



CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES SPATIALES

Optimisation de trajectoires interplanétaires complexes à poussée continue

-
Le concours GTOC : *Global Trajectory Optimisation Competition*

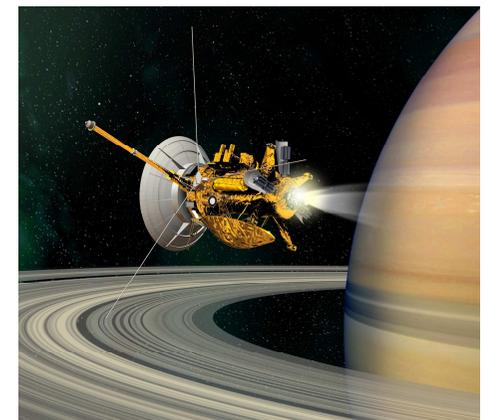
Colloque JBHU 2010, 25-27 Octobre 2010, IUT de Bayonne

Richard Epenoy

Centre National d'Études Spatiales

18 avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 9, France

E-mail : Richard.Epenoy@cnes.fr



© CNES Cassini-Huygens

Sommaire

- **Optimisation de la trajectoire d'une sonde interplanétaire**
 - ◆ Cas où la poussée du moteur est impulsionnelle
 - ◆ Cas où la poussée du moteur est continue

- **Les concours GTOC : Objectifs - Historique**

- **Le concours GTOC3 remporté par le CNES**
 - ◆ Analyse du problème – La démarche de résolution suivie par le CNES
 - ◆ La solution obtenue – Analyse comparative des solutions classées

- **Conclusion - Références**

Optimisation de la trajectoire d'une sonde interplanétaire (1/2)

- Modélisation : problème à deux corps (Soleil – sonde)
 - l'influence des planètes est négligée
 - **modélisation approchée de l'assistance gravitationnelle**
- Critère à minimiser : la consommation en ergols



© ESA Mars Express

1) Cas où la poussée est impulsionnelle

→ Problème d'optimisation en dimension finie

- ✓ Les inconnues : dates de départ, de *fly-by* (survol), de *swing-by* (assistance gravitationnelle) et d'arrivée
- ✓ Les ΔV s (incréments de vitesse) sont obtenus par résolution de problèmes de Lambert
- ✓ Le coût = somme des ΔV s (équivalent à la consommation en ergols)



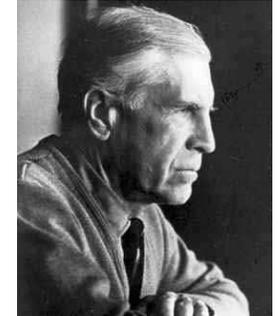
J. H. Lambert (1728 - 1777)

T. Ceolin, J. M. Garcia, J. M. Enjalbert, C. Brochet and J. Bernard: A General Method for Interplanetary Trajectory Optimization, 11th IAS, 19-25 May 1996, Gifu (Japan)

Optimisation de la trajectoire d'une sonde interplanétaire (2/2)

2) Cas où la poussée est continue

→ Problème de commande optimale → application du PMP



L. S. Pontryagin (1908 – 1988)

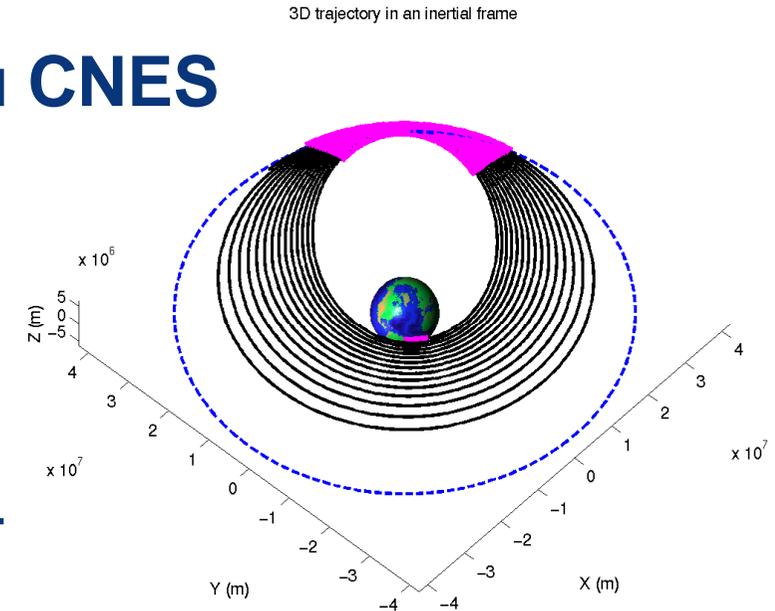
✓ Commande optimale “bang-bang” → Utilisation de techniques de lissage
R. Bertrand, R. Epenoy: *New Smoothing Techniques for Solving Bang-Bang Optimal Control Problems – Numerical Results and Statistical Interpretation*, *Optimal Control Applications and Methods* Vol. 23, No. 4, pp. 171-197, 2002

