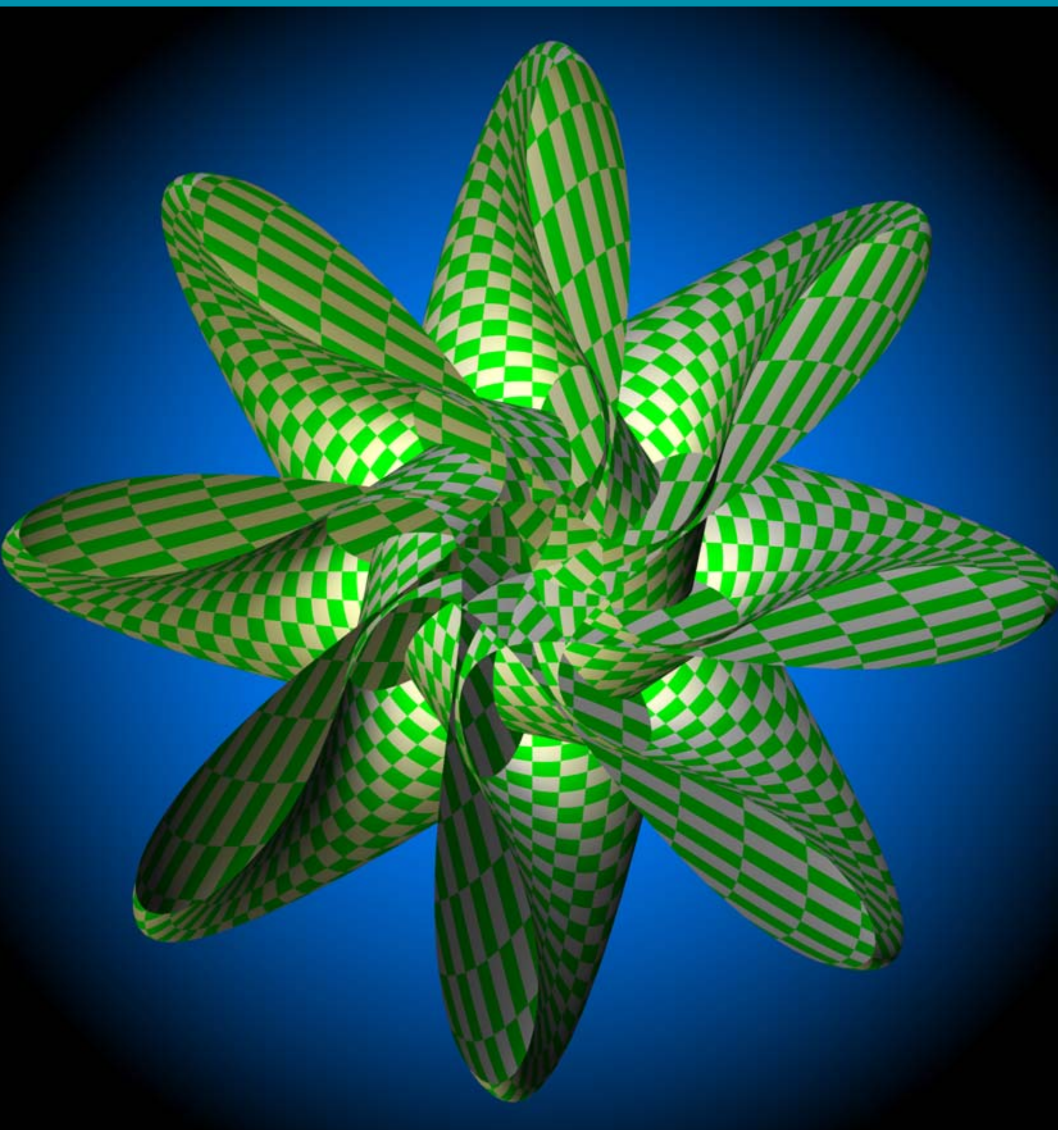
Quadrature

Magazine de mathématiques pures et épicées

La mathématique ouvre plus d'une fenêtre sur plus d'un monde



Textes en questions *Nouveau*

Le triangle le plus quelconque

Autour de l'hypothèse du continu

L'intégrale de Lebesgue en L1

Retournement du cuboctaèdre

Mathématiques et grilles de sudoku

n°73

Magazine trimestriel
Juillet-Septembre 2009
8,50 euros
ISSN 1142-2785

EDP SCIENCES

Quadrature n° 73 (2009) 43–48
© EDP Sciences, 2009
DOI: 10.1051/quadrature/2009014

[Jeux]

