagone en 5. Les figures anguleuses suivantes seront aussi divisées selon le nombre de leurs angles : [fig. 28]. Ainsi, il apparaît que les personnes diligentes pourront aussi trouver l'aire de chaque figure par les règles des triangles, puisque chacune se divise en triangles. Avec cela, on peut rendre assez clair à tout un chacun que le triangle est le principe de toutes les figures planes.

2. [Le triangle et ses espèces] Le triangle, qu'on appelle aussi trigone ou *tripleurus*, est une figure plane déterminée par trois lignes droites, ou côtés, et autant d'angles. Il y en a trois espèces : le rectangle, l'obtusangle et l'acutangle.

Un triangle rectangle possède un angle droit et deux angles aigus, ainsi : [fig. 29]. C'est de l'angle droit qu'il porte qu'il tient son nom spécifique. En effet, en grec, *orthos* signifie droit, *gone* angle. Ainsi orthogone signifie rectangle.

Le triangle obtusangle a un angle obtus et deux angles aigus, ainsi : [fig. 30]. De même, celui-ci tient son appellation de son angle obtus.

20. Martianus Capella, *The Marriage*...(1.5)

acutos habens angulos, ita [fig. 30]. Qui et ipse ab hebete angulo suo identidem accipit vocabulum.

Oxygonius autem est triangulus omnibus acutis angulis determinatus, ita [fig. 31]. Unde ab acuto, quod oxya sonat, appellatus est. Hic vero et unius speciei angulos et aequa latera potest habere, quod in prioribus omnino est impossibile, ut et quivis facile intelligere, et in figuris eorum oculis valet approbare.

3. Habent etiam idem trigoni quaedam alia quoque tria ad discretionem sui vocabula. Alius enim eorum isopleuros, alius isosceles, alius scalenos dicitur.

Isopleuros est, qui omnibus aequalibus continetur lateribus. Isos quippe aequus, pleuros latus dicitur [fig. 32, 33, 34].

Isosceles est, qui duo latera habet aequalia, quibus etiam, quasi cruribus, insistit, tertium inaequale, unde et isosceles, quasi aequicrurius, dicitur.

Scalenos est, qui omnia latera sibi inaequalia invicem continet; dictusque scalenos, quasi gradatus, eo, quod velut gradibus de uno in aliud transfertur latus.

Sed isopleuros, id est aequilateris, solus, ut dictum est,

Le triangle acutangle est déterminé par des angles tous aigus, ainsi : [fig. 31]. C'est pourquoi on l'appelle ainsi, à cause de son angle aigu, qu'on dit *oxya* en grec. Cependant, celui-ci peut avoir des angles d'une seule espèce et des côtés égaux, ce qui est complètement impossible dans les précédents, comme n'importe qui peut comprendre facilement, et constater visuellement dans leurs représentations.

3. [Espèces supplémentaires] On dispose aussi de certaines autres appellations pour classer les triangles, l'une d'entre elles est équilatéral, une autre isocèle, la dernière scalène.

Le triangle équilatéral est délimité par trois côtés égaux. Egal se dit *isos* en grec, et côté *pleuros*. [fig. 32. 33. 34]

Un triangle isocèle a deux côtés égaux, sur lesquels s'appuie, comme sur des jambes, un troisième côté inégal. De là vient qu'on l'appelle isocèle, comme «aux jambes égales».[20]

Un triangle scalène possède des côtés tous inégaux entre eux ; on l'appelle scalène, équivalent à «disposé en gradins», par ce fait qu'il passe comme par degrés d'un côté à l'autre.

Mais seul l'*isopleuros*, i.e. l'équilatéral, peut être un triangle acutangle, comme on l'a dit; cependant, les triangles scalènes, rectangles, obtusangles et aussi les triangles acutangles eux-mêmes pourront être rendus isocèles. Ainsi, potest esse trigonus oxygonius; isosceles vero atque scaleni et orthogonii et amblygonii, ipsique item oxygonii poterunt fieri. Singuli quippe eorum et duobus lateribus aequalibus, tertio inaequali, et omnibus inaequalibus solent formari.

4. Illud quoque in his triangulis speculare, quod juxta praedictam superius angulorum quantitatem in omni trigoni amblygonio exterior, id est hebes angulus, major est utrisque interioribus, id est acutis, in ipso scilicet amblygonio trigono ex adverso constitutis, ipsique duo non solum exteriore, sed etiam recto angulo minores probantur, ut in hoc [fig. 35]. In omni quoque triangulo duo anguli quoquomodo sumpti duobus rectis angulis minores sunt.

5. In omni etiam triangulo minus latus majorem angulum, majus vero minorem efficit. Si in quolibet trianguli latere a finibus lateris duae rectae lineae introrsum ad se invicem inclinatae angulum faciunt, ipsae quidem ceteris trianguli lateribus minores sunt,

chacun de ces triangles est habituellement formé avec deux côtés égaux, ou un troisième côté inégal, ou tous les côtés inégaux, respectivement.[21]

4. [Une inégalité entre les angles du triangle] Considère aussi ceci dans les triangles : conformément à la grandeur de chaque angle dans tout triangle obtusangle (grandeur que nous avons mentionnée plus haut), l'angle extérieur, i.e. obtus, est plus grand que tous les angles intérieurs, i.e. aigus, qui sont assurément disposés symétriquement dans le triangle lui-même. On prouve que ces deux angles sont non seulement plus petits que l'angle extérieur, mais même plus petits qu'un angle droit, comme ici : [fig. 35]. D'ailleurs, dans tout triangle, deux angles choisis n'importe comment sont plus petits que deux angles droits.[22]

5. [Relation entre les côtés et les angles] Dans tout triangle, un côté plus petit engendre un angle plus grand, et un côté plus grand un angle plus petit. Supposons que deux lignes droites inclinées l'une vers l'autre à l'intérieur forment un angle à partir de chaque extrémité d'un côté quelconque du triangle ; elles sont plus petites que chaque autre côté du triangle et elles engendrent un angle plus grand, comme ici : [fig. 36].

21. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1, p. 2)
22. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1, p. 12)

angulum vero majorem efficiunt, ita [fig. 36].

6. In omni orthogonio triangulo solus rectus angulus duobus reliquis interioribus, id est acutis, probatur aequalis. In oxygonio autem tres interiores, id est acuti anguli, duobus rectis angulis aequi sunt, et omnino in omnibus triangulis idem evenit, ut tres eorum anguli duobus rectis angulis aequi sint. Nam in ampligonio quantum exterior, id est hebes angulus, rectum superat, tantum duo interiores, id est acuti, superantur a recto. Et in orthogonio unus rectus est, et interiores, id est acuti, qui item, ut dictum est, unum rectum complent angulum. In oxygonio quoque duo quidem acuti unum rectum superant, sed duobus sunt tantum minores, quantum tertius supplere poterit angulus. Et juxta hanc rationem, ni fallor, erit intelligendum quod in categoriarum commentariis a Boetio dictum multis movere solet scripulum: "Scimus triangulum tres interiores angulos duobus rectis angulis habere aequos."

7. His interim de natura triangulorum expeditis, qualiter quisque angulus, utrum rectus, an hebes acutus sit, discerni queat, breviter dicamus, ut certius etiam, utrum

6. [La somme des angles du triangle vaut deux droits] Dans tout triangle rectangle, on prouve que l'unique angle droit est égal aux deux angles intérieurs, i.e. aigus, qui restent. Par ailleurs, dans un triangle acutangle les trois angles intérieurs, i.e. aigus, sont égaux à deux angles droits, et la même chose arrive absolument dans tous les triangles, à savoir que leurs trois angles sont égaux à deux droits.[23] Ainsi, dans un triangle obtusangle, l'angle extérieur, i.e. obtus, dépasse d'autant un angle droit que les deux intérieurs, i.e. aigus, sont dépassés par un angle droit. Dans un triangle rectangle, un angle est droit, et les angles intérieurs, i.e. aigus, remplissent un angle droit, comme on l'a dit. Dans un triangle acutangle aussi, les deux angles aigus dépassent un angle droit, mais ils sont d'autant plus petits que le troisième angle pourra suppléer. Et c'est dans cet esprit, si je ne me trompe, qu'on doit comprendre ce que Boèce a dit dans les commentaires des catégories, et qui pose habituellement des difficultés à beaucoup : «Nous savons que le triangle a trois angles intérieurs égaux à deux droits.» [24]

7. [Plan du paragraphe 8] Nous avons entre temps expliqué comment chaque angle, qu'il soit droit, obtus ou aigu, peut être distingué. Disons brièvement comment nous pouvons encore vérifier sûrement si un triangle est rectangle, ou obtusangle, ou acutangle.

23. Cf. Euclide, *Eléments* (1.1)
24. Cf. Boèce, *Commentaire sur les catégories*, cité dans Tannery, *La géométrie au XIe s.* (2.11, p. 91)

triangulus quisque orthogonius, an amblygonius sive oxagonius sit, probare valeamus.