✓ *Swing-by* → Contrainte de point intérieur avec discontinuité de l'état
→ MPBVP (Multi-Point Boundary Value Problem)
→ Utilisation de techniques de “décomposition-coordination”

R. Bertrand, R. Epenoy: *Decomposition-Coordination Techniques in Optimal Control for Computing Multi-Phases Interplanetary Trajectories of Low Thrust Probes*, *French-German-Polish Conference on Optimization*, 9-13 September 2002, Cottbus (Germany)

Les trajectoires à poussée continue au CNES

- Des études sont menées sur le sujet depuis 1994
- Nombreuses collaborations : ENSEEIHT, UPS (séjour de J.-B. Hiriart-Urruty au CNES), LAAS-CNRS, Université Paris-Sud Orsay, ENSMP,...
- Nombreuses thèses et post-docs financés par le CNES
 - ◆ Trajectoires géocentriques en temps (ou consommation) minimum
 - ◆ Trajectoires géocentriques en temps minimum avec contrainte d'éclipse
 - ◆ Trajectoires interplanétaires en consommation minimum
 - ◆ Déploiement d'une formation de satellites en consommation minimum
 - ◆ Approche de type "stabilisation asymptotique" pour les transferts orbitaux,



Les concours GTOC – Objectifs et historique

Objectif : Comparer les méthodes d'optimisation de différentes agences spatiales, industriels et laboratoires de recherche sur un problème interplanétaire complexe.

Durée de la compétition : un mois.

- **GTOC1 : créé en 2005 par l'Advanced Concepts Team de l'ESTEC**
 - ✓ 17 équipes inscrites, 11 ont rendu une solution admissible
 - ✓ Remporté par le Jet Propulsion Laboratory (Etats-Unis) - Le CNES est classé 6ème

- **GTOC2 : organisé par le Jet Propulsion Laboratory en 2006**
 - ✓ 26 équipes inscrites, 14 ont rendu une solution admissible
 - ✓ Remporté par Politecnico di Torino - Le CNES est classé 4ème

- **GTOC3 : organisé par Politecnico di Torino en 2007**
 - ✓ 26 équipes inscrites, 13 ont rendu une solution admissible
 - ✓ **Remporté par le CNES !**

- **GTOC4 : organisé par le CNES en 2009**
 - ✓ **47 équipes inscrites**, 23 ont rendu une solution admissible
 - ✓ Remporté par l'Université de Moscou

- **GTOC5 : organisé en ce moment par l'Université de Moscou**

Le concours GTOC3

Les 13 équipes classées

- 1) **CNES (France)** —————→
- 2) Jet Propulsion Laboratory (Etats-Unis)
- 3) Georgia Institute of Technology (Etats-Unis)
- 4) DEIMOS Space (Espagne)
- 5) The Aerospace Corporation (Etats-Unis)
- 6) Thalès Alenia Space (France)
- 7) Moscow Aviation Institute (Russie)
- 8) GMV (Espagne)
- 9) Moscow State University (Russie)
- 10) Université de Glasgow (Royaume-Uni)
- 11) Université de Tsinghua (Chine)
- 12) Université de Pise (Italie)
- 13) IKI Space Research Institute of Russian Academy of Sciences (Russie)

