

Devoir surveillé n° 1 — Durée : 1h30

Exercice 1. Les suites ci-dessous sont-elles convergentes ? Si oui, déterminer leur limite. Sinon, expliquer pourquoi.

$$\begin{array}{ll} a) u_n = \frac{n + (-1)^n}{n - (-1)^n} & b) v_n = \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \\ c) x_n = \frac{n \sin(n!)}{n^2 + 1} & d) y_n = (-1)^{n+1} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right). \end{array}$$

Exercice 2. On considère la suite (w_n) définie par :

$$w_n = n^{3+\sin(n)} \left(\frac{(-1)^n + 1}{n + \cos(n!)} \right)$$

- (a) Calculer w_0, w_1, w_2 et w_3 .
- (b) Montrer que 0 est valeur d'adhérence de (w_n) , c'est-à-dire déterminer une suite extraite de (w_n) qui converge vers 0.
- (c) Montrer que la suite $(w_{2k})_{k \in \mathbb{N}}$ n'est pas bornée.
- (d) La suite (w_n) est-elle divergente ?

Exercice 3. Soient a et b deux réels satisfaisant :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad a - \frac{n}{n^2 + 1} \leq b \leq a + \frac{1}{n + 1}$$

Que peut-on dire de a et b ?

Un corrigé est disponible en ligne à l'adresse
<http://www.math.u-bordeaux1.fr/~gilliber/enseignement.html>