

Schémas Bas-Froude pour le modèle Shallow Water multicouches

WORKSHOP “Schémas numériques pour les écoulements à
faible nombre de Mach”.

R. Baraille¹ A. Duran²

¹Service Hydrographique et Océanographique de la Marine.

²Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1.

Toulouse, 20 Novembre 2017

Travail en collaboration avec J.P. Vila et F. Couderc (IMT/INSA Toulouse).

Généralités

Présentation du
modèle

Vers un modèle
régularisé

Schéma
semi-implicite sur
grilles décalées

Schéma
numérique
Partie potentiel
Partie cinétique
Bilan

Résultats
numériques

Ondes linéaires
Perturbation d'un
état d'équilibre



Généralités

Présentation du modèle
Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Résultats numériques

Généralités

Présentation du
modèle
Vers un modèle
régularisé

Schéma
semi-implicite sur
grilles décalées

Schéma
numérique
Partie potentiel
Partie cinétique
Bilan

Résultats
numériques

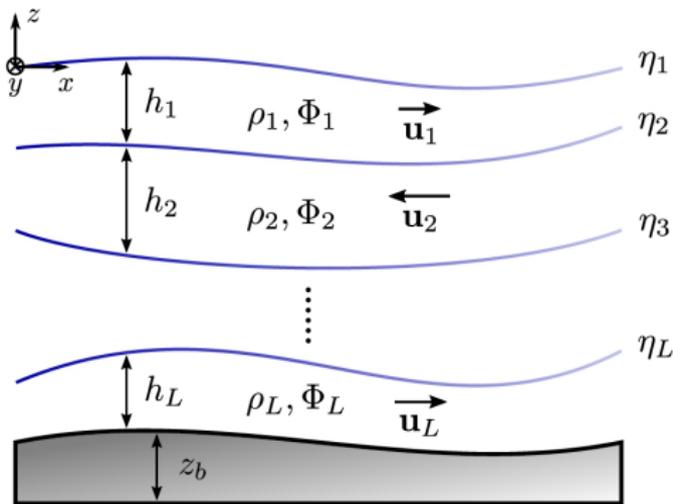
Ondes linéaires
Perturbation d'un
état d'équilibre

Présentation du modèle

$$\begin{cases} \partial_t h_i + \text{div}(h_i \mathbf{u}_i) = 0, \\ \partial_t(h_i \mathbf{u}_i) + \text{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes \mathbf{u}_i) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases} \quad i = 1, \dots, L.$$

- ▷ hauteur d'eau h_i
- ▷ vitesse $\mathbf{u}_i = (u_i, v_i)$
- ▷ densité ρ_i
- ▷ pression

$$\Phi_i = g \sum_{j=1}^L \frac{\rho_j h_j}{\rho_{\max(i,j)}}.$$



$$\begin{cases} \partial_t h_i + \text{div}(h_i \mathbf{u}_i) = 0, \\ \partial_t(h_i \mathbf{u}_i) + \text{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes \mathbf{u}_i) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases} \quad i = 1, \dots, L.$$

Difficultés

Structure⁽¹⁾

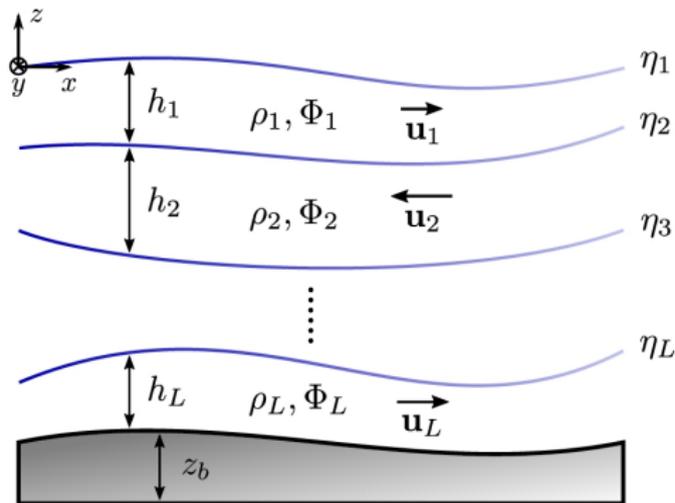
- ▷ Non conservatif
- ▷ Hyperbolicité

Cadre applicatif⁽²⁾

- ▷ Bas-Froude

Stabilité⁽³⁾

- ▷ Energie
- ▷ Robustesse
- ▷ Etats d'équilibre



Shallow Water multicouches

$$\begin{cases} \partial_t h_i + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i) = 0, \\ \partial_t (h_i \mathbf{u}_i) + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes \mathbf{u}_i) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases} \quad i = 1, \dots, L.$$

Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Partie cinétique

Bilan

Résultats numériques

Ondes linéaires
Perturbation d'un état d'équilibre

Equations régularisées

Shallow Water multicouches

$$\begin{cases} \partial_t h_i + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i) = 0, \\ \partial_t (h_i \mathbf{u}_i) + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes \mathbf{u}_i) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases} \quad i = 1, \dots, L.$$

Bilan d'énergie (solutions régulières)

▷ Energie potentielle : $\partial_{\rho_i h_i} \mathcal{E} = \Phi_i = g \sum_{j=1}^L \frac{\rho_j h_j}{\rho_{\max(i,j)}}$.

▷ Energie cinétique : $\mathcal{K}_i = \frac{1}{2} \rho_i h_i \|\mathbf{u}_i\|^2$.

▷ Energie totale : $E = \mathcal{E} + \sum_{i=1}^L \mathcal{K}_i$.

$$\partial_t E + \sum_{i=1}^L \operatorname{div} \left[\left(\rho_i h_i \Phi_i + \mathcal{K}_i \right) \mathbf{u}_i \right] = 0.$$

Equations régularisées

Shallow Water multicouches régularisé(*)

$$\begin{cases} \partial_t h_i + \operatorname{div}(h_i(\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i)) = 0, \\ \partial_t (h_i \mathbf{u}_i) + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes (\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i)) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, L.$$

Bilan d'énergie (solutions régulières)

$$\triangleright \text{Energie potentielle : } \partial_{\rho_i h_i} \mathcal{E} = \Phi_i = g \sum_{j=1}^L \frac{\rho_j h_j}{\rho_{\max(i,j)}}.$$

$$\triangleright \text{Energie cinétique : } \mathcal{K}_i = \frac{1}{2} \rho_i h_i \|\mathbf{u}_i\|^2.$$

$$\triangleright \text{Energie totale : } E = \mathcal{E} + \sum_{i=1}^L \mathcal{K}_i.$$

$$\partial_t E + \sum_{i=1}^L \operatorname{div} \left[\left(\rho_i h_i \Phi_i + \mathcal{K}_i \right) (\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i) \right] = - \sum_{i=1}^L \rho_i h_i \delta \mathbf{u}_i \cdot \nabla \Phi_i.$$

Equations régularisées

Shallow Water multicouches régularisé^(*)

$$\begin{cases} \partial_t h_i + \operatorname{div}(h_i(\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i)) = 0, \\ \partial_t(h_i \mathbf{u}_i) + \operatorname{div}(h_i \mathbf{u}_i \otimes (\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i)) + h_i \nabla \Phi_i = 0. \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, L.$$

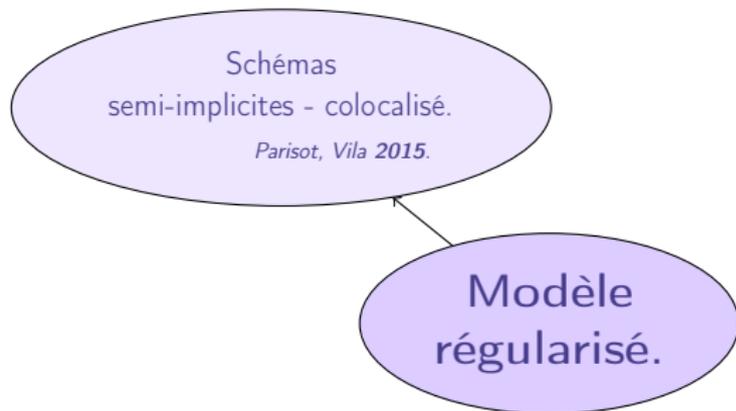
Bilan d'énergie (solutions régulières)

$$\triangleright \text{Energie potentielle : } \partial_{\rho_i h_i} \mathcal{E} = \Phi_i = g \sum_{j=1}^L \frac{\rho_j h_j}{\rho_{\max(i,j)}}.$$