Turin – 27 Juin 2008

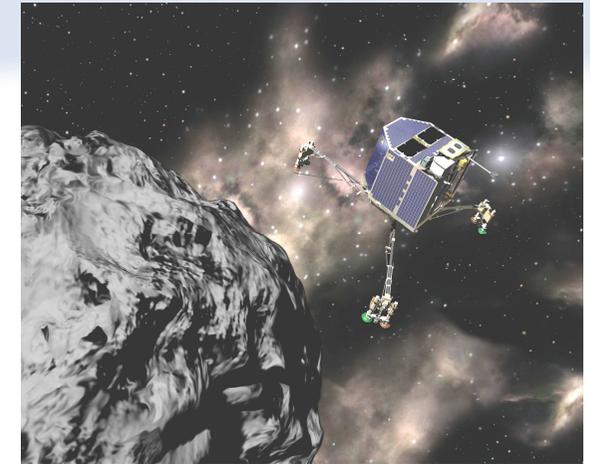


Le problème posé au concours GTOC3

■ Critère à maximiser

$$J = \frac{m_f}{m_i} + K \frac{\min_{j=1,3}(\tau_j)}{\tau_{\max}}$$

- Date de départ de la Terre: 2016 – 2025
- Durée max. de la mission: $\tau_{\max} = 10$ ans
- 4 rendez-vous sont imposés
 - 3 avec des astéroïdes
 - 1 rendez-vous final avec la Terre
- Durées à passer autour de chaque astéroïde: $\tau_{i=1,\dots,3} \geq 60$ jours
- $\|v_{\infty}(t_j)\| \leq 0.5$ km/s
- Les *swing-bys* de la Terre sont autorisés avec $r_p \geq 6871$ km
- $K = 0.2$



© CNES Atterrisseur de la mission Rosetta

■ Caractéristiques de la sonde

- ◆ Masse initiale $m_i = 2000$ kg
- ◆ $I_{sp} = 3000$ s
- ◆ $T = 0.15$ N

■ Ensemble d'astéroïdes

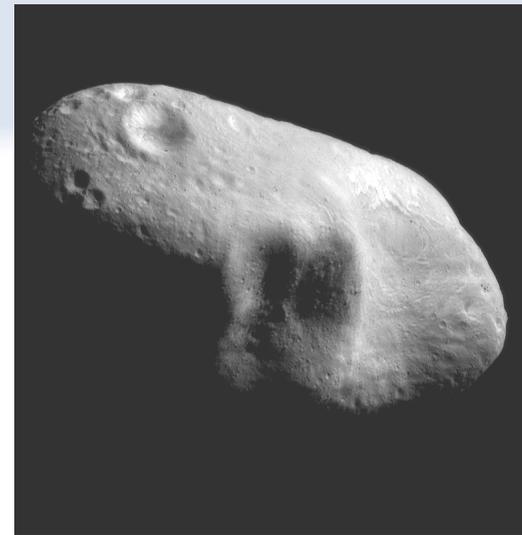
- ◆ 140 astéroïdes
- ◆ $0.9 \text{ UA} \leq a \leq 1.1 \text{ UA}$
- ◆ $0 \leq e \leq 0.4$
- ◆ $0 \leq i \leq 10$ deg

Le problème GTOC3 (suite)

Étude de sensibilité

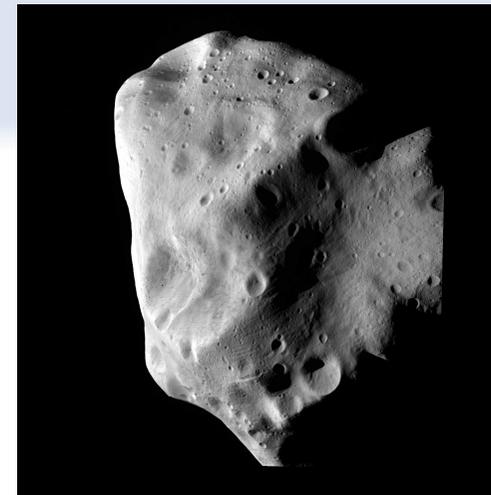
$$\frac{\partial J}{\partial m_f} = \frac{1}{m_i} = 5.10^{-4}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \tau_i} = \frac{K}{\tau_{\max}} = 2.10^{-2}$$



© NASA Eros observé par la sonde Near le 14 Mars 2000

- Une augmentation de J de 0.02 peut être obtenue par
 - ♦ Une augmentation de m_f de 40 kg
 - ♦ Une augmentation des τ_i ($i = 1, \dots, 3$) de un an → 30% de la mission passée autour des astéroïdes
- La priorité consiste à minimiser la consommation en ergols
- Les durées τ_i ($i = 1, \dots, 3$) sont à optimiser dans un second temps



© ESA Lutetia observé par la sonde Rosetta le 10 Juillet 2010

Le problème GTOC3 (suite)

