

Devoir Surveillé 2, MHT204, 21 mars 2008

Exercice 1

Trouver les polynômes de Taylor à l'ordre 4 au voisinage de 0 pour les fonctions suivantes.

(a) $f(x) = \cos(2x)$

(b) $g(x) = e^{x^2}$

(c) $h(x) = x^2$

Exercice 2

Utiliser le théorème des accroissements finis pour trouver deux réels M_1 et M_2 tels que $M_2 - M_1 \leq 0,01$ et

$$M_1 \leq \ln(1 + 0,001) \leq M_2.$$

Justifiez votre réponse.

Exercice 3

Soit P le polynôme

$$P(x) = x^{101} + x + 3.$$

(a) Trouver $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x)$

(b) Est-ce que P admet des racines réelles? Justifier.

(c) Déterminer le nombre de racines réelles de P . (Indication : utiliser le Théorème de Rolle).

Exercice 4

Les fonctions suivantes possèdent-elles des réciproques? Si oui, donner l'expression de la fonction réciproque (avec son domaine) et déterminer en quels points elle est (i) continue, (ii) dérivable.

(1) $g : [-3, -1] \rightarrow \mathbb{R}; \quad g(x) = \ln|x|;$

(2) $h : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}; \quad h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in [0, 1] \\ x - 1 & \text{si } x \in [-1, 0[. \end{cases}$