$$\triangleright \text{Energie cinétique : } \mathcal{K}_i = \frac{1}{2} \rho_i h_i \|\mathbf{u}_i\|^2.$$

$$\triangleright \text{Energie totale : } E = \mathcal{E} + \sum_{i=1}^L \mathcal{K}_i.$$

$$\partial_t E + \sum_{i=1}^L \operatorname{div} \left[\left(\rho_i h_i \Phi_i + \mathcal{K}_i \right) (\mathbf{u}_i - \delta \mathbf{u}_i) \right] = - \sum_{i=1}^L \rho_i h_i \overbrace{\delta \mathbf{u}_i \cdot \nabla \Phi_i}^{\|\nabla \Phi_i\|^2}.$$



Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma

semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Partie cinétique

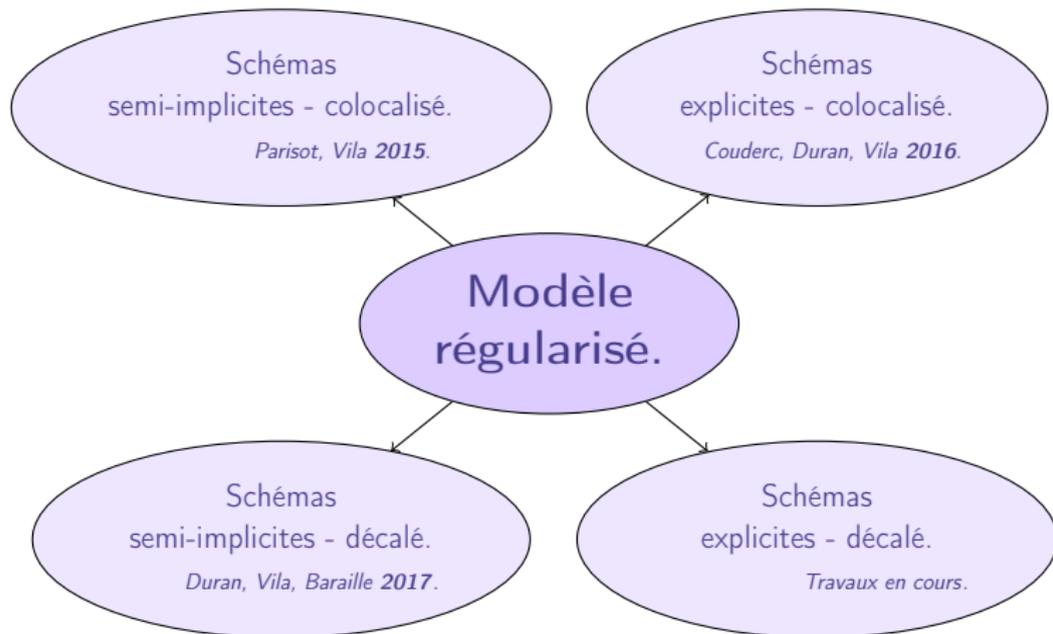
Bilan

Résultats

numériques

Ondes linéaires

Perturbation d'un état d'équilibre



Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Partie cinétique

Bilan

Résultats numériques

Résultats numériques

Ondes linéaires

Perturbation d'un état d'équilibre

Généralités

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

- Schéma numérique
- Partie potentiel
- Partie cinétique
- Bilan

Résultats numériques

Généralités

- Présentation du modèle
- Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

- Schéma numérique
- Partie potentiel
- Partie cinétique
- Bilan

Résultats numériques

- Ondes linéaires
- Perturbation d'un état d'équilibre

Schéma semi-implicite

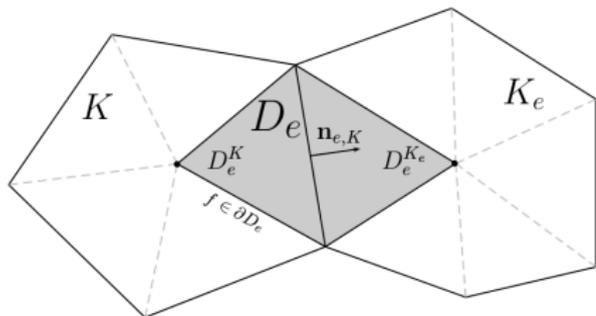
Généralités

Présentation du
modèle
Vers un modèle
régulariséSchéma
semi-implicite sur
grilles décaléesSchéma
numériquePartie potentiel
Partie cinétique
BilanRésultats
numériquesOndes linéaires
Perturbation d'un
état d'équilibre