- Nombre de combinaisons pour le choix des astéroïdes

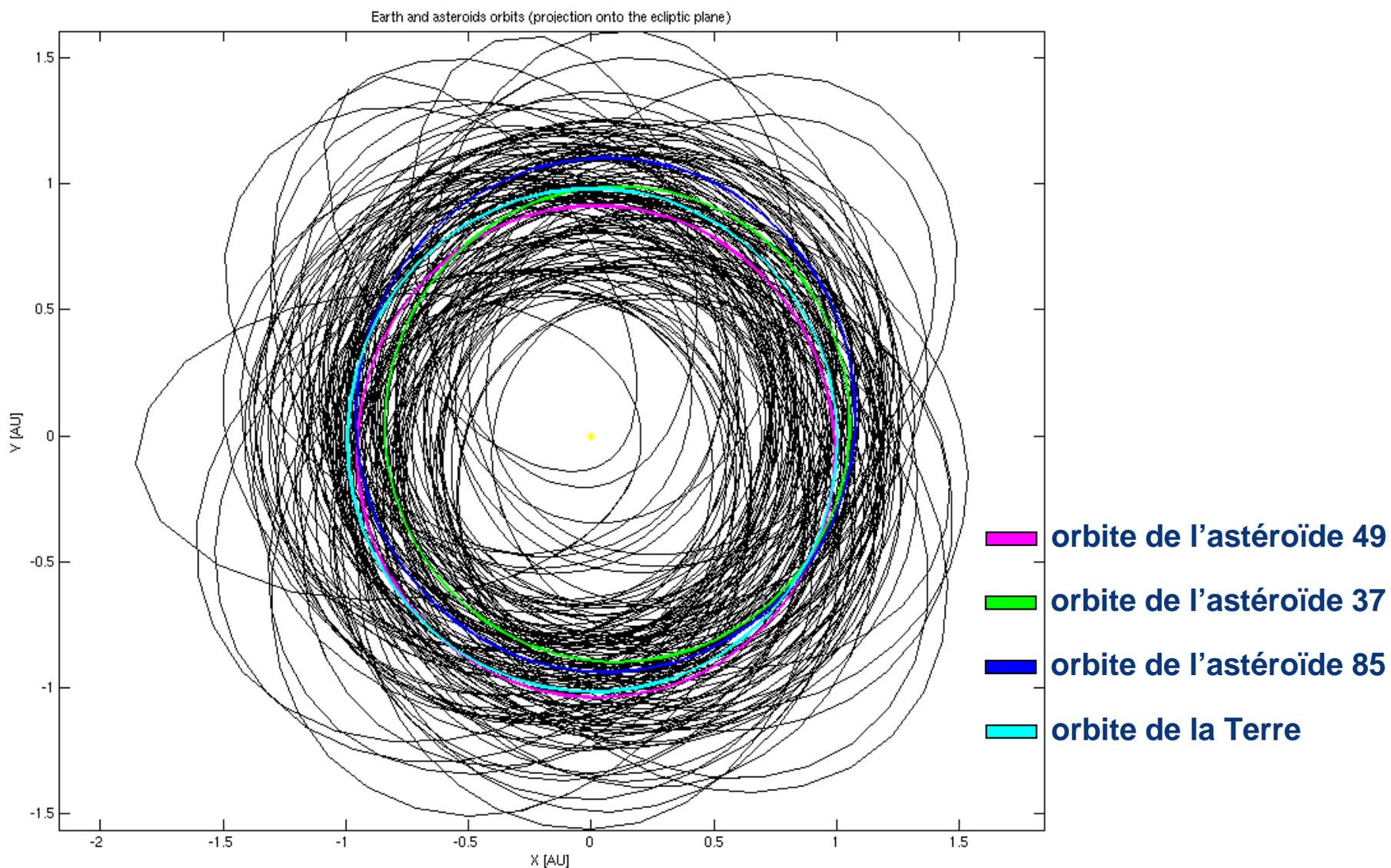
$$140 \times 139 \times 138 = 2\,685\,480$$

- Durée du concours : 4 semaines = 2 419 200 s

- Pour tester toutes les combinaisons : **1 s de temps CPU par cas**
→ impossible avec les méthodes et ordinateurs actuels

→ Nécessité de traiter la combinatoire via un problème simplifié

Comment déterminer la séquence d'astéroïdes ?