8. Si de aliquo angulo, utrum rectus, an hebes acutusve sit, dubitaveris, hujusmodi experimento uti posteris. Ab angulo, de quo dubitas, in utraque linea, quae in eo conveniunt, aequalem mensuram cujusvis longitudinis sumptam punctis utrinque notato, et ab uno ad aliud punctum rectam lineam ducens, eamque in duo aequa dividens, medietatem ejus puncto signabis. A quo videlicet puncto si ipsa eademque mensura, qua medietatem lineae invenisti, angulus ille, de quo quaesieras, distabit, rectus erit. Si longius distans ab ea mensura attingi nequiverit, acutus ; sin autem proprior a praefata transgreditur mensura, obtusus, id est hebes, esse dinoscitur. Verbi gratia, sit angulus de quo dubitas *a* [fig. 37]; a quo in utraque linea aequali mensura distet *b* et *c*.. Medietas lineae a *b* ad *c* ductae sit *d*. Si ergo a *d* puncto *b* et *c* et *a* aequali mensura distent, rectus angulus *a* erit. Si minor ad *a* fuerit, quam ad *b* et *c*, hebes. Si autem major, acutus angulus *a* esse non dubitatur.

8. [Déterminer l'espèce d'un triangle] Si tu doutes de la nature d'un angle, tu pourras te livrer à une expérience de ce genre pour savoir s'il est droit, obtus ou aigu : note avec des points une mesure égale d'une longueur quelconque sur chaque ligne qui forment l'angle dont tu doutes, puis mène une ligne droite d'un point à l'autre, et divise celle-ci en deux parties égales. Enfin, tu marqueras le milieu par un point. Si la distance de cet angle (celui au sujet duquel tu t'interroges) jusqu'à ce point est identique à la mesure même de la moitié de la ligne divisée, alors l'angle sera droit.[25] Si la distance était trop longue et que l'angle ne pouvait être atteint par cette mesure, il sera aigu. Si en revanche la distance est plus courte et s'il est dépassé par la mesure susdite, on sait que l'angle sera obtus, i.e. *hebes*. *Par la grâce du verbe*, que a soit l'angle dont tu doutes : [fig. 37]. Les points b et c sont placés sur chaque ligne, à une égale distance de celui-ci. Que le milieu de la ligne de b à c soit d. Alors, si les points b et c sont éloignés du point d autant que a de d, a sera un angle droit. Si la distance entre d et a était moindre que celle entre d et b, ou d et c, ce sera un angle obtus. Si encore cette distance était plus grande, on ne peut douter que a est un angle aigu.

25. Soit un triangle ABC, rectangle en B, avec = . Soit H le milieu de . BHA et BHC sont droits, car la droite BH est en même temps une médiane et une hauteur, puisque le triangle ABC est isocèle. Si = = , alors les triangles BHA et BHC sont égaux et isoscèles. Donc ABH = HBC = 90°/2 = 45°. Donc ABC = ABH + HBC = 45° + 45° = 90°. Q.E.D.

9. Vel aliter, juxta Pythagorae inventum. Ab angulo, de quo dubitas, in una ejus linea tres aequales longitudinis mensuras, utpote pedes, in altera ejusdem longitudinis quatuor dimetiens, ubi utrinque fuerint terminatae, punctis signato, et ab uno horum puncto ad alterum lineam rectam deducito. Et si haec linea quinque aequaliter pedes habuerit, angulus, de quo dubitas, rectus, si plus, quam quinque, hebes, si autem minus, acutus apparebit. Exempli causa, sit ipse angulus *e* [fig. 38], ab hoc in una linea tres mensuras, quasi pedes, usque ad *f* metior, ab eodem in altera linea quatuor usque ad *g* mensuro, dein lineam rectam ab *f* ad *g* duco. Si ergo in hac linea inter *f* et *g* quinque ejusdem longitudinis mensuras invenio, *e* angulum rectissimum natura id cogente minime dubito; si autem plus, quam quinque, hebetem; si minus, inter acutos eum deputari debere certissimum teneo, ut in subjecta formula patet.

10. Lineae vero rectae, quibus trigoni seu tetragoni, et aliae quaedam planae figurae determinantur, his ferme

9. [Autre méthode de détermination] Il y a aussi une autre méthode, inventée par Pythagore. Mesure 3 unités égales (comme le pied) sur une ligne de l'angle dont tu doutes, et sur l'autre ligne du même angle mesure 4 unités. Marque avec des points l'endroit où elles aboutissent, et mène une ligne droite de l'un de ces points à l'autre. Et si cette ligne a 5 pieds égaux de longs, l'angle dont tu doutes est droit; si elle en a plus que 5, l'angle est obtus, et enfin si elle en a moins, l'angle se révélera aigu. Par exemple [fig. 38], que l'on ait l'angle e : je mesure sur une ligne 3 unités depuis e jusqu'à f, et sur l'autre ligne, j'en mesure 4 jusqu'à g. Puis, je mène une ligne droite de f à g. Si donc, je découvre 5 unités de même longueur sur la ligne entre f et g, je ne doute nullement que l'angle est des plus droits, la nature l'y forçant. En revanche, si je découvre plus de 5 unités, il est obtus; si j'en découvre moins, je tiens pour tout à fait certain qu'on doive le compter parmi les aigus, comme il appert dans la règle présentée.

10. [Nomenclature des côtés d'une figure plane] Les lignes droites, avec lesquelles on détermine les triangles et les carrés, et certaines autres figures planes, portent d'ordinaire les noms suivants : la ligne qui s'étend horizontalement et non obliquement dans une partie de la figure porte le nom de

vocabulis designantur. Linea, quae in una parte figurae directim et non oblique jacet, basis nomen accepit, eo quod super ipsam figura fundata sit. Quae vero in summo, quasi in culmine figurae similiter directim ducitur, coraustus appellatur, at quae jusum a summo directim more perpendiculi pendens, ubi basi coraustove conjungitur, rectum angulum efficit, catheti sive perpendicularis vocabulum suscipit. Illa autem, quae, oblique jusum sive susum deducta, hebetis vel acuti anguli effectrix videtur, hypotenusa, id est obliqua, sive podismus nominatur.

11. Ex harum autem linearum mensura, maximeque catheti et basis seu corausti, quae scilicet longitudinem latitudinemque figurae determinant, constratam embadi mensuram, ut superius quoque commemoravimus, vestigare debemus. Sed quamvis amblygonius propter majorem angulum a quibusdam praeponatur, oxygonius vero propter isopleuron, qui et angulorum et laterum aequalitate gaudet, principalior putetur, nos tamen orthogonium cum regulis suis tum propter recti anguli primatum, tum quod ratio ejus apertior certiorque sit, et

base, par ce fait que la figure reposerait sur elle. Par contre, celle qu'on mène horizontalement (à la manière de la base) au sommet et comme au faîte de la figure, est appelée *coraustus*.[26] Cependant, celle qui pend verticalement et perpendiculairement vers le bas depuis le sommet et fait un angle droit là où elle rejoint la base ou le *coraustus*, celle-là prend le nom de cathète ou perpendiculaire. Enfin, celle qui est menée obliquement vers le haut ou vers le bas et semble produire un angle droit, obtus ou aigu, on la nomme hypoténuse, i.e. oblique, ou podisme.[27]

11. [Une tâche : déterminer l'aire d'un triangle en fonction de ses côtés] Nous devons rechercher la mesure de la surface plane du triangle, ainsi que nous l'avons aussi mentioné plus haut, et cela à partir de la mesure de ces lignes qui en déterminent assurément la longueur et la largeur, tout particulièrement le cathète, la base ou le coraustus. Cependant, bien que certains rangent le triangle obtusangle devant les autres à cause de son angle plus grand, ou le triangle acutangle à cause du triangle isopleuros, qui se targue de l'égalité des angles et des côtés, nous estimons pourtant qu'avec ses propriétés, le triangle rectangle doit à juste titre les précéder. Cela, d'une part à cause de la primauté de l'angle droit, d'autre part parce que sa structure est plus claire et plus certaine et parce que les triangles obtusangles et acutangles semblent en recevoir leurs propriétés.[28]

26. Cf. Bubnov, *Opera mathematica* ... (3.1, p. 77 note 15)
27. Cf. Bubnov, *Opera mathematica* ... (3.1, p. 78 note 16)
28. Cf. Platon, *Tim*[illegible] (1.8, p. 474)

ab eo amblygonius oxygoniusque regulas accipere videantur, merito his anteponendum aestimamus.

VI.

1. Inter omnes diversorum laterum triangulos orthogonios ille quodammodo speciale privilegium et meritum habere videtur, qui ab inventore Pythagore pythagoricus appellatur ; quod quare videatur, in consequentibus manifestabitur. Hic autem talibus laterum proportionibus continetur, ut basis ad cathetum sesquitertia, hypotenusa ad basim sesquiquarta, itemque ad cathetum superbipartiens sit. Habet quippe cathetus pedes, aliasve minores vel majores mensuras, tres, basis quatuor, hypotenusa quinque, seu alias quaslibet plures mensuras in eisdem proportionibus, ut subscripti. [fig. 39].

Quia vero interdum omnia latera hujusmodi orthogoniorum minutiis admixtis solent proponi, neque enim sagacem geometren minutiandi sollertiam decet ignorare, horum etiam non ab re erit exempla subnotare [fig. 40].