$$h_K^{n+1} = h_K^n - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} m_e, \quad K \in \mathbb{T},$$

$$h_D^{n+1} \mathbf{u}_D^{n+1} = h_D^n \mathbf{u}_D^n - \frac{\Delta t}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\mathbf{u}_D^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \mathbf{u}_{D_f}^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) m_f$$

$$- \frac{\Delta t}{m_D} h_D^{n+1} (\nabla_D \Phi), \quad D \in \mathbb{T}^*.$$



(*) Ansanay-Alex, Babik, Latché, Vola 2010,

Schéma semi-implicite

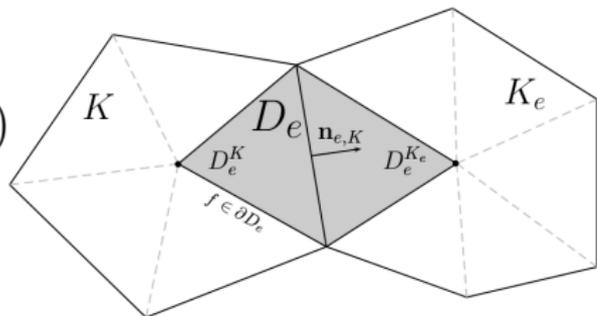
Généralités

Présentation du
modèle
Vers un modèle
régulariséSchéma
semi-implicite sur
grilles décaléesSchéma
numériquePartie potentiel
Partie cinétique
BilanRésultats
numériquesOndes linéaires
Perturbation d'un
état d'équilibre

$$h_K^{n+1} = h_K^n - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} m_e, \quad K \in \mathbb{T},$$

$$h_D^{n+1} \mathbf{u}_D^{n+1} = h_D^n \mathbf{u}_D^n - \frac{\Delta t}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\mathbf{u}_D^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \mathbf{u}_{D_f}^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) m_f \\ - \frac{\Delta t}{m_D} h_D^{n+1} (\nabla_D \Phi), \quad D \in \mathbb{T}^*.$$

$$\mathcal{F}_e^{n+1} = h_{D^e}^{n+1} (\mathbf{u}_{D^e}^{n+1} - \delta \mathbf{u}_{D^e}^{n+1})$$

 $\nabla_D \Phi$ à déterminer.


(*) Ansanay-Alex, Babik, Latché, Vola 2010,

Schéma semi-implicite

Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Bilan

Résultats numériques

Ondes linéaires
Perturbation d'un état d'équilibre

$$h_K^{n+1} = h_K^n - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} m_e, \quad K \in \mathbb{T},$$

$$\begin{aligned} h_D^{n+1} \mathbf{u}_D^{n+1} &= h_D^n \mathbf{u}_D^n - \frac{\Delta t}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\mathbf{u}_D^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \mathbf{u}_{D_f}^n (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) m_f \\ &\quad - \frac{\Delta t}{m_D} h_D^{n+1} (\nabla_D \Phi), \quad D \in \mathbb{T}^*. \end{aligned}$$

Hauteur d'eau et flux auxiliaires

$$\begin{aligned} |D^e| h_{D^e}^{n+1} &= |D_K^e| h_K^{n+1} + |D_{K_e}^e| h_{K_e}^{n+1}, \\ h_{D^e}^{n+1} &= h_{D^e}^n - \frac{\Delta t}{m_{D^e}} \sum_{f \in \partial D^e} \mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D^e} m_f. \end{aligned}$$

(*) Ansanay-Alex, Babik, Latché, Vola 2010,

Herbin, Kheriji, Latché 2013 & 2014, Latché, Saleh 2014 & 2017

Schéma sur la partie potentiel (L=1)

Schéma sur \mathcal{E}_K

$$\frac{\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1}.$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = \frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \Phi_e^{n+1} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} = \text{div}_K(\Phi^{n+1} \mathcal{F}^{n+1}).$$

Schéma sur la partie potentiel (L=1)