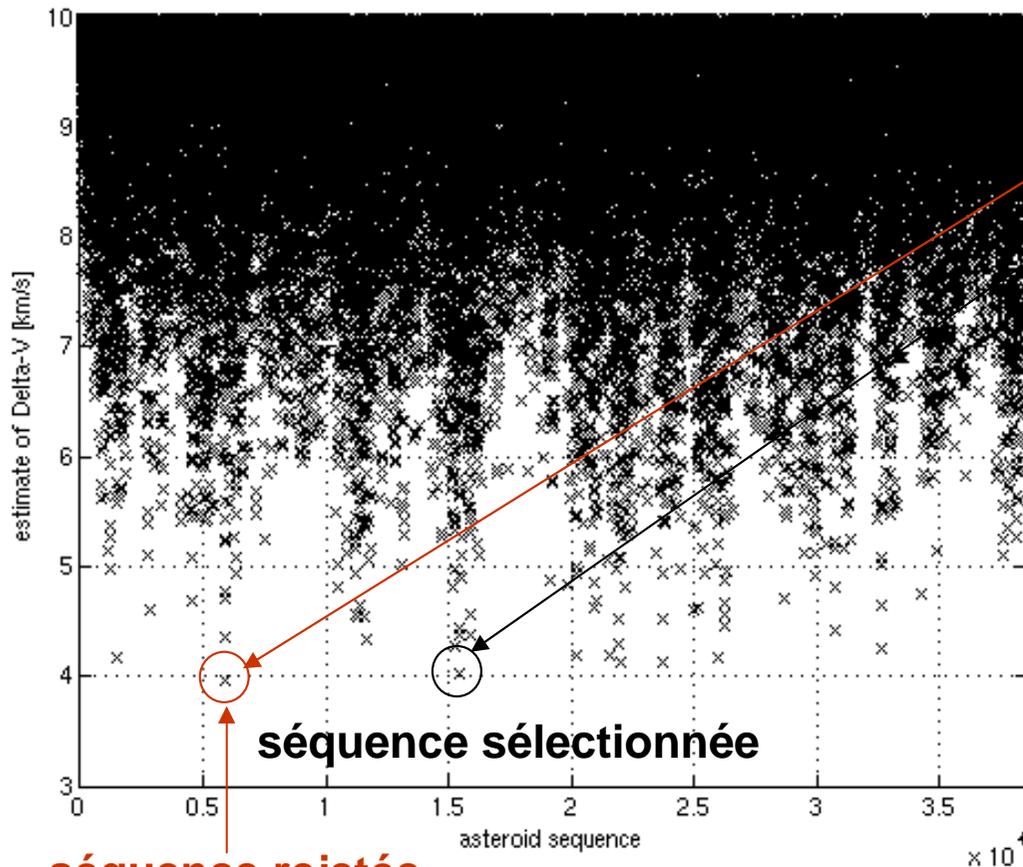
La démarche de résolution suivie par le CNES (1/3)

- Pas de tri préalable des astéroïdes en fonction de leurs paramètres orbitaux ! (leçon retenue des précédentes éditions du concours)

- Stratégie en deux étapes

- Étape 1 : Recherche de la séquence d'astéroïdes
 - ◆ Transferts bi-impulsionnels
 - Les arcs sont traités indépendamment → le phasage n'est pas pris en compte
 - Un seul *swing-by* de la Terre est autorisé entre deux astéroïdes
 - Les séquences sont classées en fonction du ΔV total
 - Les séquences présentant un phasage "médiocre" sont éliminées

La démarche de résolution suivie par la CNES (2/3)



**séquence rejetée
à cause d'un
mauvais phasage**

séquence sélectionnée

Séquence	ΔV [km/s]
E-E-19-E-37-E-49-E-E	3.9560
E-E-49-E-37-85-E-E	4.0251
E-E-88-49-E-37-E-E	4.1192
E-E-90-E-37-E-49-E-E	4.1257
E-E-96-E-88-49-E-E	4.1632
E-E-5-E-88-49-E-E	4.1706
E-E-88-11-E-49-E-E	4.1832
E-E-85-37-E-49-E-E	4.1866
E-E-122-E-37-E-49-E-E	4.2601
E-E-49-E-16-E-96-E-E	4.2769
E-E-88-49-E-11-E-E	4.2887
E-E-37-E-114-96-E-E	4.3268
E-E-19-E-37-85-E-E	4.3516
E-E-49-88-E-96-E-E	4.3696
E-E-49-E-37-E-90-E-E	4.3849
E-E-114-E-37-E-49-E-E	4.4147
E-E-49-E-37-E-96-E-E	4.4467
E-E-96-114-E-37-E-E	4.4541
...	...