VI. [Le triangle rectangle pythagorique]

1. [Définition du triangle rectangle pythagorique] Parmi tous les triangles rectangles de côtés différents, celui qu'on appelle pythagorique, de son inventeur Pythagore, semble avoir de quelque façon un mérite et un privilège spécial. On montrera dans la suite pourquoi il semble avoir un tel mérite. Ce triangle est délimité par des côtés respectant les proportions suivantes : la base est sesquitierce au cathète, l'hypoténuse est sesquiquarte à la base, et de même elle est superbipartiente au cathète. Ainsi, le cathète a 3 pieds de long (ou d'autres unités plus petites ou plus grandes), la base 4, l'hypoténuse 5 (ou d'autres nombres quelconques d'unités dans les mêmes proportions) comme on a inscrit ci-dessous : [fig. 39].[29]

Cependant, parce qu'on donne habituellement tout les côtés de tels triangles rectangles dans des unités diverses, et qu'il ne convient pas qu'un géomètre sagace soit ignorant de l'art de la transformation des unités, il ne sera ainsi pas étranger à notre sujet d'en noter des exemples.[fig. 40].

29. Cf. Boèce, *De Institutione Arithmeticae* (1.2, pp. 100-108)

2. In his itaque aliisque orthogoniis in eisdem laterum proportionibus constitutis, videlicet pythagoricis, hoc modo per cathetum alia latera invenire poteris.

A. Cathetus ter ducatur, nona pars inde auferatur, residui dimidium pro basi habeatur. Si eamdem, quam abstulisti, nonam inventae basi adjungis, hypotenusam habebis.
Ut in eo, quem primum posui : cathetus, utpote III, ter ductus novem ; ablata nona, id est unitate, reliqui, id est VIII, dimidia basim, quae quaternario titulatur, efficit. Cui si nona superius dempta, id est unitas, reddatur, hypotenusa V unitatibus inscipta completur.

Idemque in ceteris sequentibus sive de integris seu minutiatis numeris compactis invenitur : ut hoc, qui quatuor in catheto tenet : IIII per III ducti XII faciunt. Horum nona, id est unitate et triente ablata residui, id est X et bissis, medietas basim in V et triente demonstrat. Quae itidem nona ad basim juncta

2. [Déterminer tous les côtés d'un triangle pythagorique à partir d'un seul] C'est pourquoi, dans les autres triangles dont les côtés respectent les mêmes proportions (i.e. pythagoriques), tu pourras trouver les autres côtés à partir du cathète, de la manière suivante :
A. Qu'on triple le cathète, qu'on lui enlève un neuvième, et l'on aura pour la base la moitié du restant. Tu auras l'hypoténuse, si tu ajoutes à la base trouvée le neuvième que tu as enlevé.[30]
Ainsi, dans le triangle que nous avons présenté en premier : le cathète long de 3 multiplié par 3 donne 9 ; ce chiffre privé d'un neuvième (i.e. une unité) vaut 8 dont la moitié donne la base, à laquelle on assigne 4. Si on restitue le neuvième retiré plus haut (i.e. l'unité) à ce chiffre, on calcule une hypoténuse valant 5 unités.
Et on trouve la même chose dans tous les autres triangles suivants, qu'ils aient des côtés entiers ou fractionnaires : ainsi dans le triangle dont le cathète a 4 (pieds) de long : 4 multipliés par 3 font 12. Qu'on retire le neuvième de ce nombre, i.e une unité et un tiers, et la moitié du restant (i.e. 10 1/2) montre que la base mesure 5 1/3. Pareillement, cette base indique que l'hypoténuse consiste de 6 1/2, si on lui ajoute un neuvième.

30. Dans un triangle pythagorique de cathète a, de base b, d'hypoténuse c, il existe un x (rationnel) avec $a=3x$, $b=4x$, $c=5x$. En notation algébrique, Gerbert calcule $(3a-3a/9)/2=(3-1/3)a/2=4a/3=12x/3=4x=b$ et $b+3a/9=4x+9x/9=5x=c$.

podismum in VI et bisse constare manifestat.

B. Vel aliter idem invenias. Catheti dimidio triplicato, nonaque parte inde ablata, basim habeto. Eidem triplicationi nona sua addatur, et hypotenusa creatur.

Ut in eo, qui habet senarium in catheto, dimidia ejus, id est III, in se ter ducta VIIII creat. Unde ablata nona VIII erit basis. Nona vero ad ipsos novem addita fiet X hypotenusa.
Similiter in eo, cui V et quadrantem in catheto posui, dimidia hujus, id est duo et semis et sescuntia, ter ducta VII dextantem et semuscem numerum facit. Hujus nona, id est dextante et semunce, dempta VII basi reliquit, addita autem VIII et dodrantem hypotenusae tribuit.

C. Vel aliter. Catheti dimidium sexies ducatur, nona inde pars auferatur, reliqui dimidium pro basi habeatur. Basi inventae eadem nona addatur, et hypotenusa creatur.

Ut in eo, qui VIIII in catheto habet. Medietas ejus, scilicet IIII et semis, sexies ducta XXVII efficit. Hinc nona parte, id est III, ablata reliqui, XXIIII scilicet, dimidia, id est XII, basis erit. Cui III, id est nona

B. Ou encore, tu trouverais la même chose autrement. Triple la moitié du cathète, et retires-en le neuvième, et tu auras la base. Qu'on ajoute son neuvième à cette triplication, on obtient l'hypoténuse.[31]
Ainsi, dans le triangle dont le cathète mesure 6, la moitié de ce même côté (i.e. 3) multiplié par lui-même, donne 9. Et si on en retire le neuvième, on aura 8. la base. Enfin, un neuvième ajouté à ces neuf fera 10, l'hypoténuse.
On procédera semblablement, dans le triangle où j'ai fixé une longueur de 5 1/4 pour le cathète. La moitié du dernier (i.e. 2 5/8) multiplié par 3 donne un nombre de 7 7/8. Qu'on enlève le neuvième de ce nombre (i.e. 7/8) il reste une longueur de 7 pour la base : qu'on l'ajoute, il attribue une longueur de 8 9/12 à l'hypoténuse.
C. Ou autrement. Qu'on multiplie la moitié du cathète par 6, puis qu'on lui retire un neuvième, et on aura la moitié du reste comme base. Qu'on ajoute le même neuvième à la base trouvée, et on obtient l'hypoténuse.[32]
Ainsi, dans un triangle qui a un cathète de 9 de long. La moitié de celui-ci (i.e. 4 1/2) multiplié par 6 donne 27. Qu'on enlève 1/9 (i.e. 3) à ce nombre et la moitié du reste (i.e. 24) sera 12, la base. Si l'on joint 3 au neuvième cité plus haut, on calcule pour l'hypoténuse une longueur de 15.
Cela n'est pas moins vrai pour le triangle auquel on appose

31. Avec les notations de la dernière note, $3a/2-(3a/2)/9=4a/3=4x=b$ et $3a/2+(3a/2)/9=5a/3=15x/3=5x=c$.

superiore, junctis, in XV podismum constituit.
Nihilominus in eo, cui VI et triens ponitur in catheto, dimidia, quae est III sextans, sexies multiplicata XVIIII facit. Inde nona parte, quae est II uncia et duella, ablata, remanent XVI dextans semunx et sextula, quorum dimidium, id est VIII quicunx et duella, basim complet. Cui nona praefata, II uncia et duella, superaddita podismum, id est X semissem et semuncem et sextulam, consummat dubietate seposita.

3. Est etiam alia regula multo diligentiori speculatione dignissima, quae in his phythagoricis orthogoniis prorsus verissima, et in aliis omnibus orthogoniis vel omnino vera vel veritati proxima est.

Hac quippe in omni ferme orthogonio trigono per duo quaevis latera tertii poterit indagari quantitas naturae constitutione certissima hoc modo :

A. Ut ergo hypotenusa inveniatur, catheti numerus in se, ut tetragonus fiat, ducatur, eique basis numerus in se similiter ductus conjugatur. Hujus simul summae, ex duobus scilicet tetragonis confectae, latus tetragonale

un cathète de 6 1/3. La moitié (i.e. 3 1/6) de ce dernier, multiplié par 6 fait 19. Puis, qu'on enlève le neuvième (i.e. 2 1/9), il reste 16 8/9, et la moitié (i.e. 8 4/9) de ce nombre constitue la base. Que l'on ajoute le neuvième susdit (i.e. 2 1/9) et l'on achève indubitablement l'hypoténuse, qui vaut 10 5/9.

3. [Le théorème de Pythagore pour les triangles de côtés rationnels] Il existe une autre loi tout à fait digne d'une réflexion plus soignée. Elle est absolument correcte pour les triangles rectangles pythagoriques, et dans tous les autres triangles rectangles elle est soit tout à fait vraie, soit très proche de la vérité.[33]
Presque dans tout triangle rectangle, on peut cerner la grandeur du troisième côté au moyen de deux côtés quelconques, par une constitution absolument sûre de la nature. En voici la méthode :
A. Pour trouver l'hypoténuse, qu'on multiplie le nombre du cathète par lui-même pour produire un tétragone, et qu'on lui ajoute le nombre de la base, lui-même pareillement multiplié. On sait que le nombre de l'hypoténuse est le côté du tétragone fait de cette somme simultanée de deux tétragones.[34]
C'est ce côté que l'on cherche et que l'on trouve.

32. Avec les notations de la dernière note, $(6a/2-(6a/2)/9)/2=24a/18=72x/18=4x=b$ et $b+(6a/2)/9=4x+x=5x=c$
33. Gerbert pense au triangles rectangles dont l'hypoténuse est incommensurable avec les côtés. L'exemple canonique d'un pareil triangle a les côtés 1,1, $\sqrt{2}$
34. Cf. Euclide, *les Eléments* (1.1 p. 29)

quaesitum et inventum hypotenusae numerus esse sciatur.