Y a-t-il des mathématiques derrière les grilles de sudoku ?*

par Jean-Baptiste Hiriart-Urruty**

Résumé.
Un sudoku, qu'es aquò ? Les élèves le savent bien, eux qui essaient, avant d'entrer en cours... ou pendant, de compléter ces grilles fournies par leurs journaux favoris... Mais, quels types de mathématiques ou d'informatique se cachent derrière ces grilles ? Les questions suivantes viennent naturellement à l'esprit du lycéen curieux : Combien y a-t-il de sudokus possibles ? Est-on sûr de pouvoir compléter une grille partiellement remplie d'une et d'une seule façon ? Un programme d'ordinateur pourrait-il résoudre à coup sûr tous les sudokus ? Comment font les journaux et magazines pour se procurer ces jeux de sudoku ? Nous commentons ces questions et y apportons des réponses lorsque celles-ci sont connues. Notre texte comporte aussi une connotation historique car un des « ancêtres français » des jeux comme le sudoku fut Gaston Tarry.
G. Tarry (1843–1913) fut un « amateur éclairé » des mathématiques, originaire de Villefranche-de-Rouergue en Aveyron. Il a contribué en Arithmétique, Combinatoire et Géométrie, répondant entre autres à une question mathématique laissée sans solution par L. Euler. Peu connu dans la communauté mathématique, quasiment inconnu dans la région Midi-Pyrénées, il se trouve que ses travaux ont une résonance très actuelle avec des jeux de grille populaires comme le sudoku. Nous évoquerons donc brièvement sa carrière et ses contributions scientifiques.

Introduction

Quand on interroge Internet pour avoir des informations sur des biographies de mathématiciens, comme cela nous arrive parfois, on tombe rapidement et systématiquement sur le site de l'université de St Andrews en Écosse. C'est un site complet, fort bien fait, qui offre la possibilité de choisir des regroupements de biographies, par exemple par thèmes, par périodes, et aussi par régions du monde. Ainsi, en cliquant sur l'onglet « mathématiciens nés dans le grand Sud-Ouest de la France », voilà que nous sommes dirigés à Toulouse (avec Fermat), Saint-Affrique (avec Borel), Dax (avec Borda)... et puis, surprise, à Villefranche-de-Panat en Aveyron avec le nom de Gaston Tarry. J'ai voulu en savoir plus sur ce personnage, et c'est ainsi que j'ai fait plus ample connaissance avec ce « mathématicien éclairé » des mathématiques, dont le parcours et la manière de travailler m'ont fait penser à P. Fermat, avec un décalage de 250 ans. Certes, G. Tarry ne fait pas partie de ces mathématiciens qui ont laissé leur nom à d'importants résultats ou méthodes, mais, tout de même, il fait partie des contributeurs à ces « ancêtres de jeux de grilles » dont les échos actuels, et ô combien populaires, se manifestent quotidiennement, le sudoku par exemple. C'est à cette visite guidée dans un peu d'histoire (régionale), un peu d'histoire des mathématiques (celle des jeux), que je vous convie ici.

Première constatation : Gaston Tarry n'est pas né à Villefranche-de-Panat mais à Villefranche-de-Rouergue en 1843 ; nous l'avons vérifié auprès du service des archives de Villefranche-de-Rouergue (*cf.* Annexes). À la lecture de son acte de naissance, on apprend également que son père est secrétaire « d'une des mairies de Paris ». Cette erreur, ainsi que d'autres concernant des scientifiques de la région, a été signalée aux responsables du site de biographies

* Adapté d'un exposé à l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse en octobre 2008.

** Institut de mathématiques, université Paul Sabatier de Toulouse.
e-mail : jbhu@cict.fr

de l'université de St Andrews. Ensuite, quand on pose la question « qui était Tarry ? » à la communauté des mathématiciens professionnels (comme je l'ai fait à plusieurs reprises), peu connaissent son nom, à part quelques spécialistes de théorie des nombres (*cf.* [10]) ; et personne ne m'a signalé son origine aveyronnaise. Pourtant, en ouvrant des livres contemporains consacrés à la Combinatoire (par exemple [5]), le nom de Tarry apparaît dans des domaines différents, parfois associé à des co-auteurs (*cf.* infra).

Enfin, en écho aux préoccupations mathématiques de Tarry, nous parlerons de ce jeu de grilles qui fait fureur dans nos journaux depuis 2005, j'ai nommé le sudoku, jeu récent dans sa diffusion mais dont les racines profondes remontent à il y a un siècle, en France précisément. Et on peut dire que Tarry contribua au soubassement mathématique de ces jeux que des auteurs appellent « les ancêtres français du sudoku ».

I Gaston Tarry

Gaston Tarry est né à Villefranche-de-Rouergue le 27 septembre 1843, et mort au Havre le 21 juin 1913.