Schéma sur \mathcal{E}_K

$$\frac{\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1}.$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = \frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \Phi_e^{n+1} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} = \text{div}_K(\Phi^{n+1} \mathcal{F}^{n+1}).$$

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = \frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} h_{D^e}^{n+1} \mathbf{u}_{D^e}^n \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e = \overline{(hu \cdot \nabla \Phi)}_K.$$

$$\mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = -\frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} h_{D^e}^{n+1} \delta \mathbf{u}_{D^e}^n \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e.$$

$$\delta \Phi_e^{n+1} = \frac{1}{2} (\Phi_{K_e}^{n+1} - \Phi_K^{n+1}) \vec{n}_{e,K}.$$

Schéma sur la partie potentiel (L=1)

Schéma sur \mathcal{E}_K

$$\frac{\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1}.$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = \frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \Phi_e^{n+1} \mathcal{F}_e^{n+1} \cdot \vec{n}_{e,K} = \text{div}_K(\Phi^{n+1} \mathcal{F}^{n+1}).$$

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = \frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} h_{D^e}^{n+1} \mathbf{u}_{D^e}^n \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e = \overline{(hu \cdot \nabla \Phi)}_K.$$

$$\mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1} = -\frac{1}{m_K} \sum_{e \in \partial K} h_{D^e}^{n+1} \delta \mathbf{u}_{D^e}^n \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e.$$

$$\delta \Phi_e^{n+1} = \frac{1}{2} (\Phi_{K_e}^{n+1} - \Phi_K^{n+1}) \vec{n}_{e,K}.$$

Équivalent discret

$$\partial_t \mathcal{E} + \text{div}(\Phi h(\mathbf{u} - \delta \mathbf{u})) - hu \cdot \nabla \Phi = -h \delta \mathbf{u} \cdot \nabla \Phi.$$

Schéma sur la partie cinétique (L=1)

$$\text{Schéma sur } \mathcal{K}_D = \frac{1}{2} h_D^n \|\mathbf{u}_D^n\|^2$$

$$\frac{\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1}.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} &= \frac{1}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}_D^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_{D_f}^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) \\ &= \text{div}_D \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}^{n+1}\|^2 \mathcal{F}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

Schéma sur la partie cinétique (L=1)

$$\text{Schéma sur } \mathcal{K}_D = \frac{1}{2} h_D^n \|\mathbf{u}_D^n\|^2$$

$$\frac{\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1}.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} &= \frac{1}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}_D^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_{D_f}^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) \\ &= \text{div}_D \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}^{n+1}\|^2 \mathcal{F}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} = h_D^{n+1} \mathbf{u}_D^n \cdot (\nabla_D \Phi).$$

$$\mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1} = \Delta t h_D^{n+1} \|\nabla_D \Phi\|^2.$$

Schéma sur la partie cinétique (L=1)

$$\text{Schéma sur } \mathcal{K}_D = \frac{1}{2} h_D^n \|\mathbf{u}_D^n\|^2$$

$$\frac{\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n}{\Delta t} + \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \leq \mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1}.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mathcal{K},D}^{n+1} &= \frac{1}{m_D} \sum_{f \in \partial D} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}_D^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^+ - \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_{D_f}^n\|^2 (\mathcal{F}_f^{n+1} \cdot \vec{n}_{f,D})^- \right) \\ &= \text{div}_D \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{u}^{n+1}\|^2 \mathcal{F}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} = h_D^{n+1} \mathbf{u}_D^n \cdot (\nabla_D \Phi).$$

$$\mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1} = \Delta t h_D^{n+1} \|\nabla_D \Phi\|^2.$$

Équivalent discret

$$\partial_t \mathcal{K} + \text{div} \left(\frac{1}{2} h \|\mathbf{u}\|^2 (\mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) \right) + h \mathbf{u} \cdot \nabla \Phi = 0.$$

Energie totale

Energie totale

$$\begin{aligned} E^{n+1} - E^n &= \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D (\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n) + \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K (\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n) \\ &\leq \Delta t \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D \left(\mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \right) \\ &\quad + \Delta t \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K \left(\mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma

semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Partie cinétique

Bilan

Résultats

numériques

Ondes linéaires

Perturbation d'un état d'équilibre

Energie totale

Energie totale

$$\begin{aligned}
 E^{n+1} - E^n &= \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D (\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n) + \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K (\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n) \\
 &\leq \Delta t \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D \left(\mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \right) \\
 &\quad + \Delta t \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K \left(\mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \right).
 \end{aligned}$$

