

Devoir surveillé du 23 septembre 2013 — Durée : 40mn

Ce DS porte sur le chapitre *Bases d'algèbre*. Les livres et documents (notes de cours, de TD, etc.) sont interdits, ainsi que les téléphones portables.

Sauf mention explicite du contraire, chacune de vos réponses doit être argumentée.

Exercice 1

Soient \mathbf{P} et \mathbf{Q} deux propositions. Montrer, à l'aide d'une table de vérité, que l'assertion

$$((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q})) \Rightarrow \mathbf{Q}$$

est toujours vraie.

Exercice 2

1. Montrer que l'on a, pour tout entier $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

2. Montrer que l'on a, pour tout entier $n \geq 1$:

$$\left(\sum_{k=1}^n k\right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3.$$

Exercice 3

Soient E un ensemble, et A, B, C trois parties de E .

1. Exprimer $A \setminus B$ en utilisant uniquement les opérations \cap et \complement_E . On ne demande pas de justifier cette réponse.
2. Montrer que :

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C).$$