

Synopsis du module: R5.04 Traitement numérique des données

Clément Rau
Laboratoire de Mathématiques de Toulouse
Université Paul Sabatier-IUT GEA Ponsan

Année 2024-2025

- 1 Contenu du module
- 2 Esquisse d'explications - Objectifs
 - Un exemple en économie
 - Objectifs à court terme
- 3 Plan du cours

Préambule

- "C'est ce que nous pensons déjà connaître qui nous empêche souvent d'apprendre" (Claude Bernard)

Mots clés

Optimisation, Fonction de 2 variables, Programmation linéaire,

Ce que suggère le programme officiel

- Résoudre des problèmes d'optimisation (issus de modélisations économiques) :
 - fonctions à deux variables,
 - programmation linéaire.

Ce que suggère le programme officiel

- Résoudre des problèmes d'optimisation (issus de modélisations économiques) :
 - fonctions à deux variables,
 - programmation linéaire.
- Mettre en oeuvre de l'utilisation approfondie d'un tableur et d'un logiciel à des fins de traitements statistiques.

Ce que suggère le programme officiel

- Résoudre des problèmes d'optimisation (issus de modélisations économiques) :
 - fonctions à deux variables,
 - programmation linéaire.
- Mettre en oeuvre de l'utilisation approfondie d'un tableur et d'un logiciel à des fins de traitements statistiques.
- Analyser les résultats des tests (χ^2 d'indépendance, tests de comparaisons), corrélation.

Ce que suggère le programme officiel

- Résoudre des problèmes d'optimisation (issus de modélisations économiques) :
 - fonctions à deux variables,
 - programmation linéaire.
- Mettre en oeuvre de l'utilisation approfondie d'un tableur et d'un logiciel à des fins de traitements statistiques.
- Analyser les résultats des tests (χ^2 d'indépendance, tests de comparaisons), corrélation.
- Etudier des séries chronologiques pour établir des prévisionnels.

Connexions relatives à votre filière

Les individus identifient des situations où ils doivent faire des choix, et procèdent par décisions conscientes et délibérées.

Connexions relatives à votre filière

Les individus identifient des situations où ils doivent faire des choix, et procèdent par décisions conscientes et délibérées.

- **OPTIMISATION** : ils dressent une liste exhaustive des décisions possibles, examinent les conséquences de chacune d'elle, les classent par ordre de préférence, et choisissent la meilleure.

Connexions relatives à votre filière

Les individus identifient des situations où ils doivent faire des choix, et procèdent par décisions conscientes et délibérées.

- **OPTIMISATION** : ils dressent une liste exhaustive des décisions possibles, examinent les conséquences de chacune d'elle, les classent par ordre de préférence, et choisissent la meilleure.
- **STRATEGIE** : ils anticipent dans leurs décisions les décisions d'autrui.

Connexions relatives à votre filière

Les individus identifient des situations où ils doivent faire des choix, et procèdent par décisions conscientes et délibérées.

- **OPTIMISATION** : ils dressent une liste exhaustive des décisions possibles, examinent les conséquences de chacune d'elle, les classent par ordre de préférence, et choisissent la meilleure.
- **STRATEGIE** : ils anticipent dans leurs décisions les décisions d'autrui.

Cette théorie de la décision est très ancienne. C'est un des fondements du modèle standard en économie. Exemple : la stratégie d'une entreprise !

Connexions relatives à votre filière

Les individus identifient des situations où ils doivent faire des choix, et procèdent par décisions conscientes et délibérées.

- **OPTIMISATION** : ils dressent une liste exhaustive des décisions possibles, examinent les conséquences de chacune d'elle, les classent par ordre de préférence, et choisissent la meilleure.
- **STRATEGIE** : ils anticipent dans leurs décisions les décisions d'autrui.

Cette théorie de la décision est très ancienne. C'est un des fondements du modèle standard en économie. Exemple : la stratégie d'une entreprise !

Et mathématiquement, ça donne quoi ?

Connexions relatives à votre filière

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .
- Les préférences (ou l'utilité) sont représentées par une fonction $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
(l'individu préfère x à y si $U(x) > U(y)$)

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .
- Les préférences (ou l'utilité) sont représentées par une fonction $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
(l'individu préfère x à y si $U(x) > U(y)$)
- Son budget est un capital S .

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .
- Les préférences (ou l'utilité) sont représentées par une fonction $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
(l'individu préfère x à y si $U(x) > U(y)$)
- Son budget est un capital S .

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .
- Les préférences (ou l'utilité) sont représentées par une fonction $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
(l'individu préfère x à y si $U(x) > U(y)$)
- Son budget est un capital S .

Mathématiquement, on a donc le pb d'optimisation suivant :

$$\max_{\sum_i p_i x_i \leq S} U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Connexions relatives à votre filière

Dans ses choix de consommation, un individu est caractérisé par ses préférences et son budget.