Tetragonus autem, ut ex arithmeticis notissimum est, dicitur numerus ex alio in se ducto procreatus : ut IIII, qui ex binario, ut VIIII, qui ex ternario, ut XVI, qui ex IV in se ducto procreatur. Duo enim bis quatuor, et tres ter novem, et quater quatuor XVI creant. Numerus autem, qui ita tetragonum in se ductus efficit, ejusdem effecti a se tetragoni latus tetragonale vocatur.

B. Ut autem basis quantitas pernoscatur, ex numero hypotenusae in se ducto catheti numerus item in se ductus auferatur, et residui numeri latus tetragonale basi, ut naturaliter insita quantitas, tribuatur.

C. Ad catheti vero mensuram vestigandam ex hypotenusae numero item in se ducto numerum basis in se ductum adime, et reliqui latus tetragonale pro catheto tene.

Ex. ad A. Quae singula ut clarescant exemplis, ex superioribus orthogoniis minimum sumo, et per cathetum ejus ac basim hoc modo hypotenusam invenio. Cathetus id est III, in se ductus VIIII tetragonum facit. Item basis, id est IIII, in se ducta in XVI tetragonum surgit. Qui duo tetragoni, id est IX et XVI, conjuncti XXV rursus tetragonum compaginabunt, cujus latus tetragonale, quod est V, quinquies enim quinque XXV, numerum complet hypotenusae.

Par ailleurs, on appelle nombre tétragone un nombre généré par un autre nombre multiplié par lui-même, comme il est tout à fait connu par l'arithmétique[35]: ainsi 4, qui est généré par 2; 9, par 3; 16, qui est généré par 4. En effet, 2 fois 2 font 4, 3 fois 3 font 9 et 4 fois 4 font 16. D'autre part, on appelle racine carrée[36] du tétragone même qu'il produit le nombre qui le génère .

B. D'autre part, afin de connaître la longueur de la base, que l'on retranche la longueur du cathète au carré[37] à celle de l'hypoténuse au carré. Puis, qu'on attribue à la base la racine carrée naturellement associée au nombre restant.

C. Pour déterminer la mesure du cathète, enlève la longueur de la base au carré, à la longueur de l'hypoténuse également au carré. Prend pour le cathète la racine carrée du restant.

- Ex. ad A. Afin que chacune de ces lois soit clarifiée par des exemples, je prends le plus petit des triangles rectangles cités plus haut et je trouve ainsi l'hypoténuse par sa base et son cathète. Le cathète (i.e. 5) au carré fait un tétragone de 9. De même la base (i.e. 4) au carré produit un tétragone de 16. Ces deux tétragones (i.e. 9 et 16) se joignent de nouveau en un tétragone, 25. La racine carrée de ce nombre (i.e. 5 : en effet, 5 fois 5 font 25) représente la longueur de l'hypoténuse.

- Ex. ad B. D'autre part, je découvre ainsi la base par le cathète et l'hypoténuse : je retire le cathète au carré (i.e. 9)

35. Cf. Boèce, *De Institutione Arithmeticae* (1.2 p. 135)
36. Dans le texte latin, on lit "latus tetragonale", soit littéralement "côté tétragonal". Nous avons choisi le terme moderne, afin de ne pas alourdir la traduction outre-mesure.
37. Dans le texte latin "in se ductus". Cf. dernière note.

Ex. ad B. Per cathetum autem et hypotenusam hoc modo basim investigo. Ex numero in se ducto, id est XXV, cathetum in se ductum, id est VIIII, aufero, et reliqui, id est XVI, latus tetragonale, quod est IIII, basi ascribo.

Ex. ad C. Ad cathetum vero reperiendum ex eodem XXV; hypotenusae numero in se ducto, basim in se ductam, id est XVI, detraho, et reliqui novenarii latus, id est III, dabo catheto.

Ex. 2 ad A, B, C. Item, ut et in majori exemplum dem, sumo eum, qui in catheto XII et in basi XVI tenet, numerosque ex utrisque in se ductis confectos, scilicet CXLIIII et CCLVI, conjungo, et ex utrisque confecti CCCC numeri latus tetragonale, id est XX, do hypotenusae.

Ex quibus iterum CCCC, si cathetum in se ductum, id est CXLIIII, abstraho, reliqui CCLVI numeri latus, id est XVI, basi tribuo.

Quod si ex eisdem CCCC, hypotenusa in se ducta creatis, basis in se ducta, id est CCLVI, adimatur, XII, qui residui CXLIIII numeri latus est, perpendiculari, id est catheto, donatur.

Ex. 3 ad A, B, C. Et ne in minutiatis quoque orthogoniis exemplum dare subterfugiam, eum accipio, cui superius

à la longueur de l'hypoténuse au carré (i.e. 25) et j'attribue à la base le nombre 4 qui est la racine carrée du reste (i.e. 16).

- Ex. ad C. Pour découvrir le cathète à partir du même nombre 25, l'hypoténuse au carré, je l'amoindris de la base au carré (i.e. 16) et je donnerai au cathète une longueur de 3, la racine carrée du 9 restant.

- Ex. 2 ad A, B, C. De même, afin de donner encore un exemple pour ce qui précède, je prends un triangle qui a 12 dans le cathète et 16 dans la base. Je joints les nombres produits par ces derniers une fois mis au carré (i.e. 144 et 256) et je donne à l'hypoténuse la racine carrée du nombre 400 (i.e. 20), leur somme. A nouveau, si je soustrais de ces 400 le cathète au carré (i.e. 144), j'assigne à la base le nombre 16, la racine carrée du nombre restant (i.e. 256).

Si on retire aux mêmes 400 (qui sont générés par l' hypoténuse mise au carré) la base au carré (i.e. 256) on donne à la perpendiculaire (i.e. le cathète) une longueur de 12, qui est la racine carrée de 144.

- Ex. 3 ad A, B, C : De plus, afin que je ne me libère pas de la tâche de donner aussi un exemple pour les triangles rectangles de côtés fractionnaires, je prends celui auquel j'ai apposé plus haut un cathète de 6 1/3. Je trouve 40 1/9, lorsque je multiplie normalement ce cathète par lui-même, VI et trientem in catheto posueram, ipsumque cathetum regulariter, ut abacistae facillimum est, in se ducens, XL et unciam et duellam tetragonum invenio. Item basi, quae est VIII quicunx et duella, in se ducta fit tetragonus LXXI et quadranus, semunx, sextula, obolus, duae siliquae et tertia unius. Hi duo tetragoni simul juncti faciunt tetragonum CXI, quincuncem, obolum, duas siliquas, et tertiam unius siliquae continentem. Cujus latus tetragonale inventum, quod ex X, semis, semunx, sextula, nam hoc in se multiplicatum eumdem restituit, hypotenusae quantitatem ostendit.

Ex eodem autem hypotenusae numero in se ducto, CXI, quincunce, obolo, duabus siliquis et tertia siliquae, si cathetum in se, id est XL, unciam et duellam dempseris, reliqui LXXI, quadrantis, semuncis, sextulae, oboli, duarum siliquarum et terciae siliquae tetragonale latus, id est VIII quincunx, duella, basis erit. Si autem basis in se ducta, id est LXXI quadrans, semunx, sextula, obolus, bissiliqua, tertia siliquae, ex eodem hypotenusae numero dempta fuerit, remanentis, id est XL, unciae, et duellae, latus tetragonale, quod est VI et triens, cathetum restituit.

Atque haec regula in ceteris quoque hujusmodi

comme il est des plus simples pour l'abaciste. De même pour la base, qui a 8 4/9 de long, donne au carré un tétragone de 71 25/81. Les deux tétragones joints l'un à l'autre font un tétragone de surface 111 34/81. On trouve le côté tétragonal de celui-ci, qui vaut 10 5/9 (en effet ce nombre mis au carré rend le même tétragone) et qui indique la grandeur de l'hypoténuse.

Si tu retranches de l'hypoténuse au carré (i.e. 111 34/81) le cathète au carré (i.e. 40 1/12 1/36) la racine carrée du résultat (i.e. 71 25/81) sera la base. D'autre part, si on retranche la base au carré (i.e. 71 25/81) de l'hypoténuse au carré, la racine carrée du résultat (i.e. 40 1/9), qui vaut 6 1/3, restitue le cathète.

Et cette règle ne trompe jamais celui qui veut aussi la mettre semblablement à l'épreuve, dans tous les autres triangles rectangles, s'il désire trouver les mesures linéaires des côtés.

orthogoniis probare volentem numquam fallit, si lineares laterum mensurae invenire libuerit.

4. A. Ad constratam vero embadi, id est areae, quantitatem in his pythagoricis orthogoniis inveniendam hujusmodi tradunt regulam : trium laterum quantitates, catheti videlicet, basis et hypotenusae in unum colligantur ; medietas hinc sumatur et ab hac basis auferatur ; quod remanet, per cathetum multiplicetur, et summa inde nata duplicetur ; duplicata per quartam multiplicetur, nataeque inde summae latus tetragonale pro embado habeatur.

Ex. 1. Verbi gratia : minimi in superioribus orthogonii trium laterum numeros, id est III, IIII, V conjungo, fient mihi XII ; horum medietas VI erit. Inde sublata IIII basi, II residui per cathetum, id est III, ducti VI faciunt ; qui duplicati XII reddunt.

Hi per quartam sui partem, id est per III, ducti XXXVI efficiunt. Horum si latus tetragonale, quod est VI, accipio areae orthogonii hujus summam habeo.

