
 Test n° 3

Quelle est la valeur (à une constante près) de l'intégrale indéfinie suivante :

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

Réponses possibles :

- × $2(x+1)^{3/2}$
- × $\frac{1}{2}x \arcsin(x)$
- × $\frac{3}{4}(x+1) \ln(\sqrt{x+1})$
- $\frac{2}{3}(x-2)\sqrt{x+1}$

Il suffit de calculer la dérivée...

Quelle est la valeur de la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}(\cosh^3(x) - \sinh^3(x))$$

Réponses possibles :

- $\frac{3}{4}$
- × $+\infty$
- × 0
- × $\tanh(3)$

Par la formule du binôme de Newton nous avons

$$\cosh^3 x = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} (e^{3x} + 3e^x + 3e^{-x} + e^{-3x}).$$

Et de même

$$\sinh^3 x = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} (e^{3x} - 3e^x + 3e^{-x} - e^{-3x}).$$

Donc $e^{-x}(\cosh^3 x - \sinh^3 x) = \frac{1}{8}e^{-x}(6e^x + 2e^{-3x}) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}e^{-4x}$ qui tend vers $\frac{3}{4}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Quelle est la valeur de $\text{Argsinh}(1)$?

Réponses possibles :

- × 0
- $\ln(1 + \sqrt{2})$
- × $1 + \ln(\sqrt{3})$
- × Cette quantité n'est pas définie.