

Corollaire: Soit $\theta^* \in \bigcap_{j=1}^3 \mathcal{U}_j^*$ est un minimiseur local de (P). Il existe $\varepsilon > 0$ et une variété lisse $\mathcal{M} \subset \mathbb{R}^E \times \mathbb{R}^B$, de dimension $|E| + |B| - \text{rk}(D\beta_{\theta^*}(x))$ telle que $\theta^* \in \mathcal{M}$ et

$\forall \theta \in \mathcal{M} \cap B(\theta^*, \varepsilon)$, θ est un minimiseur local de (P).

preuve: A nouveau, on note $f(\theta) = R(\beta_{\theta}(x))$.

$\exists \eta > 0$, $\forall \theta \in B(\theta^*, \eta)$, $f(\theta^*) \leq f(\theta)$

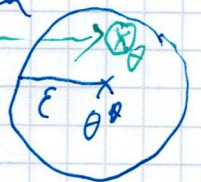
$\exists \eta' > 0$, tel que $\mathcal{M}' = \{\theta \in \mathbb{R}^E \times \mathbb{R}^B \mid \beta_{\theta}(x) = \beta_{\theta^*}(x) \text{ et } \|\theta - \theta^*\| \leq \eta'\}$ soit une variété lisse de dimension $|E| + |B| - \text{rk}(D\beta_{\theta^*}(x))$.

On note $\varepsilon = \min(\eta, \eta')$ et $\mathcal{M} = \mathcal{M}' \cap B(\theta^*, \varepsilon)$

$\mathcal{M}$ vérifie bien les propriétés du corollaire et

$\forall \theta \in \mathcal{M}$ et $\eta' = \frac{\varepsilon - \|\theta^* - \theta\|}{2} > 0$, on a

$$B(\theta, \eta') \subset B(\theta^*, \varepsilon)$$



Donc $\forall \theta' \in B(\theta, \eta')$, $f(\theta) = f(\theta^*) \leq f(\theta')$

θ est un minimiseur local de (P)