C'est à l'occasion de ses études au lycée St Louis à Paris que Gaston Tarry devint intéressé par les mathématiques. Toutefois il n'envisagea jamais une carrière académique comme mathématicien, il joignit plutôt les Contributions Diverses de l'Administration des Finances ; il fit toute sa carrière en Algérie (l'Algérie était sous administration française depuis 1847) jusqu'à l'heure de sa retraite en 1902.

Bien que mathématicien amateur, Tarry avait une étonnante capacité à analyser les problèmes combinatoires ; notons que ses contributions mathématiques furent tardives, après qu'il eut franchi la cinquantaine (comme quoi, tous les espoirs nous sont permis...). Nous commençons par l'un de ses plus célèbres résultats, une réponse négative au dit *problème des 36 officiers de Euler.* « Euler, le grand Euler... » disait déjà mon professeur de philosophie en classe de Math-Élém, cet immense scientifique dont nous avons fêté en 2007 le 300^e^ anniversaire de la naissance à Bâle. Quel était ce problème (posé par Euler en 1782) ?

Imaginons des délégations de six régiments, chacune comprenant un colonel, un lieutenant-colonel, un major, un capitaine, un lieutenant et un sous-lieutenant ; il s'agit de disposer les 36 officiers suivant six colonnes de six lignes, de manière que chaque colonne ou ligne comporte les six grades, mais provenant tous de régiments différents.

Si, à la place des officiers avec leur grade, vous mettez des nombres de 1 à 6 (mettons 1 pour colonel, 2 pour lieutenant-colonel, etc.), le problème posé est une sorte de sudoku à six éléments (*cf.* infra), mais plus contraint puisque des officiers de même grade dans deux régiments différents ne sont pas interchangeables (il est en effet demandé que les six grades représentés dans chaque ligne ou colonne proviennent de régiments différents, un grade portant donc la couleur d'un régiment). Le problème fut posé par Euler en 1782 sous une forme générale, la réponse apportée ou conjecturée par lui (oui c'est possible, non ce n'est pas possible) dans beaucoup de configurations de n^2 officiers (n officiers de grades différents provenant de n régiments différents), mais la question restait ouverte pour $n = 6$ (*cf.* Annexe). Dans deux travaux [17, 18], Tarry résolut le problème en démontrant l'impossibilité de l'arrangement demandé des 36 officiers, par une recherche exhaustive des cas possibles et par croisement des résultats. A. Sainte-Laguë ([12], pp. 211–225) replace le problème dans un certain contexte historique, et rappelle la démonstration de Tarry. En fait, le problème est résolu complètement depuis 1960 (par Bose, Shrikhande et Parker) : il y a une solution audit problème des officiers pour n'importe quel entier n, sauf pour $n = 2$ (ce qui était facile à voir) et pour $n = 6$ (c'est le résultat de Tarry). À titre d'illustration, considérons la situation suivante, après tout nous exerçons à Toulouse au pays de Fermat mais aussi dans la capitale du rugby. On demande à 15 clubs de rugby (les 14 du championnat Top 14, plus le meilleur du championnat de Pro D2) de fournir chacun une équipe complète de 15 joueurs (un pour chacun des 15 postes de jeu), les joueurs étant habillés aux couleurs du club. Il s'agit à présent de disposer ces 225 joueurs sur une grille carrée de 15×15 cases de sorte que chaque ligne et chaque colonne (15 lignes et 15 colonnes) comporte une équipe complète de rugby dans laquelle les 15 clubs sont représentés. Ainsi, chaque joueur se retrouve dans deux équipes constituées, l'équipe-colonne et l'équipe-ligne correspondant à sa position sur la grille ; il est le seul de son club dans chacune de ces deux équipes. D'après le résultat général énoncé plus haut, il est tout à fait possible de répartir les 225 joueurs sur la grille 15×15 de manière à respecter les contraintes imposées. Cher lecteur, sauriez-vous établir un tel dispositif ? De manière assez étonnante, si on avait posé le même problème avec 6 clubs de volley-ball fournissant chacun une équipe complète de 6 joueurs, la répartition des 36 joueurs suivant les règles indiquées eût été impossible !

En Combinatoire moderne, le problème posé par Euler est répertorié sous le nom de *carrés latins* ou, plutôt, *carrés gréco-latins*, qu'il ne faut pas confondre avec lesdits *carrés magiques,* pour lesquels la requête est que la somme des termes de chaque ligne et de chaque colonne soit un nombre fixé à l'avance (même s'il y a des relations possibles et bien travaillées entre les deux concepts, *cf.* Annexes).

