

Devoir Surveillé 2, MHT204, 10 avril 2009

Exercice 1 Donner un développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 pour les fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = x^3 + \cos(2x)$;
2. $f_2(x) = x^3(\cos(x^2))$;
3. $f_3(x) = (\ln(1+x) + \sin(2x))^2$;
4. $f_4(x) = (1+x)^x$.

Exercice 2 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\ln(1-x)}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \tan(2x)}{x \ln(1+x^2)}$.

Exercice 3 Calculer les grandes et petites sommes de Darboux pour la fonction $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{9 - x^3} & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 + \cos((x^2 + 1)\pi) & 2 < x \leq 5 \end{cases} \quad (1)$$

et la subdivision $X = \{0, 2, 3, 5\}$.

Exercice 4 Soit f la fonction de l'exercice 3. Trouvez deux nombres m et M tels que :

$$m \leq \int_0^5 f(x) dx \leq M$$

et $M - m < 9$.