Termes en \mathcal{Q} .Contributions au niveau d'un élément dual D^e :

- ▷ Partie cinétique ($D^e \in \mathbb{T}^*$): $-\Delta t m_{D^e} (h_{D^e}^{n+1} \mathbf{u}_{D^e}^n) \cdot (\nabla_{D^e} \Phi)$
- ▷ Partie potentiel ($K, K_e \in \mathbb{T}$): $2\Delta t (h_{D^e}^{n+1} \mathbf{u}_{D^e}^n) \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e$

$$\rightarrow (\nabla_{D^e} \Phi) = 2 \frac{m_e}{m_{D^e}} \delta \Phi_e^{n+1} = \frac{m_e}{m_{D^e}} (\Phi_{K_e}^{n+1} - \Phi_K^{n+1}) \vec{n}_{e,K}.$$

Energie totale

Energie totale

$$\begin{aligned}
 E^{n+1} - E^n &= \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D (\mathcal{K}_D^{n+1} - \mathcal{K}_D^n) + \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K (\mathcal{E}_K^{n+1} - \mathcal{E}_K^n) \\
 &\leq \Delta t \sum_{D \in \mathbb{T}^*} m_D \left(\mathcal{R}_{\mathcal{K},D}^{n+1} - \mathcal{Q}_{\mathcal{K},D}^{n+1} \right) \\
 &\quad + \Delta t \sum_{K \in \mathbb{T}} m_K \left(\mathcal{R}_{\mathcal{E},K}^{n+1} + \mathcal{Q}_{\mathcal{E},K}^{n+1} \right).
 \end{aligned}$$

Termes en \mathcal{R} .Contributions au niveau d'un élément dual D^e :

- ▷ Partie cinétique ($D^e \in \mathbb{T}^*$): $(\Delta t)^2 m_{D^e} h_{D^e}^{n+1} \|\nabla_{D^e} \Phi\|^2$
- ▷ Partie potentiel ($K, K_e \in \mathbb{T}$): $-2\Delta t (h_{D^e}^{n+1} \delta \mathbf{u}_{D^e}^n) \cdot \delta \Phi_e^{n+1} m_e$

$$\rightarrow \delta \mathbf{u}_{D^e}^n = 2\gamma \Delta t \frac{m_e}{m_{D^e}} \delta \Phi_e^{n+1}, \quad \gamma \geq 1.$$