Ex. 2. In primo quoque, quem cum minutiis posui,

4. [Déterminer l'aire d'un triangle pythagorique en fonction de ses côtés]

A. On rapporte une règle pour trouver la grandeur de l'aire dans ces triangles rectangles pythagoriciens. On procède ainsi : qu'on réunisse en un les quantités des trois côtés, le cathète, la base et l'hypoténuse ; puis qu'on en prenne la moitié et qu'on en retranche la base ; qu'on multiplie ce qui reste par le cathète, et qu'on duplique le résultat qui en est le produit ; qu'on multiplie le nombre dupliqué par son quart, et on a comme aire la racine carrée du résultat produit par la multiplication.[38]

Ex. 1. Par la grâce du verbe : j'additionne les longueurs des trois côtés du plus petit triangle rectangle parmi les précédents (i.e. les longueurs 3, 4, 5) ce qui fera 12 ; la moitié de ceux-ci sera 6. Puis, les 4 de la base une fois retranchés, les 2 restant multipliés par le cathète (qui vaut 3) font 6 ; ceux-ci donneront 12 après duplication.

Ceux-ci donnent 36, après une multiplication par leur quart (i.e. 3). Si je prends la racine carrée de ce nombre (i.e. 6) j'ai comme résultat l'aire de ce triangle rectangle.

Ex. 2 : Aussi, dans le premier triangle que j'ai cité comme fractionnaire, si je réunis les longueurs des côtés (i.e. 4, 5 1/3 et 6 2/3) je produis 16. Puis, lorsque j'en ai pris la moitié (qui vaut 8) et que j'ai retranché la base (qui vaut 5

38. Avec les notations de la dernière note, $(2a((a+b+c)/2-b))^2/4=a^2((a-b+c)/2)^2=9x^2 4x^2=(ab/2)^2=$le carré de l'aire.

eodem modo si laterum summas, id est IIII, V trientem, VI bissem, copulo, XVI conficio. Media, id est VIII, inde sumpta, basique, id est V et triente, inde ablata, residuis, id est II et bisse, per cathetum, id est IIII, ductis, X bissem habeo. His duplicatis, XXI et trientem facio, quibus per quartam sui, id est V trientem, ductis fient CXIII, dodrans et duella. Hujus tetragonale latus, quod est X bisse, si sumpsero, embadi totius planitiem impleo, et ita in ceteris.

B. Multum vero simplicior faciliorque et expeditior erit regula embadi inveniendi in omnibus orthogoniis, immo in omnibus prorsus triangulis universalis : ut scilicet per dimidium basis cathetus multiplicetur, et, quod inde creverit pro embado habeatur. Quod idem erit, si conversim per dimidium catheti basis integra multiplicetur, et inde natum embado detur ; vel si tota basis per totum perpendicularem ducatur, et nati inde numeri medietas areae tribuatur. Cum enim per cathetum basis, id est per longitudinem latitudo ducitur, quadrati areae quantitas inenitur. Quem cum transversim ab angulo ad angulum medium divido, duos nimirum triangulos sibi invicem aequos efficio, quia in utroque eorum medietatem areae tetragoni invenio.

1/3), j'obtiens 10 2/3, après avoir multiplié le reste (i.e. 2 2/3) par le cathète, dont la longueur est 4. Ce résultat dupliqué, j'obtiens 21 1/3 ; 21 1/3 multiplié par son quart (qui vaut 5 1/3) feront 113 7/9. Si je prends la racine carrée de ce nombre (laquelle vaut 10 2/3) je mesure l'aire de toute la figure. Il en sera de même pour tous les autres triangles rectangles.

B. La règle pour trouver la surface dans tous les triangles rectangles sera beaucoup plus simple, plus facile et plus rapide. De plus, elle s'étend à absolument tous les triangles : en vérité, qu'on multiplie le cathète par la moitié de la base et on a comme surface le résultat que cette multiplication fait naître. De même, si en retour la base en entier est multipliée par la moitié du cathète, le produit donnera alors aussi la surface ; ou encore, si toute la base est multipliée par toute la perpendiculaire, qu'on assigne à la surface la moitié du nombre produit. En effet, lorsqu'on multiplie la base par le cathète (i.e. la largeur est multipliée par la longueur) on trouve l'aire d'un rectangle. Quand je divise transversalement ce rectangle par le milieu, d'un angle à l'autre, je donne assurément lieu à deux triangles égaux l'un à l'autre : en effet, je trouve dans chacun d'eux la moitié de l'aire du tétragone.

Ex. 1. Cependant, afin que je soumette aussi des exemples pour cette règle, l'un des triangles rectangles cités plus haut

Ex. 1. Sed huic ut exempla quoque regulae subjiciam ex superioribus orthogoniis ille mihi proponatur, cujus cathetus XV, basis XX pedibus annotatur. Multiplico itaque per cathetum basim hoc modo: XV XX fiunt CCC. Horum dimidia, id est CL, totius areae pedum constratorum certo certius indicat numerum.

Ex. 2. Eodem modo in illo cum minutiis mixto, cujus cathetus pedes VI trientem, basis VIII quincuncem duellam possidet, basis per cathetum regulariter ducta efficit constratos pedes LIII, quincuncem, semuncem, sicilicum, obolum et siliquam. Horum medietas, quae est pedes XXVI bisse, semunx, duella et tremissis, totius quantitatem indicat areae. Eodemque modo in ceteris.

Ex. 3. Quod si minores quoque pede mensuras, utpote palmos, uncias, digitos, in praedictis embadis, quot sint, velis scire, respicito in superioribus, quantas ex his singulis constrati pedis capiat quantitas. Recipit quippe pes constratus, ut dictum est, palmos quater quaternos, id est XVI, uncias duodecies duodenas, id est CXLIIII, digitos sedecies sedenos, id est CCLVI. Per hos singulos numeros priorum aream orthogoniorum multiplica, et in priori quidem area, quae CL pedes constratos habet, invenies palmos constratos *II* CCCC, uncias *XXI* DC,

se propose à moi : celui dont le cathète mesure 15 pieds et la base 20 pieds. Ainsi donc, je multiplie la base par le cathète de la manière suivante : 15 fois 20 font 300. Il est sûr et certain que la moitié de 300 (i.e. 150) indique le nombre de pieds plans de toute la surface.

Ex. 2. On procédera de la même façon dans un triangle avec des côtés fractionnaires. Dans un triangle dont le cathète est de 6 1/3, la base de 8 4/9, le produit normal de la base par le cathète donne 53 13/27 pieds plans. La moitié de ceux-ci, qui est 26 853/1152, indique la grandeur de toute l'aire. Et on procédera de la même façon dans les autres cas.

Ex. 3. Si tu veux savoir combien il y a d'unités de mesures plus petites que le pied (comme les palmes, les onces, les doigts) dans les surfaces susmentionnées, regarde plus haut combien de chacune de ces mesures un pied plan contient. Assurément, comme on l'a dit, un pied plan occupe la place de 4 fois 4 = 16 palmes ; de 12 fois 12 = 144 onces ; de 16 fois 16 = 256 doigts. Multiplie l'aire des triangles précédents par chacun de ces nombres, et sans doute tu trouveras 2400 palmes plans dans l'aire précédente de 150 pieds plans, ou 21600 onces plans, ou 38400 doigts plans. Et encore, dans le triangle suivant dont la surface contient 26 853/1152 pieds digitos autem constratos *XXXVIII* CCCC. In sequenti vero, cujus area constratos pedes XXVI bissem semuncem duellam et tremissem continet, reperies palmos CCCCXXVII dexterantem sextulam et tremissem, uncias vero *III* DCCCL bissem, digitos autem *VI* DCCCXLV septuncem semuncem et tremissem contineri. Et eodem in ceteris modo.

Ex. 4. Quod si etiam ager hujusmodi orthogoni scema tenens proponitur, utpote cujus cathetus LX, basis LXXX, hypotenusa C perticis metiatur, et, quot jugera vel quot agripennos contineat, inquiratur, primo per cathetum, id est LX, basim, quae est LXXX, multiplico : fient *IIII* DCCC. Horum medietatem, id est *II* CCCC, pro constratis totius agri perticis habeo. Post autem, quoties in hoc numero constratae perticae unius jugeri, id est CCLXXXVIII, vel agripenni unius, id est CXLIIII, cohibeantur, inquiro. Sunt vero in *II* CCCC octies CCLXXXXVIII et insuper tertia eorum pars, CXLIIII vero in eodem numero sedecies habentur et bisse eorum; igitur in proposito agro orthogonio triangulo VIII jugera et tertiam jugeri partem, agripennos autem XVI et duas tertias agripenni unius contineri non dubium est.

plans, tu trouveras 427 109/128 palmes, mais 3850 2/3 onces, et 6845 725/1152 doigts. Et on procède de la même façon dans tous les autres.

Ex. 4. Ou encore, si on présente un champ formé à la manière du triangle rectangle et que l'on cherche à déterminer combien de jugères, ou combien d'agripenni il contient, on procédera ainsi. Supposons que son cathète mesure 60 perches, sa base 80 et son hypoténuse 100 perches, alors multiplie d'abord la base par le cathète, i.e. 60 par 80 : ils donneront 4800. Pour le nombre de perches plans de tout le champ, j'ai la moitié de ce nombre (i.e. 2400). Par ailleurs, je cherche ensuite à déterminer combien de fois le nombre de perches plans d'un jugère (i.e. 288) ou d'un aripennus (i.e. 144) est contenu dans ce nombre. Il y en fait 8 1/3 fois 288 dans 2400, et 16 2/3 fois 144 dans le même nombre : donc il n'y a pas de doute que 8 1/3 jugères, ou 16 2/3 aripenni sont contenus dans le champ en forme de triangle rectangle que l'on a présenté.