Brièvement, l'intérêt et les contributions de G. Tarry tournaient autour des problèmes de nature logique ou combinatoire : ainsi il proposa une manière de sortir d'un labyrinthe (un procédé algorithmique qui, de nos jours, serait « implémentable », comme on dit), il étudia intensément et en détail les carrés magiques (auxquels il fut intéressé par un ami magicien à Alger, qui n'arrêtait pas de le titiller à leur sujet) ; il s'intéressa également à la géométrie du triangle. Henri Poincaré était impressionné par ses résultats et les présenta à l'Académie des sciences de Paris. Parmi les points particuliers d'un triangle (centre de gravité, orthocentre, point de Steiner...) figure *le point de Tarry.*

On trouve le nom de Tarry associé à d'autres comme dans : la méthode de Tarry-Cazalas, le problème de Prouhet-Tarry-Escott... « Un coup de Google » sur Internet vous y conduit.

II Le jeu de sudoku

Un sudoku, qu'es aquò ? Rien à voir avec la transpiration dans une certaine partie du corps humain... C'est un tableau de 9 lignes par 9 colonnes (81 cases donc au total), qu'il faut remplir de chiffres allant de 1 à 9, avec les contraintes suivantes :

- dans chaque ligne et dans chaque colonne doivent figurer les 9 chiffres $1, 2, ..., 9$, une seule fois chacun (avec cette seule exigence, le tableau est appelé *carré latin* depuis Euler) ;
- mais, de plus, dans chacun des 9 blocs 3 par 3 constitutifs du tableau général doivent figurer les 9 chiffres $1, 2, ..., 9$.

Les chiffres ne sont utilisés que par habitude, aucune opération arithmétique sur eux n'est effectuée ; on aurait pu (et cela se fait parfois) utiliser des lettres, figurines, couleurs, etc.

Le jeu proposé consiste en la donnée d'un tableau partiellement rempli (on parle de cases préremplies ou dévoilées) qu'il s'agit de compléter en respectant les règles énoncées ci-dessus. Comme on peut l'imaginer, la donnée initiale proposée est telle qu'un seul résultat final est possible, et moins il y a de cases remplies au départ, plus la complétion semble devoir être difficile (*cf.* infra pour ces questions). Aucun raisonnement ni expertise mathématique n'est requis pour faire un sudoku, c'est essentiellement une affaire de logique ; néanmoins l'étude scientifique des sudokus peut susciter des réflexions et des problèmes à résoudre aux curieux des mathématiques comme de l'informatique.

On pourrait penser que le sudoku est un jeu d'invention récente. En fait, dès 1890, soit un siècle avant leur résurgence moderne, des jeux de grille (9 lignes par 9 colonnes) du type sudoku étaient publiés dans les principaux quotidiens français ; une de leurs spécificités était justement la structuration en sous-blocs 3 par 3 (d'où l'appellation qui les accompagnait : « carrés avec compartiments »). Si les premières pages des journaux étaient occupées par l'affaire Dreyfus ou les inventions des frères Lumière, les pages intérieures faisaient la part belle à ces jeux de grille. L'engouement ne diminuera pas jusqu'à la première guerre mondiale où, hélas, d'autres préoccupations couvriront les journaux. Tous les ingrédients du sudoku étaient présents, ce qui était demandé en était très proche, mais ce n'était pas tout à fait le sudoku tel que nous l'entendons aujourd'hui. Il est néanmoins licite de parler à leur propos, comme le font plusieurs auteurs [3, 6], des « ancêtres français du sudoku ».

Dans la période récente, les premiers sudokus apparurent dans les magazines japonais des années 1980 et 1990 où leur nom fut forgé (abréviation de la règle du jeu japonaise : « il ne peut y avoir qu'un seul et unique chiffre », *Su* = chiffre, *Doku* = unique, traductions approximatives). Leur succès à l'échelle internationale commença vraiment en novembre 2004 (très récemment donc !) lorsque le quotidien *The Times* à Londres commença à en publier. Ensuite, les autres journaux anglais suivirent ainsi que tous les journaux de par le monde (il arrive en France en juillet 2005), ce fut une véritable explosion à l'échelle planétaire ; il n'y a pas un journal aujourd'hui qui n'aligne pas son ou ses sudoku(s) dans sa partie jeux... Vous-même, même si vous n'êtes pas joueur, vous avez pu observer les adeptes du sudoku, occasionnels ou accros : le voisin dans le compartiment de train ou d'avion, les dames de service tout en faisant tourner le lave-linge, les élèves ou étudiants avant d'entrer en cours (au fond, ce n'est pas plus mal que de les voir scotchés à leurs consoles de jeux).

Quelles sont les questions qu'on peut légitimement se poser à propos des sudokus ?

