

Examen

L.I.M.-Statistique

Mercredi 26 mai 2005-Durée 2 heures

1 Fish

On considère le nombre de personnes qui sont dans la queue du distributeur de café du bâtiment 1R1 à 10h du matin. On a relevé sur 100 jours différents les nombres de personnes suivants :

Nombre de Personnes	0 et 1	2	3	4	5	6	7 et plus
Nombre de Jours	8	17	20	18	13	11	13

Tester l'hypothèse : *la loi du nombre de personnes présentes dans la queue à 10h du matin suit une loi de Poisson de paramètre 4.*

2 Test d'hypothèses simples

Soit, pour $n \in \mathbb{N}^*$, X_1, \dots, X_n un n -échantillon de loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$). On rappelle que dans le cas où $\sigma = 1$ $S_n^2 := \sum_{j=1}^n X_j^2$ suit la loi du Khi 2 à n degrés de liberté. Soit Z une variable aléatoire de loi normale standard. On rappelle que pour $t > 3$, on a

$$\mathbb{P}(Z > t) \sim \frac{\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}t}.$$

- Quelle est la loi de $\frac{S_n^2}{\sigma^2}$?
- On désire tester $H_0 : \sigma = 2$ contre $H_1 : \sigma = 1$. Montrer que le test UPP est de la forme $1_{\{S_n^2 < C_n\}}$.
- Pour $n = 10$, calculer C_n pour une erreur de première espèce de 5%. Déterminer la puissance associée.
- On suppose maintenant que $n = 100$, donner une approximation de C_n pour une erreur de première espèce de 5%. Donner une approximation de la puissance associée.

2.1 Contrôle de qualité

Une entreprise fabrique des pièces de moteurs industriels. Parfois ces pièces se révèlent immédiatement défectueuses après la vente. Le taux de défaillance doit être limité à 4%. Sur 1000 pièces contrôlées, 56 sont défectueuses.

- Donner un intervalle de confiance pour le taux (inconnu) de défaillance (risque 5%).
- Est-ce que la norme de qualité de production est respectée ?