La fonction $y = \text{Arg ch}(x)$

Définition :

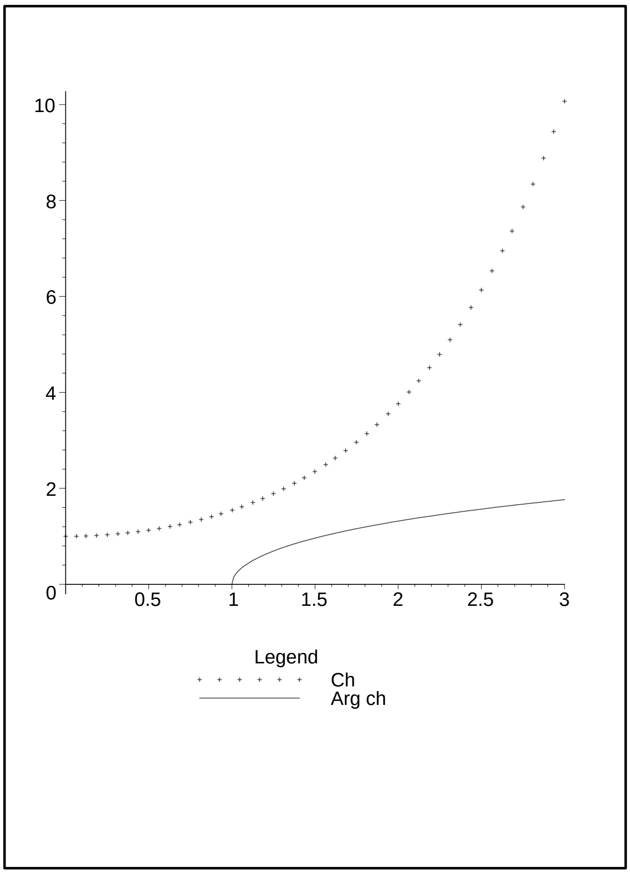
$$\begin{cases} y = \text{Arg ch}(x), \\ x \geq 1, \end{cases} \iff \begin{cases} x = \text{ch}(y), \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Tableaux de variations :

x	1		$+\infty$
$y = \text{Arg ch}(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dérivée :

$$\text{Arg ch}'(x) = \frac{1}{\text{sh}(y)} = \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2(y) - 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad \forall x > 1.$$



Théorème (Expression en fonction d'un logarithme):

$$y = \text{Arg ch}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \quad \forall x > 1.$$

La fonction $y = \text{Arg sh}(x)$

Définition :

$$\begin{cases} y = \text{Arg sh}(x), \\ x \in I\!R, \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \text{sh}(y), \\ y \in I\!R. \end{cases}$$

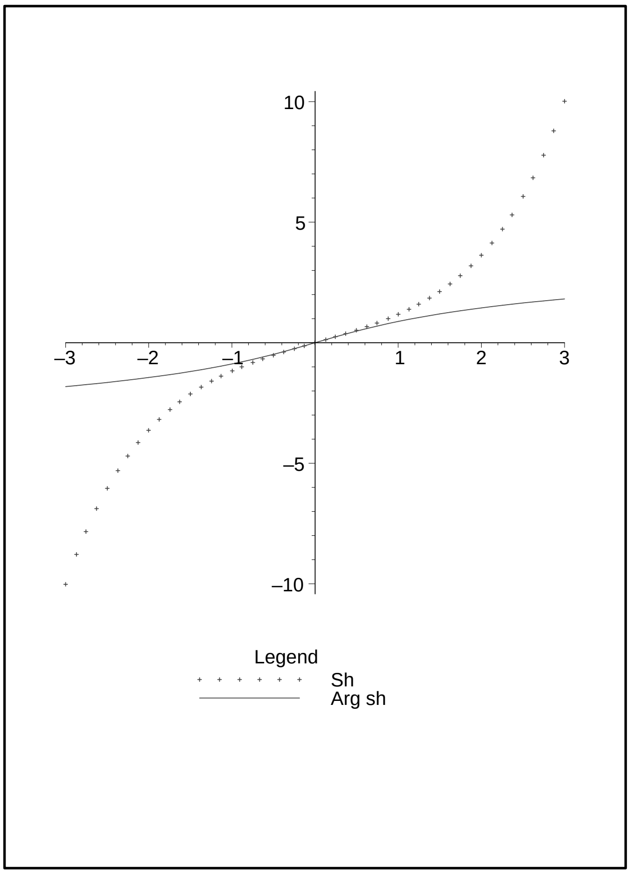
Tableaux de variations :

x	0		$+\infty$
$y = \text{Arg sh}(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Propriété : $y = \text{Arg sh}(x)$ est impaire sur $I\!R$.

Dérivée :

$$\text{Arg sh}'(x) = \frac{1}{\text{ch}(y)} = \frac{1}{\sqrt{1+\text{sh}^2(y)}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \forall x.$$



Théorème : (Expression en fonction d'un logarithme):

$$y = \text{Arg sh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1}), \quad \forall x \in I\!R$$

La fonction $y = \text{Arg th}(x)$

Définition :

$$\begin{cases} y = \text{Arg th}(x), \\ x \in]-1, 1[, \end{cases} \iff \begin{cases} x = (y), \\ y \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

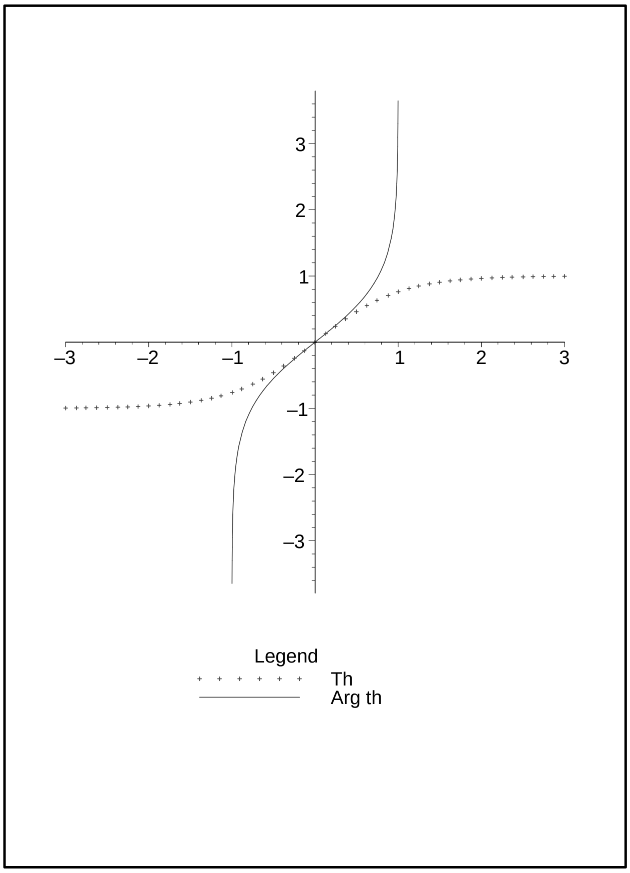
Tableaux de variations :

x	0		1
$y = \text{Arg th}(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Propriété : $y = \text{Arg th}(x)$ est impaire et continue sur $]-1, 1[$.

Dérivée :

$$Arg\ th'(x) = \frac{1}{\frac{1}{ch^2(y)}} = ch^2(y) = \frac{1}{1 - th^2(y)} = \frac{1}{1 - x^2}, \quad \forall x \in]-1, 1[.$$



Théorème (Expression en fonction d'un logarithme) :

$$y = \text{Arg th}(x)\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad \forall x \in]-1, 1[.$$