- Ses choix de consommation sont représentés par un vecteur (x_1, x_2, \dots, x_n) où x_i est la quantité de denrée i .
- Les préférences (ou l'utilité) sont représentées par une fonction $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
(l'individu préfère x à y si $U(x) > U(y)$)
- Son budget est un capital S .

Mathématiquement, on a donc le pb d'optimisation suivant :

$$\max_{\sum_i p_i x_i \leq S} U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Souvent les fonctions qui interviennent sont linéaires, par ex les contraintes sont ici linéaires ...

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

- Maitriser les bases de l'analyse.

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

- Maîtriser les bases de l'analyse.
 - Dérivées, (Primitives, Intégrales).

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

- Maîtriser les bases de l'analyse.
 - Dérivées, (Primitives, Intégrales).
- Optimisation.

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

- Maîtriser les bases de l'analyse.
 - Dérivées, (Primitives, Intégrales).
- Optimisation.
 - Sans contraintes pour fonction d'une variable et de deux variables.
 - Avec contraintes d'égalité pour fonction de deux variables.
 - Avec contraintes d'inégalité pour fonction de deux variables (cas simples).
 - Déterminer des zones de contraintes linéaires, systèmes linéaire.

Choix pédagogique

Compétences que l'on développera :

- Maîtriser les bases de l'analyse.
 - Dérivées, (Primitives, Intégrales).
- Optimisation.
 - Sans contraintes pour fonction d'une variable et de deux variables.
 - Avec contraintes d'égalité pour fonction de deux variables.
 - Avec contraintes d'inégalité pour fonction de deux variables (cas simples).
 - Déterminer des zones de contraintes linéaires, systèmes linéaire.

⇒ **Etre capable d'utiliser ces notions pour modéliser un pb concret.**

Plan du cours, Avertissements

- Choix pédagogique discutable sur la chronologie de l'introduction des notions.

Plan du cours, Avertissements

- Choix pédagogique discutable sur la chronologie de l'introduction des notions.
- Non "satisfaisant" pour un matheux, mais peut être plus accessible pour un non matheux.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.
- **Séance 3** : Cours : Optimisation en dim 2 sans contraintes.
Exemples puis début du TD.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.
- **Séance 3** : Cours : Optimisation en dim 2 sans contraintes.
Exemples puis début du TD.
- **Séance 4-5** : TD sur l'optimisation en dim 2, puis avec
contrainte se ramenant en dim 1.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.
- **Séance 3** : Cours : Optimisation en dim 2 sans contraintes.
Exemples puis début du TD.
- **Séance 4-5** : TD sur l'optimisation en dim 2, puis avec
contrainte se ramenant en dim 1.
- **Séance 6** : Cours : Optimisation avec contraintes
d'égalités/inégalités (ex linéaires, résolution graphique).
Exercices.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.
- **Séance 3** : Cours : Optimisation en dim 2 sans contraintes.
Exemples puis début du TD.
- **Séance 4-5** : TD sur l'optimisation en dim 2, puis avec
contrainte se ramenant en dim 1.
- **Séance 6** : Cours : Optimisation avec contraintes
d'égalités/inégalités (ex linéaires, résolution graphique).
Exercices.
- **Séance 7** : TP info : Visualisation 3d de fonctions de 2
variables.

Plan du cours

- **Séance 1** : Cours : Rappels d'analyse (notion de dérivée).
Etude de fonctions réelles. Début du TD.
- **Séance 2** : Suite du TD sur les fonctions réelles.
- **Séance 3** : Cours : Optimisation en dim 2 sans contraintes.
Exemples puis début du TD.
- **Séance 4-5** : TD sur l'optimisation en dim 2, puis avec
contrainte se ramenant en dim 1.
- **Séance 6** : Cours : Optimisation avec contraintes
d'égalités/inégalités (ex linéaires, résolution graphique).
Exercices.
- **Séance 7** : TP info : Visualisation 3d de fonctions de 2
variables.
- **Séance 8** : Partiel des 2 groupes GEMA.

⇒ **Partiel**(*date : ...en amphi...*).

⇒ **Partiel**(*date : ...en amphi...*).

Conditions *possibles* pendant l'examen :

- calculatrices autorisées.
- une feuille A4 de notes manuscrites.

Compléments, Contact

- Support des cours en beamer, téléchargeable sur :
<http://www.math.univ-toulouse.fr/rau/>
(rubrique teaching)

Compléments, Contact

- Support des cours en beamer, téléchargeable sur :
<http://www.math.univ-toulouse.fr/rau/>
(rubrique teaching)
- Feuilles d'exercices.

Compléments, Contact

- Support des cours en beamer, téléchargeable sur :
<http://www.math.univ-toulouse.fr/rau/>
(rubrique teaching)
- Feuilles d'exercices.
- Pour toutes questions, email : clement.rau@iut-tlse3.fr