

Image–Signal–Simulation

Sujets des projets

Les projets sont à faire par groupe de 3-4 étudiants.

Chaque groupe doit rédiger un rapport décrivant :

- le problème à résoudre,
- les calculs mathématiques effectués pour résoudre le projet,
- les propriétés des problèmes d'optimisation étudiés,
- les garanties de convergence des algorithmes utilisés,
- les figures illustrant les résultats des algorithmes développés durant le projet.

Notamment, ces figures illustreront :

- la convergence des algorithmes ;
- la qualité des images obtenues par ceux-ci.

Les versions électroniques du **rapport** et des **notebooks python** propres ayant servi à produire les expériences sont à rendre par mail le jour de la soutenance.

Les soutenances seront le vendredi 11 avril à partir de 13h30.

Durant la soutenance, chaque groupe fera une présentation de son travail. Les détails concernant la durée de la soutenance et les horaires de passage de chaque groupe seront donnés ultérieurement.

Projet 1 (Demosaïcage d'image couleurs)

La plupart des capteurs couleurs ne peuvent capter qu'une unique couleur en un pixel donné. Par exemple, si l'on note les canaux RGB de l'image $u = (u_{i,j}^r, u_{i,j}^g, u_{i,j}^b)_{1 \leq i,j \leq N} \in (\mathbb{R}^3)^{N^2}$ le filtre de Bayer est un opérateur linéaire $F : (\mathbb{R}^3)^{N^2} \rightarrow \mathbb{R}^{N^2}$ tel que $v = Fu$ est défini par (ci-dessous $i[2]$ signifie i modulo 2)

$$v_{i,j} = \begin{cases} u_{i,j}^b & , \text{ si } i[2] = 0 \text{ et } j[2] = 0, \\ u_{i,j}^r & , \text{ si } i[2] = 1 \text{ et } j[2] = 1, \\ u_{i,j}^g & , \text{ sinon.} \end{cases}$$

Le demosaïcage est le problème de restauration d'image visant à inverser un tel filtre. Vous pouvez aller voir

<https://en.wikipedia.org/wiki/Demosaicing>

1. Implémenter l'opérateur calculant F . Calculer et implémenter son adjoint.
2. On considère une acquisition $v = Fu + b$, où b est un bruit. On définit la variation totale régularisée d'une image couleur $w \in (\mathbb{R}^3)^{N^2}$ par

$$TV_\varepsilon(w) = \sum_{i,j=1}^N \sqrt{(\partial_m w^r)_{i,j}^2 + (\partial_n w^r)_{i,j}^2 + (\partial_m w^g)_{i,j}^2 + (\partial_n w^g)_{i,j}^2 + (\partial_m w^b)_{i,j}^2 + (\partial_n w^b)_{i,j}^2} + \varepsilon,$$

pour $\varepsilon > 0$ et pour les opérateurs de différences finis habituels.

Calculer $\nabla TV_\varepsilon(w)$ (c'est très simple) et implémenter un algorithme de restauration d'image consistant à minimiser

$$u^* \in \operatorname{argmin}_{w \in (\mathbb{R}^3)^{N^2}} TV_\varepsilon(w) + \lambda \|Fw - v\|^2,$$

pour $\lambda > 0$. Vous étudierez ses propriétés de convergence et ces résultats pour différentes images.

Projet 2 (Recalage d'image – $\ell^2 - \ell^1$)

En cours (chapitre 4), nous avons décrit des méthodes permettant de recalibrer des images. Vous implémenterez le modèle utilisant l'approximation affine

$$\tilde{v}^1((m,n) + t_{m,n}) = v_{m,n}^1 + \langle \nabla v_{m,n}, t_{m,n} \rangle$$

le terme d'attache aux données quadratique défini par (4.2) et le terme de régularisation du champs de vecteurs t défini par

$$\sum_{m,n=1}^N \sqrt{|\nabla t_{m,n}^1|^2 + |\nabla t_{m,n}^2|^2} + \varepsilon,$$

pour $\varepsilon > 0$. Vous étudierez ses propriétés de convergence et ces résultats pour différents couples d'images (vous en trouverez facilement sur internet).

Projet 3 (Recalage d'image – $\ell^1 - \ell^2$)

En cours (chapitre 4), nous avons décrit des méthodes permettant de recalibrer des images. Vous implémenterez le modèle utilisant l'approximation affine

$$\tilde{v}^1((m,n) + t_{m,n}) = v_{m,n}^1 + \langle \nabla v_{m,n}, t_{m,n} \rangle$$

le terme d'attache aux données défini par

$$\sum_{m,n=1}^N \sqrt{|\tilde{v}^1((m,n) + t_{m,n}) - v_{m,n}^2|^2} + \varepsilon,$$

pour $\varepsilon > 0$, et le terme de régularisation du champs de vecteurs t défini par

$$\sum_{m,n=1}^N |\nabla t_{m,n}^1|^2 + |\nabla t_{m,n}^2|^2.$$

Vous étudierez ses propriétés de convergence et ces résultats pour différents couples d'images (vous en trouverez facilement sur internet).

Projet 4 (Segmentation d'image – Chan-Vese)

En cours (chapitre 6.1 et 7), nous avons décrit des méthodes permettant de segmenter des images. Le projet consiste à implémenter la méthode de Chan-Vese à l'aide de la méthode d'optimisation de forme par ensembles de niveaux. Il faudra aussi étudier plusieurs méthodes d'initialisation de l'algorithme, illustrer ses propriétés de convergence et illustrer ses résultats sur plusieurs images tests.

Projet 5 (Segmentation d'image – Mumford-Shah)

En cours (chapitre 6.1 et 7), nous avons décrit des méthodes permettant de segmenter des images. Le projet consiste à implémenter la méthode de Mumford-Shah à l'aide de la méthode d'optimisation de forme par ensembles de niveaux. Il faudra aussi étudier plusieurs méthodes d'initialisation de l'algorithme, illustrer ses propriétés de convergence et illustrer ses résultats sur plusieurs images tests.