
Exercices de révision

Exercice 1 Le tableau suivant donne les résultats obtenus à partir de 10 essais de laboratoire concernant la charge de rupture d'un acier en fonction de sa teneur en carbone. Un acier a une teneur en carbone de 77.

Teneur en carbone : x_i	70	60	68	64	66	64	62	70	74	62
Charge de rupture (en kg) : y_i	87	71	79	74	79	80	75	86	95	70

Donner une estimation de sa charge de rupture en faisant une approximation linéaire.



Exercice 2 Une boîte de médicaments B_1 contient 10 comprimés jaunes et 0 rouges.

Une boîte de médicaments B_2 contient 4 comprimés jaunes et 1 rouges.

Une boîte de médicaments B_3 contient 5 comprimés jaunes et 5 rouges.

1. On prend une boîte au hasard et de cette boîte on tire un comprimé au hasard : le comprimé est rouge. Calculer la probabilité pour que le comprimé ainsi tiré provienne de la boîte B_1 ? de la boîte B_2 ? de la boîte B_3 ?
2. On réunit les 25 comprimés des boîtes. On tire au hasard un comprimé et ce dernier est rouge. Calculer la probabilité pour que le comprimé ainsi tiré provienne de la boîte B_1 ? de la boîte B_2 ? de la boîte B_3 ?



Exercice 3 Pour garantir l'anonymat dans certaines enquêtes par sondage, on introduit le hasard dans les réponses possibles. Admettons que l'on cherche à savoir quelle est la proportion de médecins ayant pratiqué illégalement l'avortement. On demande alors à chaque médecin interrogé de se retirer dans son cabinet et de jouer à pile ou face de la façon suivante :

1. S'il obtient pile, il doit répondre, sincèrement, à la question : "Avez-vous un jour pratiqué un avortement illégal?"
2. S'il obtient face, il doit rejouer et répondre, toujours aussi sincèrement, à la question : "Avez-vous obtenu face au deuxième tirage?"

Ainsi le médecin donne une seule réponse, "Oui" ou "Non", mais l'enquêteur ne sait pas s'il a répondu à la première ou à la deuxième question. Supposons que la proportion de "Oui" ait été de 41% . Quelle est la proportion de médecins ayant pratiqué un avortement illégal?



Exercice 4 L'épreuve orale de statistique et probabilités d'un IUT est organisée en lots de 3 sujets tirés au sort parmi 80 sujets portant sur ce cours. L'étudiant doit traiter un des sujets de son choix.

1. Un candidat se présente en n'ayant révisé que 50 sujets. On note X la variable à aléatoire comptant le nombre de sujet révisé parmi les 3 tirés. Déterminer la loi de X ainsi que son espérance et écart type.
2. Combien de sujets un étudiant doit-il réviser pour avoir une probabilité au moins égale à 0,99 de répondre au moins à un sujet ?



Exercice 5 A l'entrée d'une station de métro, un marchand de journaux remarque qu'en moyenne, entre 8h et 9h, une personne sur 10 achète un journal.

1. Sachant qu'il passe 400 personnes entre 8h et 9h, indiquer la loi de probabilité de X , nombre de journaux vendus pendant cette période (préciser les hypothèses).
2. Donner l'espérance mathématique et la variance de X .
3. Par quelle loi de probabilité peut-on approcher la loi de X ? Utiliser cette approximation pour calculer les probabilités des événements : $X = 42$, $X \geq 45$, $35 \leq X \leq 45$ et $29 \leq X \leq 52$.



Exercice 6 Un homme prétend avoir des capacités de perception extrasensorielle. Le test qu'on lui administre consiste à lui faire deviner les 10 résultats des 10 jets d'une pièce équilibrée. Il donne 7 bonnes réponses. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un résultat aussi bon ou meilleur s'il n'a aucune capacité de perception extrasensorielle.

Donner une approximation de cette probabilité dans le cas de 70 bonnes réponses sur 100. 🌀

Exercice 7 Un candidat a obtenu 55% des suffrages exprimés à une élection.