5. [Déterminer le cathète et la base d'un triangle pythagorique en fonction de son hypoténuse et de son aire] Mais

5. Sed quoniam de invenienda in his orthogoniis embadi quantitate satis dictum est, aliam adhuc regulam, qua per hypotenusae et embadi numeros cathetum et basim reperiunt, subjiciendam putamus, quae est hujusmodi :
Numero hypotenusae in se ducto quatuor embadorum numerositas adjiciatur, et hujus simul summae latus tetragonale sumatur, idque basis et catheti numerum simul complecti non dubitetur. Ut vero utrique eorum, basi scilicet et catheto, suus distincte numerus reddatur, ex numero hypotenusae in se ducto IIII embada subtraho, et residui adhuc numeri latus tetragonale sumo ; idque superius invento numero, qui basim et cathetum confuse continebat, adjungo, et horum simul medietatem majori ex his, utpote basi, propriam attribuo. Ipsum vero latus tetragonale si ab eodem numero, qui basim simul et cathetum continet, aufero, et residui dimidium sumpsero, minus ex his latus, utpote cathetum, reperio. Vel aliter : ex numero, qui basim cathetumque pariter continet, inventam basim aufero, et remanet cathetus ; vel cathetum repertum adimo, et reliqua erit basis.
Ex. 1. Quae omnia ut apertis certificentur exemplis, in quibuslibet superiorum probentur orthogoniis. Sumo

on a parlé suffisamment de la détermination de la grandeur de la surface dans ces triangles rectangles. C'est pourquoi nous pensons devoir soumettre en plus une autre règle, avec laquelle on découvre le cathète et la base par les grandeurs de l'hypoténuse et de l'aire. Cette règle se présente ainsi : qu'on adjoigne la grandeur de 4 aires à l'hypoténuse au carré et qu'on prenne alors la racine carrée de cette somme, et on ne saurait douter que c'est la grandeur de la base et du cathète ensemble. Par ailleurs, afin de rendre séparément à chacun d'eux (à savoir la base et le cathète) sa grandeur, je soustrais à la longueur de l'hypoténuse au carré 4 aires et je prends la racine carrée du nombre restant alors. J'ajoute ce dernier au nombre trouvé plus haut (celui qui contient indistinctement la base et le cathète) et j'assigne alors à juste titre la moitié de ce nombre au plus grand des côtés, à savoir la base[39].Mais si j'enlève à ce même nombre la racine carrée même qui contient simultanément la base et le cathète et si je prends la moitié du reste je trouve le plus petit de ces côtés, à savoir le cathète.
Ex. 1. Afin que toutes ces choses soient confirmées par des exemples clairs, qu'on les mette à l'épreuve dans n'importe lequel des triangles rectangles subcités. C'est pourquoi je prends celui dont l'hypoténuse mesure 10 pieds et l'aire 24 pieds. L'hypoténuse au carré monte jusqu'à 100. Quatre aires

39. Soit un triangle rectangle de cathète a, de base b, d'hypoténuse c. Algébriquement, $c^2+4ab/2=a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$=le carré de la base et du cathète ensemble et $c^2-4ab/2=(a-b)^2$=le carré de b-a, donc $a+b+b-a=2b$, supposant que $b>a$.

itaque eum, cujus hypotenusa X, embadum XXIIII pedes possidet. Ducta in se hypotenusa in C progreditur. Huic quatuor embada juncta CXCVI consurgunt. Cujus numeri latus, quod est XIIII, basis simul et catheti numerum concludit. Quae ut secernere valeam, ex numero hypotenusae in se, id est C, embada quatuor, id est XCVI, aufero, et remanentis quaternarii latus tetragonale communi utrorumque numero, id est XIIII adjungens, XVI habeo. Cujus medietatem, quae est VIII, basi assigno. Si vero ex communi utrorumque numero, id est XIIII, ipsum latus, quod binarius fuit, adimo, remanent duodecim. Cujus dimidium, id est VI, repraesentant cathetum. Quod idem erit, si inventam basim, id est VIII, a communi utrorumque numero, qui est XIIII, aufero, vel si inventum cathetum, id est VI, ab eodem communi numero, qui est XIIII, aufero.

Ex. 2. Item illum assumo, cujus podismus VI bissem, embadum X bissem continet. Podismus, id est VI bisse, in se XLIIII quincuncem et duellam creat. Cui si IIII ambeda, id est XLII bissem, adjungo, LXXXVII unciam et duellam conficio, cujus latus tetragonale, quod est VIIII et triens, catheti simul et basis quantitates comprehendit. Quae ut segregentur, ex numero podismi

jointes à ce nombre donnent lieu à 196. La racine carrée de ce nombre, qui est 14, contient en même temps le nombre de la base et du cathète. Afin que je puisse les séparer, je retranche 4 aires (i.e. 96) au nombre de l'hypoténuse au carré (i.e. 100); j'obtiens 16, en ajoutant la racine carrée du 4 restant au nombre commun à la base et au cathète (i.e. 14). J'assigne à la base la moitié de ce dernier (i.e. 8). Si j'enlève au nombre commun (i.e. 14) cette racine carrée qui valait 2, il reste 12. La moitié de ce nombre (i.e. 6) représente le cathète. Ce sera la même chose, si je retranche au nombre commun (i.e. 14) la base trouvée (i.e. 8) ou si je retranche le cathète trouvé (i.e. 6) du nombre commun (i.e. 14).

Ex. 2. D'autre part, je choisis le triangle dont le podisme contient 6 2/3, l'aire 10 2/3. Le podisme (i.e. 6 2/3) au carré fait 44 4/9. Si j'adjoins 4 aires (i.e. 42 2/3) à ce nombre, je calcule 87 1/9, dont la racine carrée (i.e. 9 1/3) comprend en même temps les grandeurs de la base et du cathète. Afin de les distinguer, je retire 4 aires (i.e. 42 2/3) au nombre du podisme au carré (i.e. 44 4/9), et il reste 1 7/9. Si on enlève au nombre commun (i.e. 9 1/3) la racine carrée de ce nombre (i.e. 1 1/3), la moitié du reste (i.e. 8), in se, id est XLIIII quincunce et duella, areas IIII, id est XLII bissem, subduco et remanent I dodrans et duella. Cujus latus tetragonale, quod est I triens, si a communi utrorumque numero, qui est VIIII et triens, adimatur, residui, id est VIII, dimidium, scilicet quaternarius, cathetum determinat. Idem vero latus, quod est I triens, ad eumdem communem numerum, qui est VIIII triens, adjunctum, X et bissem conficit. Cujus medietas, quae V et triens est, basim haud dubie reddit. Et hae quidem interim sufficiant regulae, quas de pythagoricis ad praesens potuimus invenire.

6. Formantur vero et alii ex ipsis pythagoricis, quos supra descipsimus, orthogonii tripleuri, si eam, quam supra basis habuerat, cathetus accipiat, et, quam cathetus possederat, basis alternatim sibi quantitatem assumat, ut in subscriptis [fig. 40]. Sed in horum regulis orthogoniorum diutius non arbitror immorandum. Nam universae regulae, quae in superioribus pythagoricis sive ad laterum quantitatem alternatim dinoscendam, sive ad mensuram areae inveniendam traditae sunt et exemplis dilucidatae sunt, in his nihilominus eamdem consequentiam probantur retinere, tantum si quod in

qui est sans doute 4, détermine le cathète. D'autre part, ce même côté qui vaut 1 1 / 3 donne 10 2 / 3, une fois ajouté au même nombre commun (i.e. 9 1 / 3). La moitié de ce résultat (i.e. 5 1 / 3) rend sans doute la base. Mais en voilà assez pour l'instant sur ces règles que nous avons pu trouver jusqu'à maintenant au sujet des triangles pythagoriciens.

6. [Inimportance de l'orientation d'un triangle pythagorique] En vérité, d'autres triangles rectangles aussi sont formés à partir de ces triangles pythagoriques que nous avons décrit plus haut. En effet, cela a lieu si le cathète reçoit la longueur que la base avait eue avant, et que la base prend celle que le cathète avait possèdé, comme ici : [fig. 40]. Cependant, je ne pense pas devoir insister plus longtemps sur les propriétés de ces triangles rectangles. En effet, les règles universelles pour connaître la longueur des côtés ou la surface des triangles pythagoriques cités plus haut (règles qu'on a présentées et élucidées par des exemples), s'appliquent tout autant à ceux-ci. Ainsi, que chacun se souvienne d'attribuer tantôt à la base ce qui semble se rapporter spécialement au cathète dans certaines de ces règles, et tantôt au cathète ce

quibusdam illarum ad cathetum specialiter videtur pertinere, hic basi, et quod ibi ad basim, huc catheto quis meminerit attribuere. Quod ob cavendam prolixitatem, ne jam dicta videar replicare, diligentiae et probationi lectoris malui relinquere.

7. Sed nequaquam silentio puto transeundum, quod interim, dum haec scriptitarem, ipsa mihi natura obtulit speculandum. Quemcunque superiorum orthogoniorum ad alium comparare voluerism juyta quod Plato in Cosmopeia Timaei de planis figuris proponit, Boetiusque in arithmeticis de tetragonis tantum per exemplum ostendit, unam inter eos geometricam medietatem, quae utrumque una proportione conjungat, te invenire miraberis.

