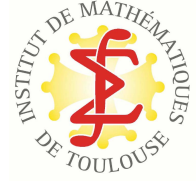




MATHÉMATIQUES



Jean-François Coulombel & Grégory Faye

Institut de Mathématiques de Toulouse

CNRS, UMR 5219

Université Paul Sabatier

Toulouse

Puissances itérées de convolutions sur \mathbb{Z}^d

Résumé. Le but de ce stage de M1 est d'aborder l'étude d'opérateurs de convolution de la forme :

$$L_{\mathbf{a}} : (u_j)_{j \in \mathbb{Z}^d} \mapsto \left(\sum_{\ell \in \mathbb{Z}^d} a_{\ell} u_{j-\ell} \right)_{j \in \mathbb{Z}^d}$$

pour une suite $\mathbf{a} = (a_{\ell})_{\ell \in \mathbb{Z}^d} \in \ell^1(\mathbb{Z}^d)$ donnée. Plus précisément, on s'intéressera à étudier les puissances $L_{\mathbf{a}}^n$ pour n grand. Quand les nombres a_j sont positifs de somme 1, l'asymptotique est régie par le théorème centrale limite. On s'intéressera ici aux cas où la suite \mathbf{a} prend des valeurs complexes. On tâchera notamment d'améliorer le théorème de la limite locale fourni par E. Randles et L. Saloff-Coste en précisant les termes de reste dans l'asymptotique. On se restreindra aux suites \mathbf{a} à support fini. Un concept clé sera l'étude des polynômes homogènes positifs.

L'implémentation sur machine permettra d'illustrer les résultats obtenus et/ou de les prédire.

Prérequis : pour aborder ce stage, il est souhaitable de maîtriser les bases de la théorie de l'intégration (espaces L^p , convolution...), de l'analyse de Fourier (séries et transformée de Fourier, égalité de Parseval-Bessel, théorème de Plancherel...) ainsi que de l'analyse complexe.

Contacts : jean-francois.coulombel@math.univ-toulouse.fr

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~jcoulomb/>

gregory.faye@math.univ-toulouse.fr

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~gfaye/>

Lieu : le stage s'effectuera à l'institut de mathématiques de Toulouse

Durée : entre 2 à 4 mois d'Avril à Juillet 2024

Gratification : une gratification de stage est possible.

Références : voici quelques références que l'on pourra consulter au cours du mémoire.

- E. Randles et L. Saloff-Coste, *On the convolution powers of complex functions on \mathbb{Z}* , Journal of Fourier Analysis and Applications, 2015.
- E. Randles et L. Saloff-Coste, *Convolution powers of complex functions on \mathbb{Z}^d* , Rev. Mat. Iberoam. 33 (2017), no. 3, 1045–1121.