MHT 204 — Analyse 1 pour informaticiens Le 26 avril 2011

Devoir surveillé n° 2 — Durée : 1h30

Exercice 1 (Questions de cours)**.** a) Énoncer le théorème de Rolle.

b) Énoncer le théorème de Taylor-Young.

Exercice 2. Soit f la fonction polynomiale définie par

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 1$$

On se propose de montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution réelle.

a) Tracer le tableau des variations de f'.

b) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $f'(\alpha) = 0$.

c) Montrer que $0 < \alpha < 1$, en déduire que $f(\alpha) > 0$.

d) Conclure.

Exercice 3. a) Écrire la formule de Taylor-Young à l'ordre 4 au voisinage de 0 pour la fonction $x \mapsto \sin(x)$ (on ne demande pas de justification).

b) Même question pour la fonction $x \mapsto e^x$.

c) Même question pour la fonction $\varphi : x \mapsto e^x \sin(x)$.

d) Quelle est la valeur de $\varphi^{(4)}(0)$?

Exercice 4. Soit $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Déterminer, si elle existe, la limite suivante

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(\lambda x)}{\sin(x)}$$

Un corrigé est disponible en ligne à l'adresse
`http://www.math.u-bordeaux1.fr/~gilliber/enseignement.html`