Généralités

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Résultats numériques

Ondes linéaires

Perturbation d'un état d'équilibre

Généralités

Présentation du modèle

Vers un modèle régularisé

Schéma

semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique

Partie potentiel

Partie cinétique

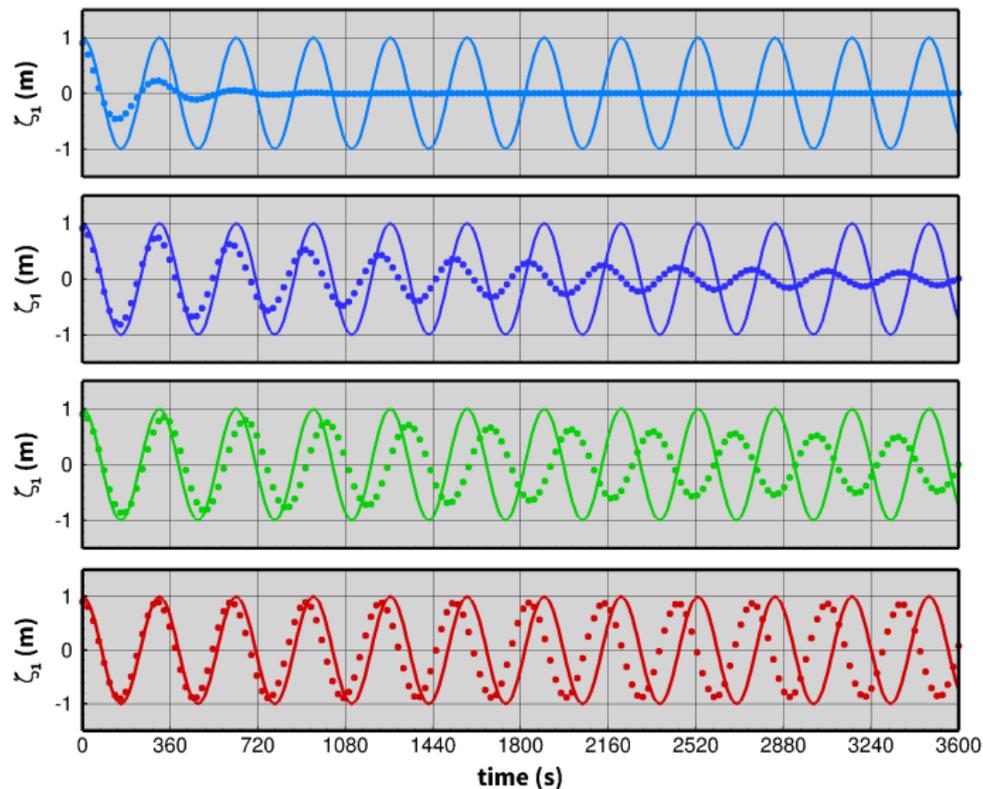
Bilan

Résultats numériques

Ondes linéaires

Perturbation d'un état d'équilibre

Ondes linéaires



Schémas
Bas-Frédère SW
multicouches

Baraille, Duran

Généralités

Présentation du
modèle
Vers un modèle
régularisé

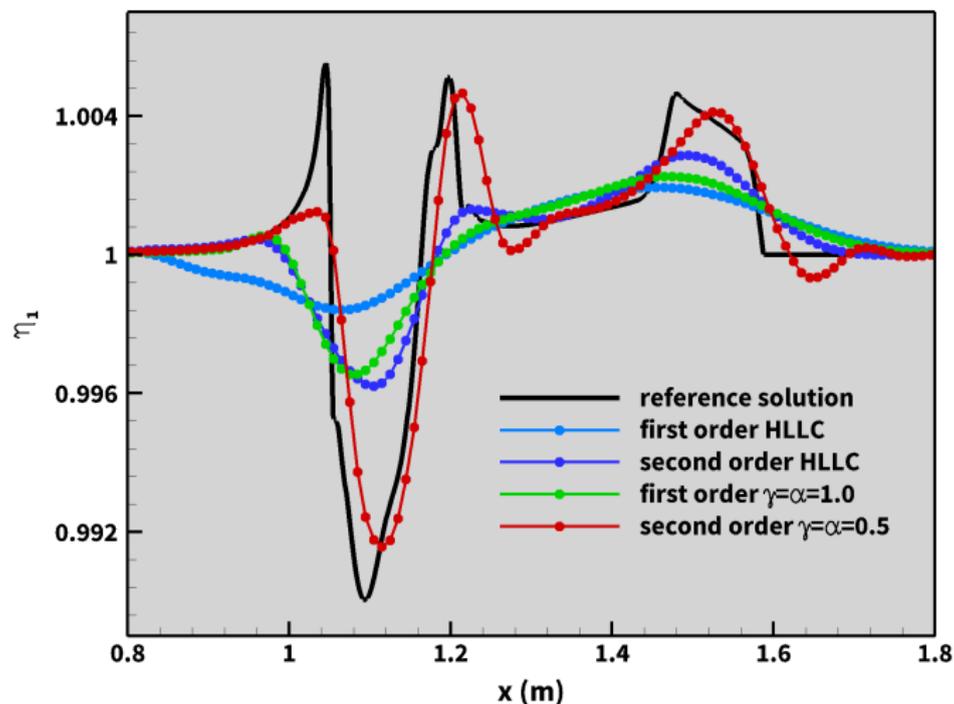
Schéma
semi-implicite sur
grilles décalées

Schéma
numérique
Partie potentiel
Partie cinétique
Bilan

Résultats
numériques

Ondes linéaires
Perturbation d'un
état d'équilibre

Perturbation d'un état d'équilibre



Généralités

Présentation du modèle
Vers un modèle régularisé

Schéma semi-implicite sur grilles décalées

Schéma numérique
Partie potentiel
Partie cinétique
Bilan

Résultats numériques

Ondes linéaires
Perturbation d'un état d'équilibre