Ex. 1. Primi quippe ex praescriptis orthogoniis aream VI implet, quem si ad secundum, qui XXIIII continet, comparaveris, unum solum inter eso numerum, id est XII, qui utrosque una, id est dupla, proportione continuet reperire poteris. Item inter secundum et tertium, id est XXIIII et LIIII, medius numeris XXXXVI invenitur, qui ad utrumque sesqualtera

qui semble se rapporter à la base. J'ai préféré laisser cela à la diligence et l'examen du lecteur, pour me garder des longueurs et pour ne pas sembler répéter des choses déjà dites.

7. [Les médiétés géométriques liant les aires des triangles rectangles pythagoriques] Cependant, je pense qu'il ne faut en rien passer sous silence ce que la nature elle-même soumet à mon observation, pendant que j'écris ces choses. Quelques triangles rectangles parmi les précédents que tu veuilles comparer à un autre (selon ce que Platon expose dans la cosmopée du Timée au sujet des figures planes, et ce que Boèce montre seulement en exemple au sujet des tétragones, dans l'Arithmétique[40]), tu t'émerveilleras de trouver une unique médiété géométrique entre eux, laquelle joint l'un à l'autre par une proportion.[41]

Ex. 1. Assurément, si tu comparais le premier des triangles rectangles décrits (dont l'aire mesure 6) avec le second (dont l'aire mesure 24) tu pourrais découvrir qu'un seul nombre situé entre eux, à savoir 12, rattache l'un à l'autre par une unique proportion, qui est la double. De même, on trouve un nombre médiant (qui vaut 36) entre le second et le troisième (dont les aires sont 24 et 54 respectivement), dont le rapport avec l'un et l'autre est sesquialtère. Tu trouves un nombre médiant entre le troisième et le quatrième (dont les aires valent 54 et 96, respectivement), qui rattache l'un à l'autre

40. Cf. Platon, *Timée*, supra ; cf. Boèce, *De Institutione arithmeticae* (1.2, pp. 135-136)

41. Au sujet des médiétés, cf. Nicomaque de Gérase, *Arithmétique, Introduction* (1.12)

habitudine comparatur. Inter tertium et quartum, id est LIIII et XCVI, medium LXXII numerum sesquitertia utrosque proportione continuantem adinvenis ; et quoscunque quotlibet intermissis sibi invicem conferes, idem sine errore pernosces. Nam si item primum ad quintum, id est VI ad CL, conferas in medio nihilominus XXX, qui quincupla utrosque collatione continuet, investiges. Item si secundum et sextum, id est XXIIII et CCXVI compares, LXXII medium tripla utrosque proportione coadunantem recognosces.

Ex. 2. Nec si integros ad minutiatos, vel minutiatos ad se invicem orthogonios conferre cupias, aliquod te scrupulum offendere metuas. Nam si item primum, id est VI, ad eum, qui X et bissem in embado continet, conferas, in medio VIII, qui sesquitertia alterutros habitudine copulet, mox aspicias. Item si eumdem, qui X bissem, ad sequentem, qui XVIII trientem et semuncem concludit, velis comparare, medius XIIII numerus geometricae medietatis proprietates inter eos probatur obtinere ; XIIII namque numerus X et bissem in se continet et ejus quinque sextas decimas, et item

par un rapport sesquitierce ; et quelques triangles que tu rapportes l'un à l'autre, tu te rendras infailliblement compte de la même chose, quel que soit le nombre de triangles interposés. En effet, si tu rapportes le premier au cinquième (dont les aires sont 6 et 150, respectivement), tu ne découvriras pas moins 30, nombre qui rattache l'un à l'autre par un rapport quincuple. De même, si tu compares le second et le sixième (dont les aires sont 24 et 216, respectivement), tu reconnaîtras un nombre médiant (à savoir 72) liant l'un à l'autre par un rapport triple.[42]

Ex. 2. Et si tu désirais rapporter les triangles entiers aux fractionnaires, ou les fractionnaires rectangles à eux-mêmes, tu ne craindrais pas que quelque obstacle te mette en échec. En effet, si de même tu rapportes le premier (dont l'aire vaut 6) à celui dont la surface contient 10 2/3, tu t'apercevrais bientôt qu'au milieu le chiffre 8 rattache les deux triangles par un rapport sesquitierce. De même, si tu voulais comparer le même (dont l'aire vaut 10 2/3) au suivant (dont l'aire vaut 18 3/8), le nombre médiant 14 montre à l'épreuve qu'il détient les propriétés de la médiété géométrique ; en effet, 14 contient 10 2/3 et ses cinq seizièmes, et 18 3/8 contient de même 14 et ses cinq seizièmes ; on appelle cette proportion la superquinquepartiente de 16. C'est pourquoi, afin de ne pas m'attarder trop longtemps : comme on l'a dit, quelque

42. Soit deux triangles pythagoriques de cathètes $3x$, $3x'$, de bases $4x$, $4x'$, d'hypoténuses $5x$, $5x'$, respectivement. Avec $x'>x$, trouver la médiété correspond à résoudre l'équation en y

$(6x^2)=6x'^2/y$ ou $y^2=36x^2x'^2$

ou $y = 6xx'$ puisque $x, x' > 0$.

XVIII triens semunx eodem modo XIIII in se continet et ejus quinque sextas decimas; quae proportio superquinquepartiens sextas decimas appellatur. Itaque ne diutius immorer, quamcunque talium orthogoniorum alii conferas, unum inter eos, ut dictum est, numerum, qui omnes geometricae medietatis proprietates custodiat, intitubanter invenire poteris.
8. Sed hic numerus, geometricam scilicet proportionalitatem efficiens, hoc modo erit inveniendus :

A. Cathetus prioris orthogonii per basim multiplicetur sequentis sive, quod idem erit, basis prioris per cathetum ducatur sequentis, et nati inde numeri medietas sumatur, et pro medietate geometrica inter ipsos orthogonios habeatur.

Ut inter VI et XXIIII. Cathetus prioris, qui est III, per basim sequentis, quae VIII habet, ducatur, et XXIIII creantur. Cujus medietas, quae est XII, loco geometricas medietatis inter VI et XXIIII statuatur.

B. Vel aliter. Ipsa orthogoniorum embada inter se multiplicentur, natique inde numeri latus tetragonale pro geometrica inter eos collocetur medietate.

triangle que tu rapporterais à un autre parmi de tels triangles rectangles, tu pourrais avec certitude trouver un nombre qui détiendrait toutes les propriétés de la médiété géométrique.

8. [Déterminer la médiété géométrique] On devra déterminer ce nombre, i.e. celui qui produit le rapport géométrique, de la manière suivante :
A. Qu'on multiplie le cathète du premier triangle rectangle par la base du deuxième (ou, ce qui est la même chose, qu'on multiplie la base du premier par le cathète du deuxième) et qu'on prenne la moitié du nombre produit; qu'on considère cette moitié comme la médiété géométrique entre ces triangles rectangles.[43]
Par exemple, qu'on détermine la médiété géométrique entre le triangle dont l'aire vaut 6 et celui dont l'aire vaut 24. Qu'on multiplie le cathète du premier (i.e. 3) par la base du suivant (i.e. 8) et on obtient 24. La moitié de ce nombre, qui est 12, est établie comme médiété géométrique de 6 et 24.
B. Ou autrement. Qu'on multiplie les aires mêmes des triangles rectangles entre elles, et qu'on établisse la racine carrée du nombre produit comme la médiété géométrique de ces triangles.[44]
Ainsi, dans les triangles mentionnés précédemment (leurs

43. Avec les notations de la dernière note, $3x4x'/2=6xx'=y$
44. Avec les notations de la dernière note, $\sqrt{(6x^2 6x'^2)}=6xx'=y$

Ut in suprascriptis, qui XXVIII sextantem et LVII et semuncem in embadis suis continent, embada inter se ducta in LDCVI bissem emisesclam consurgunt. Horum latus tetragonale XL et uncia invenitur, geomatricaeque medietatis proprietates inter ipsos orthogonios conservare dinoscitur.

9. Illud quoque in his volo consideres, quod ipsa eademque proportione per geometricam medietatem, de qua dixi, orthogonii ipsi continuantur, qua videlicet latera eorum univoca, id est cathetus catheto, basis basi, podismus podismo sibi invicem conferuntur. Nam si latera ad se invicem dupla sunt, dupla nihilominus orthogonii ipsi collationa per intervenientem copulantur medietatem ; si sesqualtera, sesqualtera ; si sesquitertia, sesquitertia, et in ceteris similiter. Sed de his hactenus.

VII.

1. Nunc etiam de reliquis orthogoniis videamus.

aires mesurent respectivement 28 1/6 et 57 1/24) la multiplication des aires entre elles produit 1606 97/144. On trouve que la racine carrée de ce nombre est 40 1/12, et on reconnaît que ce résultat détient toutes les propriétés de la médiété géométrique de ces triangles rectangles.

