TP 1 de plan d'expériences-7 Novembre

Compte rendu à remettre le le lundi 28 novembre

La programmation de ce TP sera effectuée sous `MATLAB`.

1 Carré Latin

On se propose de construire un générateur aléatoire de carré latin (de taille $n > 1$). Pour cela, on va utiliser les remarques qui suivent.

- Le carré suivant est latin :

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 3 & \cdots & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ n & 1 & \cdots & n-1 \end{array}$$

- Si l'on dispose d'un carré latin, on construit un nouveau carré latin en permuttant ses lignes et/ou ses colonnes.

1) En utilisant la procédure `MATLAB randperm`, construire une fonction qui génère un carré latin aléatoire.
2) Ecrire une fonction qui permet la génération d'un couple de carrés greco latins.

2 D et E optimalités

On considère, pour $x \in [-1, 1]$, le modèle de régression :

$$Y(x) = \sum_{i=1}^{k} a_i^* f_i(x) + \varepsilon(x).$$

Les fonctions de régression $(f_i)_{i=1,\dots,k}$ sont données.

1) On se place dans le cas où $k = 3$ et $f_i(x) = x^{i-1}, i = 1, 2, 3$. On s'intéresse aux plans d'expériences à $n = 6$ points. En utilisant l'optimiseur `fmincon` de `MATLAB`, construire les plans D et E optimaux.
2) En utilisant la fonction `legendre` de `MATLAB`, tracer la courbe représentative de la fonction $(x^2 - 1)P_2'(x)$ où P_i désigne le polynôme de Legendre de degré $i \geq 0$. Vérifier alors le plan D-optimal trouvé en 1).
3) On suppose encore que $n = 6$, mais on s'intéresse ici à $k = 3$ avec pour $x \in [-1, 1]$, $f_1(x) = 1,\ f_2(x) = \exp(x),\ f_3(x) = x^2$. Ecrire un code qui calcule le plan D-optimal. Comparer la variance de ce plan à celle obtenue en utilisant les points $-1, 1, 1/2, -1, 1, 1/2$.

3 D-optimalité en dimension 2

Sur $[-1,1]^2$, on considère le modèle de régression :

$$Z(x,y) = a^* + b^*x + c^*y + d^*x^2 + e^*y^2 + f^*xy + \varepsilon(x,y).$$

Utiliser la fonction `fmincon` de `MATLAB` pour déterminer un plan D-optimal à 10 points. Représenter ce plan dans l'espace à deux dimensions.