Q1. *Combien y a-t-il de grilles de sudoku possibles ?* C'est assez difficile à établir précisément, mais cela a été fait : $\approx 6,67 \times 10^{21}$. Mais, pour avoir un ordre d'idée plus palpable, commençons par regrouper les différentes possibilités : par exemple, si on remplace dans un sudoku tous les 1 par 2, tous les 2 par 6, etc. (= on opère une « permutation » sur les neuf chiffres) ou si on échange deux lignes (la 1 et la 2) ou deux colonnes (la 4 et la 5), ou si on transpose la grille (les colonnes devenant des lignes, les lignes devenant des colonnes), convenons qu'il s'agit essentiellement du même sudoku... ; on dira qu'il s'agit de configurations équivalentes. Ainsi, en dénombrant les groupements de configurations équivalentes, on arrive au nombre total de 5 472 730 538, soit un peu moins de *six milliards* (= la population de la planète) ; donc, les fournisseurs ou les accros de sudokus n'ont pas lieu de s'inquiéter... d'autant que les *propositions de départ* sont encore plus nombreuses (car il y a de nombreuses façons de présenter des grilles partiellement remplies dont la résolution conduit à la même grille terminée (complète)).

Q2. *Quand est-on assuré de l'unicité du résultat final à partir des cases remplies au préalable ?* Cette question est d'importance car, comme on l'imagine, un fournisseur de sudokus (à un journal par exemple) doit pouvoir assurer qu'une seule grille complète est possible à partir du jeu de cases remplies qu'il propose... On imagine bien qu'à partir d'un certain nombre m (qu'il s'agit de déterminer), m cases remplies parmi les $9 \times 9 = 81$ de la grille induisent qu'il n'y a qu'une seule possibilité pour les cases restantes. Reste à trouver ce m minimal, de sorte qu'avec m cases préremplies, on est assuré de n'avoir qu'un seul résultat complet, et avec $m - 1$, il est possible de compléter la grille de deux ou davantage de manières différentes. À ce jour, cet entier m n'est pas connu, on pense qu'il est supérieur à 17. La question formulée est ambiguë, car on n'a pas précisé s'il s'agissait de tous les sudokus en général ou d'un sudoku particulier qu'on est en train d'essayer de compléter. Expliquons-nous :

- ◇ Conjecture sur le m minimal :
  - – Si on a la latitude de préremplir 17 cases, on a des situations où la manière de compléter est unique (c'est le cas usuel). De fait, on connaît un très grand nombre de grilles pleines dont 17 données permettent la reconstitution complète.
  - – Si on ne préremplit que 16 cases, il y a plusieurs manières de compléter (le mieux qu'on ait pu faire est avec deux manières de compléter). On cherche encore des grilles pour lesquelles 16 données suffiraient, mais personne n'en a trouvé et on pense plutôt qu'il n'en existe pas.
- ◇ Résultat sur le m maximal : Il est facile de voir que si, sur les 81 cases à remplir, on part de 80 cases préremplies ou même de 79 ou 78, il n'y a qu'*une seule* possibilité de compléter la grille (lorsque cela est possible). Curieusement, avoir 77 cases préremplies (presque toutes !) ne garantit pas l'unicité de la grille totalement remplie ; en voici un exemple :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} ? & ? & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} ? & ? & 4 \\ 8 & 6 & 5 \\ 9 & 3 & 7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 & 9 & 8 \\ 2 & 7 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 3 & 9 & 4 \\ 8 & 1 & 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 7 & 2 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 9 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 6 & 3 & 8 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Eh bien, on peut compléter le nord-ouest de cette grille de deux manières différentes, voici ces deux possibilités :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} & 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Q3. *Un programme de calcul sur ordinateur peut-il résoudre tous les sudokus proposés ?*

Oui, ce sont des programmes de calcul issus de la Recherche Opérationnelle, du type *branch and bound (séparation et évaluation* en français) et *programmation par contraintes.* Il en existe de nombreux pour résoudre très rapidement un problème de sudoku. La plupart du temps, ces méthodes sont basées sur des algorithmes dits de retours en arrière systématiques (*backtracking* en anglais). L'idée de ce dernier procédé est la suivante : affecter une valeur à une case vide (de la grille proposée) et continuer ainsi tant que les choix sont cohérents. Dès qu'une impossibilité est détectée, le programme revient sur son choix précédent (le retour arrière) et essaie une autre valeur ; si aucune valeur n'est alors disponible, il continue à retourner en arrière, jusqu'à ce qu'il puisse repartir en avant. Cette méthode est systématique et permet à coup sûr de résoudre un problème de sudoku. Mais la méthode est « bestiale », aucun joueur humain ne procède de cette façon ! Notre mémoire est trop peu performante (et notre patience insuffisante) pour bien l'appliquer.

L'être humain, lui, applique des règles de logique et procède par essais et erreurs (outils : la gomme et le crayon) ; certes, certaines manières de faire sont systématisées et font l'objet d'articles de revue et de livres (exemple [19]), presqu'aussi nombreux que les livres de cuisine...