9.[Le rapport entre la médiété et les aires est identique au rapport des côtés entre eux] Je veux aussi qu'on observe ceci : la médiété géométrique (dont on a parlé) rattache les triangles rectangles eux-mêmes par le rapport des côtés homonymes ; c'est-à-dire que le cathète est rapporté au cathète, la base à la base, le podisme au podisme. En effet, si le rapport des côtés est double, les triangles rectangles eux-mêmes ne sont pas moins en rapport double avec la médiété interposée ; si le rapport des côtés est double, le rapport des triangles sera double ; s'il est sesquitierce, il sera sesquitierce ; et pour tous les autres triangles il en sera de même. Mais en voilà assez à ce sujet.[45]

VII. [Les autres triangles rectangles]

1. [Triangles rectangles restants] Mais maintenant, considérons les triangles rectangles restants.

Les autres triangles rectangles ne sont pas unis par les mêmes proportions de côtés, qui unissaient les précédents.

45. Avec les notations de la dernière note, $y/(6x^2)=6xx'/(6x^2)==x'/x=3x'/(3x)=\ldots$

Fiunt item alii orthogonii non iisdem laterum proportionibus, quibus superiores, conjugati, sed ad ipsorum tamen similitudinem tali in lateribus numero insigniti, ut cathetus itemque basis in se singillatim ducti tales duos tetragonos efficiant, qui item conjunctione sui tertium tetragonum componant, cujus videlicet tetragonale latus, juxta regulam superius prolatam, podismi quantitatem ostendat, ut sunt subjecti, una sibi invicem laterum proportione germani [fig. 41]. Item isti aliis laterum proportionibus compacti [fig. 42].

Cependant, ils sont distingués par les nombres de leurs côtés : le cathète et la base produisent deux tétragones (lorsqu'ils sont séparément multipliés par eux-mêmes) qui se joignent en un troisième tétragone dont le côté indique la grandeur du podisme (selon la règle énoncée plus haut). Il en est ainsi dans les triangles ci-dessous : [fig. 41]. Il sont semblables par une proportion unique des côtés. De même, ceux-ci sont réunis par d'autres proportions des côtés : [fig. 42].

(cetera desunt)

BIBLIOGRAPHIE

1. Sources de Gerbert et corollaires

1 - EUCLIDE, *Les Eléments*, trad. G.J. Kayas, CNRS, 1978

2 - BOECE, *De Institutione Arithmeticae*, trad. M. Masi, Rodopi, Amsterdam, 1983
«Commentaire sur les catégories», in *Corpus Christianorum, Series latina*, Brepols, s.l.,1984

3 - (PSEUDO-) BOECE : «Euclidis Elementa»
«Ex demonstratione artis geometricae excerpta»
«Ex geometria excerpta»
in *Gromatici veteres*, éd. Blume, ..., 1848

4 - ST-AUGUSTIN, *De Quantitate Animae*, trad. P. de Labriolle, Desclée de Brouwer, vol. 5, 1939

5 - MARTIANUS CAPELLA, *The Marriage of Mercury and Philology*, trad. W.H. Stahl, pp. 125-149 vol. I, et pp. 215-273 vol. II, Columbia Univ. Press, 1971

6 - CASSIODORE, *Institutiones*, éd. Mynors, 1937

7 - CHALCIDIUS, *Commentaire sur le Timée*, éd. J.H. Waszink, The Warburg Institute, 1962

8 - PLATON, *Timée*, trad. J. Moreau, pp. 431-525, Gallimard (La Pléiade)

9 - ISIDORE DE SÉVILLE, *Etymologies*, Les Belles-Lettres, Paris, 1981

10 - ISIDORE DE SÉVILLE, *De la nature des choses*, éd. J. Fontaine, Féret, Bordeaux, 1960

11 - BALBUS, «Balbi ad Celsum expositio et ratio omnium mensurarum», in *Gromatici veteres*, éd. Blume, Lachmann et Rudorff, pp. 91-108, 1848

12 - NICOMAQUE DE GÉRASE, *Arithmétique*, éd. J. Bertier, Vrin, 1978

13 - HÉRON D'ALEXANDRIE, *Definitiones et geometria*, éd. et trad. J.L. Heiberg, Teubner, 1899

14 - MACROBE, *Commentaire sur le songe de Scipion*, trad. M. Nisard, Firmin Didot, 1854

15 - THÉON DE SMYRNE, *Connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*, trad. J. Dupuis, Hachette, 1892

16 - PLINE L'ANCIEN, *Histoire naturelle*, trad. J. Beaujeu, Les Belles-Lettres, Paris, 1947

17 - VARRON, in Bubnov, «Opera mathematica ... » (3.1, pp. 495-508)

2. Références

1 - M. Cantor, *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, vol.1, Leipzig, 1901
Die Römischen Feldmesser, Sändig Reprint Verlag, 1982
2 - J.P. Colette, *Histoire des mathématiques*, Vuibert, 1973
3 - U. Lindgren, *Gerbert von Aurillac*, Franz Steiner Verlag, 1976
4 - P. Riche, *Gerbert d'Aurillac*, Fayard, 1987
5 - L. Thorndike, *History of magic and experimental science*, vol.1, Columbia Univ. Press, 1923
6 - E. Gilson, *La philosophie au moyen-âge* , pp. 223-232, Payot, 1986
7 - A. Delessert, *Géométrie plane*, SPES, 1960
8 - G. Duby, *L'an mil*, special, pp. 41-54, archives Julliard, 1967
9 - H.G. Zeuthen, *Histoire des mathématiques dans l'antiquité et au moyen-âge* , Paris, 1902
10 - J. Leflon, *Gerbert*, Ed. de Fontenelle, 1946
11 - P. Tannery, *La géométrie au XIe s., Une correspondance d'écolâtres au XIe s.* , Mémoires scientifiques, vol. 5,
12 - U. Lindgren, «Gerbert», in *Lexikon des Mittelalters*
13 - S.A. Bedini, «Sylvester», in *The Encyclopedia of the Middle-Ages*

14 - F. Picavet, *Gerbert, un pape philosophe*, Paris, 1897
15 - G.R. Evans, *The Sub-Euclidean Geometry* in *Archive for History of Exact Sciences* , vol. 16, 1976
16 - J.M. Millas Vallicrosa, *Assaig d'historia de les idees fisiques i matematiques a la Catalunya medieval* , Barcelone, 1931
17 - *Gerberti Symposium* (Bobbio 2-27 Juillet 1983), Archivum Bobbiense, Bobbio, 1985
18 - E. Rottenburger, *Gerbert and the Classics* (Univ. of Cincinnati dissertation), 1964
19 - H. Weisenborn, *Gerberts Beitraege zur Kenntnis der Mathematik im Mittelalter*, Berlin, 1888
20 - T. Whittaker, *The Neo-Platonists* , Georg Olms, Hildesheim, 1987
21 - H. Gericke, *Die Mathematik im Abendland* , Springer-Verlag, Berlin, 1990

3. Editions de la Géométrie

1 - *Opera mathematica Gerberti* , éd. N. Bubnov , pp. 48-97, Georg Holms Hildesheim, 1963 (rééd. de 1898)
2 - *Oeuvres de Gerbert*, éd. A. Olleris, pp. 401-427, 1867
3 - «Œuvres», in *Patrologie latine*, éd. J.P. Migne, vol. 139, 1853

4. Traductions d'autres œuvres de Gerbert

1 - L. BARSE, *Lettres et discours de Gerbert*, Riom, 1847

2 - E. de BARTHÉLÉMY, *Gerbert, Etude sur sa vie et ses oeuvres, suivies de la traduction de ses lettres*, Paris-Lyon, 1868

3 - J. HAVET, *Lettres de Gerbert*, Paris, 1889

4 - H.P. LATTIN, *The Letters of Gerbert*, New-York, 1981

5 - H. MICHEL, *Traité de l'astrolabe* (Opus dubium), Paris, 1947

5. Contemporains

1 - RICHER DE ST-RÉMI DE REIMS, *Histoire de France*, trad. R. Latouche, Les Belles-Lettres, 1964

2 - «T_estimonia de Gerberto mathematico» in Bubnov . *Opera mathematica* ..., appendix VI

3 - FRANCON DE LIEGE, «De quadratura circuli», in *Archives internationales pour l'histoire des sciences*, vol. 26, p. 59

4 - «Correspondance de Raoul de Liège et de Raimbaud de Cologne», in *Mémoires scient.*, éd. P. Tannery, vol. 5, pp. 264-296

5 - ABBON DE FLEURY, «Œuvres» in *Patrologie latine*, vol. 139, pp. 422-570

6 - FULBERT DE CHARTRES, *The letters and poems*, trad. F. Behrends, Clarendon Press, Oxford, 1976

7 - ADALBOLD D'UTRECHT, «Correspondance avec Gerbert», in Bubnov, *Opera mathematica* ... (3.1, pp. 300-309)

TABLE DES MATIERES

* L'annexe 2 est une copie de la liste des figures se trouvant dans *Opera mathematica Gerberti* (3.1) Les références à la pagination qu'on peut y lire (entre parenthèses au dessus des groupes de figures) n'ont donc pas de signification ici.

1. Lexique des fractions

As	1	Bissis	2 / 3
Calcus	1 / 2304	Cerates	1 / 1152
Dextans	5 / 6	Dodrans	3 / 4
Drachma	1/96	Duella	1/36
Emisescla	1/144	Obolus	1/576
Quadrans	1/4	Quincunx	5/12
Scripulus	1/288	Semis	1/2
Semunx	1/24	Septunx	7/12
Sescunx	1/8	Sextans	1/6
Sextula	1/72	Sicilicus	1/48
Siliqua	1/1728	Tremissis	5/1152
Triens	1/3	Uncia	1/12