

Médianes et moyennes structurelles de courbes issues de l'imagerie hyperspectrale

V. Achard* F. Gamboa†

Septembre 2014

Résumé Une image hyperspectrale est une image tridimensionnelle. A chaque pixel est associé une courbe appelée spectre dont la forme est caractéristique de l'élément de l'image (chlorophylle, bois, milieu urbain, ...). L'objectif de ce projet est d'étudier des moyennes non euclidiennes de ces spectres.

Mots clefs : Moyennes et médianes structurelles. Transformée de Fourier.

Construction de moyennes et médianes non euclidiennes

La moyenne euclidienne peut être vue comme le point minimisant l'inertie moyenne bâtie sur la somme des carrés des distances aux points du nuage. On peut définir de façon similaire la médiane euclidienne en considérant la somme des distances à la place de la somme des carrés des distances. Lorsque l'on dispose d'un échantillon de spectres similaires (acquis sur une même texture), il peut être intéressant d'agréger ces courbes en une courbe *archétype*. La moyenne euclidienne obtenue en faisant la moyenne euclidienne des valeurs observées de la fonction pour chaque abscisse est un candidat naturel pour cette archétype. Cette façon de procéder n'est en général pas très satisfaisante car la courbe moyenne obtenue est trop régularisée avec une atténuation notable des *petits événements*. L'objectif de ce projet de 5ème qui pourrait être poursuivi dans le cadre d'un stage à l'ONERA année est d'étudier et de mettre en place des archétypes bâtis sur des moyennes et médianes non euclidiennes. Ces moyennes et médianes seront obtenues par un critère variationnel comme dans le cas euclidien mais en remplaçant la norme euclidienne par une dissemblance ou distance plus adaptée à la géométrie des courbes considérées. Par ordre de complexité, nous étudierons

1. Le cas où la distance euclidienne est remplacée par la divergence de Bregman :

$$d_\gamma(x, y) := \gamma(x) - \gamma(y) - \gamma'(y)(x - y),$$

où γ est une fonction convexe régulière donnée. Le cas euclidien correspond à $\gamma(x) = x^2$. Une étude simple de ces moyennes de Bregman est développée dans [1].

*DOTA ONERA Toulouse veronique.achard@onera.fr

†IMT fabrice.gamboa@math.univ-toulouse.fr

2. L'agrégation n'est plus effectuée sur les valeurs des ordonnées d'une même abscisse mais dans autre espace de représentation des signaux (transformée de Fourier, analyse en composantes principales).
3. Le cas de l'agrégation des abscisses à ordonnée fixée fera l'objet d'un stage à l'ONERA. Le problème peut alors être reformulé comme un problème d'optimisation dans un espace de mesures signées et est une extension du transport de masse de Monge Kantorovich [2].

Références

- [1] Aharon Ben-Tal, Abraham Charnes, and Marc Teboulle. Entropic means. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 139(2) :537–551, 1989.
- [2] Cédric Villani. *Optimal transport : old and new*, volume 338. Springer, 2008.