La démarche de résolution suivie par le CNES (3/3)

■ Étape 2 : Optimisation à poussée continue

- ◆ Minimisation de la consommation sur chaque arc en prenant en compte les caractéristiques de la sonde
- ◆ Un second *swing-by* de la Terre est introduit dans le scénario si cela est possible (en particulier sur le premier et le dernier arc)
- ◆ La trajectoire complète est optimisée par ajustement des dates (départ, *swing-bys*, rendez-vous) et des durées τ_i ($i = 1, \dots, 3$)
→ modification de la consommation en ergols associée à chaque arc
- ◆ Séquence finale obtenue : **E-E-E-49-E-37-85-E-E**

La solution CNES - Synthèse

<p>Durée totale de la mission [années] Du 20 Oct. 2025 au 20 Oct. 2035</p>	9.999805
<p>Durée totale de poussée [années] 17% de la mission</p>	1.656622
<p>Masse finale [kg] 86.7% de la masse initiale</p>	1733.451
<p>ΔV [m/s] de 423 à 1645 m/s (par poussée)</p>	4208
<p>Durées autour des astéroïdes [jours] $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$</p>	60
<p>Valeur de la fonction coût</p>	0.870011

Analyse des solutions classées

- 4 groupes de solutions apparaissent
→ même séquence d'astéroïdes
- Les différences sont dues
 - ♦ Au nombre de *swing-bys* (CNES/JPL) ou (JPL/Georgia)
 - ♦ A la loi de poussée (CNES/JPL) ou (CNES/Deimos) → **existence de solutions locales sur certains arcs !**
 - ♦ A l'ordre de parcours des astéroïdes (TAC/TAS)

Rank	Team	Index J	Sequence	Departure Arrival, MJD	Final mass m_f , kg	Min. stay τ_{\min} , days
1	4 CNES	0.8700	E E E 49 E 37 85 E E	60968 64620	1733	60
2	14 JPL	0.8685	E E 49 E 37 85 E E	60945 64597	1730	60
3	2 Georgia	0.8638	E 49 E 37 85 E E	60996 64648	1721	60
4	17 Deimos	0.8617	E 49 E E 37 85 E E	60964 64616	1717	60
5	18 TAC	0.8372	E 88 E 96 49 E	57726 61316	1647	245
6	13 TAS	0.8353	E 96 E 88 49 E	58169 61799	1647	211
7	8 MAI	0.8321	E 88 E 96 E 49 E	58075 61654	1658	60
8	1 GMV	0.8279	E E 96 76 E 49 E	59259 62870	1649	60
9	5 MSU	0.8257	E 96 E 88 49 E	58478 61998	1633	165
10	7 Glasgow	0.8063 ^a	E 88 19 49 E	58813 62365	1606	62
11	9 Tsinghua	0.7946	E 88 76 49 E	58091 61642	1565	225
12	11 Pisa	0.7744	E 88 49 19 E	58094 61319	1528	191
13	25 IKI	0.7537 ^b	E 76 96 49 E	58129 62332	1501	60
-	21 Milano	0.8376 ^c	E 88 E 96 49 E	58169 61693	1663	110
-	6 ESA	0.8172 ^c	E 96 88 49 E	58144 61650	1614	187
-	10 Delft	- ^d	E 96 122 85 E	59308 62416	1130	94

1
1
1
1
2
2
2
3
2
4
4
3
2
2

Conclusion - Références

- **Optimisation des trajectoires interplanétaires à poussée continue**
 - ◆ Problèmes de commande optimale difficiles à résoudre numériquement

- **Les concours GTOC**
 - ◆ Problèmes complexes (minima locaux, combinatoire importante) ayant un intérêt du point de vue des missions interplanétaires
 - ◆ Comparaison de méthodes d'optimisation **et de savoir-faire** entre équipes de recherche, agences spatiales et industriels
 - ◆ **Les enjeux ne sont pas uniquement scientifiques !**

- **Références**
 1. <http://www.esa.int/gsp/ACT/mad/pp/GTOC1/gtoc1.htm>
 2. Acta Astronautica, Vol. 61, Issue 9, 2007. Issue devoted to results from the "1st ACT Global Trajectory Optimisation Competition"
 3. <http://www.nasa.gov/vision/universe/solarsystem/asteroidf-20070404.html>
 4. <http://www2.polito.it/eventi/gtoc3/index.html>
 5. <http://cct.cnes.fr/cct02/gtoc4/index.htm>
 6. <http://gtoc5.math.msu.su/>