

Devoir surveillé du 12 novembre 2013 — Durée : 40mn

Ce DS porte sur le chapitre *Continuité des fonctions réelles*. Les livres et documents sont interdits, ainsi que les téléphones portables.

Exercice 1 (Question de cours)

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction, et soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Quelle est la définition de :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0.$$

Exercice 2

Soient a et b deux réels, et soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ e^x + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Quelle condition doivent satisfaire a et b pour que f soit continue en 0 ?

Exercice 3

On considère la fonction $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = x - \lfloor x \rfloor$$

(où $\lfloor x \rfloor$ désigne comme d'habitude la partie entière de x).

1. Déterminer une suite (u_n) tendant vers $+\infty$ telle que $g(u_n) = 0$ pour tout n .
2. Déterminer une suite (v_n) tendant vers $+\infty$ telle que $g(v_n) = \frac{1}{2}$ pour tout n .
3. La fonction g admet-elle une limite quand x tend vers $+\infty$?