

Réduction de Jordan

1 Michael 3

Déterminer une réduite de Jordan de chacune des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

2 Genre dent 4

Soit A la matrice de $M_4(\mathbb{R})$ suivante :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique de A .
2. Montrer que A n'est pas diagonalisable.
3. Déterminer une réduite de Jordan en précisant la base et la matrice de passage.
4. Calculer le polynôme minimal de A .
5. En déduire l'expression de A^{-1} et de A^n pour $n \geq 1$.

3 Michael Genre dent

Reprendre l'exercice précédent pour les matrices suivantes :

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 6 & -8 & -2 & -3 \\ 0 & -8 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$