En termes de complexité, la résolution des sudokus appartient à la classe des problèmes dits NP-difficiles (*NP-hard* en anglais), elle peut être formalisée de manière équivalente comme un problème de coloration de graphes.

Q4. *Un programme de calcul sur ordinateur peut-il générer des grilles de sudoku ?*

Oui. Voici des façons d'opérer. Des nombres sont placés au hasard sur une grille vierge, et un algorithme de résolution est appliqué (par exemple celui de *backtracking*) :

- si le puzzle a une seule solution, on arrête ;
- si le programme échoue et qu'il n'y a pas de solution, on enlève un nombre du jeu initial et on recommence ;
- si le puzzle a plusieurs solutions, on en privilégie une et on ajoute autant de nombres que nécessaire dans le jeu initial, pour que la solution qui s'ensuit soit celle désirée.

Démarche inverse : partir d'une grille pleine et retirer les cases une à une ; à chaque fois vérifier qu'il y a unicité de la solution résultante (les solveurs de programmation par contraintes permettent de le faire) ; s'il n'y a pas unicité, remettre la case et en retirer une autre ; etc.

Dans la classification de la difficulté des sudokus (facile, moyen, difficile) proposés dans les journaux, nous avons observé les résultats suivants : difficile est habituellement avec 23–26 cases préremplies, facile avec 42–45 cases préremplies. Mais le nombre de cases préremplies n'est pas le seul critère de classement en niveaux de difficultés, il y a aussi la difficulté de résolution (un élément d'appréciation en étant la difficulté du programme informatique à fournir la solution, lorsque ce programme simule le raisonnement humain : il y en a de très faciles avec 17 cases préremplies, et des « diaboliques » avec 35 cases préremplies). Un journal comme *Le Monde* se fournit chez la compagnie *koalog* (http://sudoku.koalog.com), de qui nous avons obtenu les informations et adresses de [8, 9].

Il est tentant d'aller pêcher sur Internet des programmes qui résolvent instantanément les sudokus ; une recherche avec les mots-clés « résolution de sudokus » ou « sudoku solvers » vous submerge de résultats... Dans le lot, nous retenons un site, référencé en [15], que nous avons testé (sur plusieurs exemples) et qui fonctionne de manière satisfaisante (... et gratuite).

Pour en savoir encore plus sur toutes ces questions mathématico-informatiques, nous renvoyons au récent ouvrage de N. Jussien entièrement consacré au jeu de sudoku [11].

III Conclusion

La visite que nous venons de rendre au villefranchois G. Tarry nous a conduit vers des contrées plus larges, nous plongeant dans des mathématiques (Combinatoire, Logique) qui ont des résonances contemporaines, notamment en termes de jeux (sudokus). Une question à présent pour terminer : quel est l'avenir des jeux de sudoku ? Il est probable qu'il adviendra ce qui s'est passé pour le « cube de Rubik » des années 1980, c'est-à-dire : après un certain nombre d'années, une lassitude s'installera chez les « lecteurs-consommateurs » et on passera à autre chose... Déjà, des extensions, variantes et successeurs du sudoku, ont été proposées, mais reconnaissons qu'ils ne l'ont pas encore supplanté... Quant à G. Tarry, ce mathématicien amateur et éclairé, il gagnerait à être un peu mieux connu, en particulier dans cette région Midi-Pyrénées qui fut son berceau comme pour d'autres mathématiciens amateurs éclairés.

Références

[1] R.A. Bailey, P.J. Cameron et R. Connelly, « Sudoku, Gerechte Designs, Resolutions, Affine Spaces, Spreads, Reguli, and Hamming codes », *Am. Math. Mon.* **115** (2008) 383–404.

[2] J. Bouteloup, *Carrés magiques, carrés latins et Eulériens*, Éditions du Choix, 1991.

[3] C. Boyer, « Sudoku's French ancestors », *Math. Intell.* **29** (2007) 37–44.

[4] A.E. Brouwer, « Sudoku puzzles and how to solve them », *European Mathematical Society Newsletter* **66** (2007) 13–17.

[5] P.J. Cameron, *Combinatorics, Topics, Techniques, Algorithms*, Cambridge University Press, 1994.

[6] J.-P. Delahaye, « The science behind sudoku », *Sci. Am.* **294** (2006) 80–87.

[7] R. Descombes, *Les carrés magiques ; Histoire, théorie et technique du carré magique, de l'Antiquité aux recherches actuelles*, Éditions Vuibert, 2000.

[8] Y. Georget, *Solving sudokus in java*, http://today.java.net/pub/a/today/2005/11/29/solving-sudokus-in-java.html.