1. Quelle est la probabilité d'avoir strictement moins de 50% de voix pour le candidat A dans un échantillon aléatoire non exhaustif de taille $n = 100$ prélevé parmi les suffrages exprimés ?
2. Déterminer la taille de l'échantillon pour avoir moins de 50% de voix pour le candidat A dans l'échantillon avec une probabilité de 1% .

🌀

Exercice 8 Une machine automatique fabrique des pièces.

1. On choisit au hasard un lot de 10000 pièces et on mesure les longueurs en mm de ces pièces. On obtient le tableau suivant :

longueur(mm)	[244; 246[[246; 248[[248; 250[[250; 252[[252; 254[[254; 256[
Effectif	113	1318	3510	3530	1390	139

Calculer au 1/100ème près, la moyenne et l'écart-type de ce lot.

2. On considérera dans la suite que la distribution de ce lot est normale, de moyenne $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 1,94$. On examine un échantillon de 36 pièces de ce lot. Quelle est la probabilité que la moyenne de cet échantillon soit extérieure à l'intervalle $[249, 1; 250, 9]$?
3. On fabrique maintenant un nouveau lot de pièces. On règle la machine pour que la longueur des pièces suive une loi normale de moyenne 400, l'écart-type restant 1,94. La longueur d'une pièce est acceptable si elle est comprise entre 397 et 403mm. Quel est le pourcentage de pièces dont la longueur est acceptable?

🌀

Exercice 9 A la veille d'une consultation électorale comportant deux candidats, on a interrogé 100 électeurs constituant un échantillon représentatif. 58 d'entre eux ont déclaré avoir l'intention de voter pour le candidat Dupont.

1. Indiquer, avec une probabilité de 0,95, entre quelles limites se situe la proportion du corps électoral favorable à Dupont au moment du sondage. Peut-on en déduire, avec la même probabilité de 0,95, que Dupont serait élu si les opinions ne se modifiaient pas.
2. Avec une même fréquence observée d'électeurs favorables à Dupont, quelle devrait être la taille minimum de l'échantillon pour pouvoir affirmer, avec un risque de 5%, que Dupont sera élu ?

🌀

Fonction de répartition $\Pi(t)$ de la Loi Normale Centrée Réduite $\mathcal{N}or(0; 1)$.

$$\Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad \text{et} \quad \Pi(-t) = 1 - \Pi(t).$$

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Exercices de révision (Solutions)

Correction 3 Notons

- F_1 l'événement : "On obtient face au premier tirage du jeu de pile ou face",
 F_2 l'événement : "On obtient face au deuxième tirage du jeu de pile ou face",
A l'événement : "Le médecin a pratiqué un avortement illégal",
Oui l'événement : "Le médecin a répondu Oui à l'enquête".

On connaît : $P(F_1) = P(F_2) = 0,5$ et les événements F_1 et F_2 sont indépendants. $P(\text{Oui}) = 0,41$.

On cherche à calculer $P(\text{Oui}|F_1)$. On a donc

$$\begin{aligned}P(\text{Oui}) &= P(\text{Oui} \cap F_1) + P(\text{Oui} \cap \overline{F_1}) \\P(\text{Oui} \cap F_1) &= P(F_1) \times P(\text{Oui}|F_1) = P(F_1) \times P(F_2|F_1) = P(F_1) \times P(F_2) \\P(\text{Oui}) &= P(F_1) \times P(F_2) + (1 - P(F_1)) \times P(A)P(\text{Oui}) \\P(A) &= \frac{sz_a}{z} = 0,32\end{aligned}$$

Correction 7 F_n suit une loi normale $\mathcal{N}_{or}\left(0,55; \sqrt{\frac{0,55 \times 0,45}{n}}\right)$.

1. $\mathbf{P}(F_{100} \geq 0,5) = \mathbf{P}\left(\frac{F_{100} - 0,55}{0,05} \geq -1\right) = 1 - \Pi(-1) = \Pi(1) = 0,84$
2. $\mathbf{P}(F_{2000} \geq 0,5) = \mathbf{P}\left(\frac{F_{2000} - 0,55}{0,01} \geq -5\right) = 1 - \Pi(-5) = \Pi(5) = 1$