

Chaînes de Markov et temps d'atteinte : une première approche

Projet encadré par Pierre Fougères, IMT, Équipe de Probabilités et Statistique.

Le but de ce projet est l'étude de quelques propriétés des temps d'atteinte pour des chaînes de Markov à espace d'états finis. Et quelques aspects numériques associés.

Dans un premier temps, les étudiants s'intéresseront au problème de la ruine du joueur (associé à une marche aléatoire de dimension 1). Un problème similaire, en dimension 2, peut-être énoncé sous la forme suivante : une souris erre dans un labyrinthe bi-dimensionnel jusqu'à atteindre un fromage ou un chat paresseux. On cherche à déterminer la probabilité que la souris atteigne le fromage avant le chat (voir Brémaud p. 67).

On abordera ce type de problème d'atteinte dans différents graphes connexes finis. Par le calcul direct, tout d'abord, mais aussi en cherchant à simuler des copies indépendantes de la chaîne considérée.

Si le temps et l'énergie des intervenants est au rendez-vous, une approche du modèle d'Agrégation Limitée par Diffusion Interne (IDLA, en anglais) pourra être envisagée : de manière imagée, ce modèle décrit la forme de zones irradiées par des particules radioactives émises depuis une source et évoluant dans un milieu piégé.

Références

- Brémaud. Markov Chains, Gibbs Fields, Monte-Carlo Simulation and Queues. Springer. (p.53-70).
- Bercu-Chafaï. Modélisation Stochastique et Simulation. Dunod. (p. 133-140 et 146-148).
- Graham. Chaînes de Markov. Dunod. (Chap. 2).
- Et sur l'IDLA : Chafaï-Malrieu. Recueil de Modèles Aléatoires. Springer. (p 83-91, en évitant soigneusement tout argument "martingale").