

## TD n° 10 — Équivalents

**Exercice 1**

1. Soit  $f$  une fonction dérivable en 0 telle que  $f'(0) \neq 0$ . Montrer que :

$$f(x) - f(0) \sim_0 x f'(0)$$

2. Donner un équivalent polynomial en 0 pour chacune des fonctions ci-dessous :

a) $\sin x$	b) $\cos x$	c) $\tan x$
d) $(1+x)^\alpha - 1$	e) $\arcsin x$	f) $\arctan x$

**Exercice 2**

Donner des équivalents polynomiaux en 0 des fonctions suivantes :

a) $\ln(1+x) \sin^2 x$	b) $x^2(e^x - 1)$	c) $(e^x - 1)\sqrt{1+x} - e^x + 1$
------------------------	-------------------	------------------------------------

**Exercice 3**

Déterminer (par composition) des équivalents simples pour les fonctions ci-dessous :

a) $\ln(1 + \sin x)$ en 0	b) $(1 + \sin x)^\alpha - 1$ en 0	c) $\ln(\tan x)$ en $\frac{\pi}{4}$
---------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

**Exercice 4**

En utilisant des équivalents, déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{(\sqrt[3]{1+x} - 1)^2}$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x + \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{(e^x - 1)}$	c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
---	---	--

**Exercice 5**

1. Déterminer des équivalents simples en  $+\infty$  pour les fonctions ci-dessous :

a) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$	b) $\sqrt{\ln(x+1)} - \sqrt{\ln(x)}$
----------------------------	--------------------------------------

2. Montrer que :

$$\ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \sim_{+\infty} \ln x$$

(Indication : on pourra considérer la différence des deux fonctions).