

UPS - Toulouse - Magistère d'économétrie et statistique
Examen de Probabilités de seconde session

La durée de l'épreuve est de 20 minutes environ. Pas de document autorisé. Pas de calculatrice autorisée.

Loi d'un couple

Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires de densité de probabilité :

$$g(x, y) = \begin{cases} Cxy & \text{si } (x, y) \in D \\ 0 & \text{si } (x, y) \notin D \end{cases}$$

où D est le premier quart du disque centré en 0 de rayon 2 et $C > 0$ est une constante de normalisation. Les variables X et Y sont-elles indépendantes? Calculer la constante C . Déterminer la densité de probabilité de la variable $Z = X^2 + Y^2$, puis celle de $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$.