

Feuille d'exercices 1 : Suites géométriques et arithmétiques  
Formule du binôme

## 1 Suites arithmétiques

### Fastoche

La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r$ .

1. On donne :  $u_5 = 7, r = 2$ . Calculer  $u_1, u_{25}$  et  $u_{100}$ .
2. On donne :  $u_3 = 12, u_8 = 0$ . Calculer  $r, u_0$  et  $u_{18}$ .
3. On donne :  $u_7 = \frac{7}{2}, u_{13} = \frac{13}{2}$ . Calculer  $u_0$ .

### Simple

$(u_n)$  est une suite arithmétique telle que  $u_2 + u_3 + u_4 = 15$  et  $u_6 = 20$ . Calculer son premier terme  $u_0$  et sa raison  $r$ .

### Plus dur

Déterminer sept nombres impairs consécutifs dont la somme est 73.

### Harder

Une suite arithmétique  $(u_n)$  de raison 5 est telle que  $u_0 = 2$  et,  $n$  étant un nombre entier,  $\sum_{i=3}^{i=n} u_i = 6456$  Calculer  $n$ .

### And harder

Déterminer quatre termes consécutifs d'une suite arithmétique sachant que leur somme est 12 et la somme de leurs carrés est 116.

## 2 Suites géométriques

### Facile

La suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$ .

1. On donne :  $u_1 = 3$  et  $q = -2$ . Calculer  $u_4, u_8$  et  $u_{12}$ .
2. On donne :  $u_3 = 2$  et  $u_7 = 18$ . Calculer  $u_0, u_{15}$  et  $u_{20}$ .

### Arigéo

Existe-t-il une suite telle que les trois premiers termes  $u_0, u_1, u_2$  soient à la fois en progression arithmétique et géométrique ?

## Arigéo come back

Soit  $(u_n)$  une suite telle que  $u_4 = -4$  et  $u_7 = \frac{1}{2}$ .

1. On suppose que la suite  $(u_n)$  est arithmétique.
  - (a) Calculer  $u_3, u_5, u_0$ . Plus généralement, exprimer  $u_n$  en fonction de  $u_p$  et de la raison  $r$ , pour  $n$  et  $p$  entiers quelconques.
  - (b) Calculer  $S_5$  et  $S_{10}$ .
  - (c) Etudier la convergence de  $(u_n)$ .
2. Mêmes questions si  $(u_n)$  est supposée géométrique.

## Plus dur

Une suite géométrique  $(v_n)$  est croissante et ses termes sont strictement négatifs.

1. Justifier que la raison  $b$  de la suite est telle que  $0 < b < 1$ .
2. On suppose que  $v_1 v_3 = \frac{4}{9}$  et  $v_1 + v_2 + v_3 = -\frac{19}{9}$ . Calculer  $v_1, v_2, v_3$  et  $b$ .

## Sommes

Calculer les sommes  $S$  et  $S'$ .

$$S = 2 + 6 + 18 + \dots + 118098,$$

$$S' = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{59049}.$$

## Big Ben

Une horloge sonne toutes les heures. Quel est le nombre de sons de cloche entendus en 24 heures ?

## L'âge du capitaine

Cinq personnes se trouvent dans une pièce. L'une d'entre elles remarque que leurs âges sont en progression arithmétique. Sachant que la somme des carrés de leurs âges est égale à l'année où se passe cette histoire (à savoir 1980) et qu'à elles toutes, les personnes totalisent 90 années, quel est l'âge de chacune des personnes ?

## Etang

La taille d'un nénuphar double chaque jour. Au bout de 40 jours, il a recouvert tout l'étang. Au bout de combien de jours avait-il recouvert la moitié de l'étang ?

## Antiquité

Au cours d'une bourse aux livres, un manuel scolaire perd chaque année 12% de sa valeur. Un livre a été acheté neuf en 1985, il coûtait alors 150F. Quel est son prix à la bourse aux livres de 1990 ? de 1995 ?

### 3 Formule du binôme

#### Stochfa

Soit un réel  $a$ . Expliciter :

1.  $(a + 1)^5$ ,
2.  $(a + 1)^4 - (a - 1)^4$ .

#### Sommes

Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 := \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k,$$

$$S_2 = \sum_{k=0}^n C_n^k,$$

$$S_3 := \sum_{k=0}^n k C_n^k,$$

$$S_4 := \sum_{k=0}^n k(k-1) C_n^k 4^k.$$

#### Histoire de pomme

Démontrer la formule du binôme de Newton.