[9] Y. Georget, *La combinatoire des sudokus*, http://interstices.info/jcms/c_16912/la-combinatoire-des-sudokus.

[10] G.H. Hardy et E.M. Wright, *An introduction to the theory of numbers*, Oxford Science Publications, 5e édition, réimpression de 1990.

[11] N. Jussien, *Précis de sudoku*, Hermes Science, Éditions Lavoisier, 2006. Voir aussi le site de cet auteur : http://njussien.e-constraints.net/suddoku/index.html

[12] A. Sainte-Laguë, *Avec des nombres et des lignes. Récréations mathématiques*, Éditions Vuibert, réédition de l'ouvrage de 1937.

[13] R. Sirdey, « Sudokus et algorithmes de recuit », *Quadrature* **62** (2006) 9–13.

[14] R. Sirdey, « Sudokus et programmation linéaire », *Quadrature* **63** (2007) 7–10.

[15] A. Stuart, *Sudoku solver*, http://www.scanraid.com/sudoku.htm.

[16] Sudoku, *article de Wikipedia*, 18 p.

[17] G. Tarry, « Le problème des 36 officiers », *Compte Rendu de l'Assoc. Française Avanc. Sci. Naturelles* **1** (1900) 122–123.

[18] G. Tarry, « Le problème des 36 officiers », *Compte Rendu de l'Assoc. Française Avanc. Sci. Naturelles* **2** (1901) 170–203.

[19] C. Vorderman, *Sudoku : 4 niveaux de difficulté en 128 grilles,* Marabout, 2005.

Annexes

Acte de naissance de G. Tarry

Sur l'acte de naissance à Villefranche-de-Rouergue, le 27 septembre 1843, de Louis Gaston Tarry, il est indiqué : fils d'Aristide Jean François Marie Tarry, « secrétaire d'une des mairies de Paris » et d'Henriette Clémentine Prévost de Bord (44 et 24 ans) et né dans la maison de M. Maruéjouls, avocat, au Faubourg Savignac. (*Source* : Direction des Archives départementales de l'Aveyron à Rodez.)

La conjecture d'Euler en 1782

Euler conjecturait qu'il n'était pas possible de résoudre le problème des n^2 officiers lorsque l'entier n est de la forme $4k + 2$ (k entier), c'est-à-dire pour $n = 2, 6, 10, 14, \ldots$ un nombre pair sur deux. Euler connaissait l'existence de solutions pour tous les autres entiers. Pour le cas $n = 6$, voici ce qu'il disait : « *D'après toutes les peines qu'on s'est données pour résoudre ce problème, on est obligé de reconnaître qu'un tel arrangement est absolument impossible, quoiqu'on ne puisse en donner une démonstration rigoureuse* ». Un auteur, MacNeish, avait même pensé avoir démontré la conjecture d'Euler en 1922, mais sa démonstration s'est avérée fausse. C'est en 1960 que fut publiée la résolution du problème des 100 officiers ($n = 10$ donc), avec la construction explicite d'une grille solution. Au même moment fut démontré qu'à part $n = 2$ ou 6 (cas de Tarry), il était toujours possible de résoudre le problème des n^2 officiers, réfutant ainsi la conjecture d'Euler.

Carrés magiques

Pour avoir des carrés magiques additifs dits « normaux », il faut placer les entiers 1 à n^2 dans une grille de n par n cases, sans lacunes ni répétitions, de sorte que les sommes des lignes, les sommes des colonnes, les sommes des diagonales principales, soient toutes égales ; cette somme commune s'appelle « la constante magique ».

Un carré est dit « bimagique » (ou « satanique ») si, en plus d'être magique, il a la propriété suivante : en élevant au carré chaque élément de la grille, on obtient une nouvelle grille qui est encore un carré magique. Il y a un lien fort entre les carrés bimagiques et les grilles de sudoku. Définition *mutatis mutandis* pour les carrés trimagiques (en plus d'être magiques et bimagiques). G. Tarry proposa le premier carré trimagique en 1905, d'ordre $n = 128$ (le tableau est donc de 16 384 cases, et, bien entendu, il fit tous les calculs à la main) ; il inventa aussi une méthode générale pour construire des carrés multimagiques (cette méthode est exposée pour la première fois dans une note de Tarry présentée par H. Poincaré dans les *Comptes Rendus de l'Académie des sciences* de Paris en 1906).

Une bonne référence sur les carrés magiques est l'ouvrage de R. Descombes [7] ; voir aussi [2] qui nous a été signalé par un lecteur-arbitre à la soumission du présent article.

Appellation sudoku

D'abord baptisé *suji wa dokushin ni kagiru* – ce qui signifie « un seul chiffre doit être inscrit » – le nom du jeu a rapidement été abrégé en Sudoku, de *su*, chiffre, et *doku*, unique.

QUADRATURE
Appel à auteurs

Quadrature, magazine de mathématiques pures et appliquées, **s'adresse aux enseignants, étudiants, ingénieurs, amateurs de mathématiques**.

La plupart des articles requièrent un bon niveau de terminale scientifique ou une première année de premier cycle. Les auteurs sont des mathématiciens, des enseignants et des étudiants...

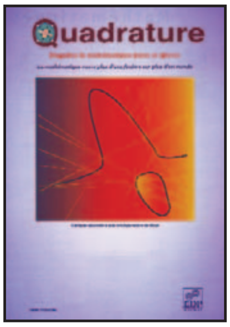
Quadrature est éclectique : certains articles présentent des mathématiques toutes récentes, tandis que d'autres donnent un nouveau point de vue sur des sujets traditionnels ou encore ressuscitent des questions de géométrie ancienne. On trouve également dans le magazine un **forum**, des **nouvelles**, des **notes de lecture**, des **articles d'histoire des mathématiques** et des **articles de réflexion en relation avec l'actualité**. Enfin, un large « coin des problèmes » permet aux lecteurs de poser des questions, qu'ils en connaissent la réponse ou pas.

Quadrature est ouvert, en particulier aux jeunes. Le magazine publie régulièrement des TPE (travaux personnels encadrés) de terminale et premier cycle d'université.

Vous souhaitez contribuer activement à la revue. Venez enrichir nos différentes rubriques et proposez-nous :

- ✔ articles de revue,
- ✔ brèves scientifiques,
- ✔ forum des lecteurs,
- ✔ manifestations,
- ✔ reportages,
- ✔ images mathématiques,
- ✔ analyses d'ouvrages et de logiciels,
- ✔ sites internet spécialisés en mathématiques,
- ✔ nouvelles, fantaisies mathématiques...

N'hésitez pas à prendre contact avec notre bureau de rédaction :



Quadrature
EDP Sciences
PA de Courtabœuf
17 avenue du Hoggar
BP 112
91944 Les Ulis Cedex A
Tél. : 01 69 18 75 75 • Fax : 01 69 07 45 17
E-mail : **quadrature@edpsciences.org**

Quadrature

Le magazine de mathématiques pures et épicées

Quadrature, magazine de mathématiques pures et appliquées, **s'adresse aux enseignants, étudiants, ingénieurs, amateurs de mathématiques**.

La plupart des articles requièrent un bon niveau de terminale scientifique ou une première année de premier cycle. Les auteurs sont des mathématiciens, mais aussi des enseignants motivés et des étudiants.

Quadrature est éclectique : certains articles présentent des mathématiques toutes récentes, tandis que d'autres donnent un nouveau point de vue sur des sujets traditionnels ou encore ressuscitent des questions de géométrie ancienne ! On trouve également dans le magazine un **forum**, des **nouvelles**, des **notes de lecture**, des **articles d'histoire des mathématiques** et des **articles de réflexion en relation avec l'actualité**. Enfin, un large "coin des problèmes" permet aux lecteurs de poser des questions, qu'ils en connaissent la réponse ou pas.

Quadrature est ouvert, en particulier aux jeunes. Le magazine publie régulièrement des TPE (travaux personnels encadrés) de terminale et premier cycle d'université.

BULLETIN D'ABONNEMENT

Quadrature

❒ Mme ❒ Mlle ❒ M.

Nom . . . .
Prénom . . . .
Profession . . . .
Institution . . . .
. . . .
Adresse . . . .
. . . .
. . . .
Code Postal . . . .
Ville . . . .
Pays . . . .
e-mail . . . .

Veuillez enregistrer mon abonnement :

❒ Pour **1 an** (4 numéros) :
- ❒ **Europe** (TVA 2,1 % incluse) 33
- ❒ **Reste du monde** (Hors Taxe) 38

❒ Pour **2 ans** (8 numéros) :
- ❒ **Europe** (TVA 2,1 % incluse) 59
- ❒ **Reste du monde** (Hors Taxe) 69

Paiement :

❒ Envoyez-moi une facture proforma
❒ Chèque joint (à l'ordre d'EDP Sciences)
❒ Carte de Crédit :
❒ Visa ❒ Eurocard ❒ American Express
Carte No . . . .
Date de validité . . . .

date/signature

EDP SCIENCES

Veuillez retourner ce coupon à :

EDP Sciences - Service Abonnement
17, avenue du Hoggar • B.P. 112 • PA de Courtabœuf • F-91944 Les Ulis Cedex A • France
Tél : 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax : 33 (0)1 69 86 06 78 - E-mail : subscribers@edpsciences.org