Deuxièmes Journées Optimisation de Formes et Applications

Pau, 07–08 juin 2018

Programme

Jeudi 07 juin 2018

****

11h00-12h30 : Accueil et café

****

12h30-14h00 : Repas à "La Vague"

****

Session 1 (chairman : M. Dambrine)

14h00-14h45 : **Dorin Bucur**
14h45-15h30 : **Bozhidar Velichkov**

****

15h30-16h00 : Café et discussions

****

Session 2 (chairman : G. Allaire)

16h00-16h45 : **Ilaria Lucardesi**
16h45-17h30 : **Jimmy Lamboley**

****

20h00 : Diner au restaurant "La Belle Époque"

Vendredi 08 juin 2018

****

Session 3 (chairman : D. Bucur)

09h15-10h00 : **Morgan Pierre**
10h00-10h45 : **Thibaut Deheuvels**

****

10h45-11h15 : Café et discussions

****

Session 4 (chairman : J. Lamboley)

11h15-12h00 : **Frédéric De Gournay**

****

12h00-13h30 : Repas à "La Vague"

****

Session 5 (chairman : F. De Gournay)

13h30-14h15 : **Beniamin Bogosel**
14h15-15h00 : **Grégoire Allaire**

Shape optimization with constraints coming from additive manufacturinge

Grégoire Allaire
École Polytechnique, CMAP

Charles Dapogny
Université Grenoble Alpes, LJK

Lukas Jakabcin
École Polytechnique, CMAP

Mots clés : Shape derivative, level set method, additive manufacturing, overhangs, residual stress.

We discuss models and constraints for shape and topology optimization of structures, built by additive manufacturing techniques. The goal of these constraints is to take into account the occurence of overhangs, thermal residual stresses or thermal deformations, generated by processes like Selective Laser Melting, right from the beginning of the structural design optimization. In other words, the structure is optimized concurrently for its final use and for its behavior during the layer by layer production process. It is well known that metallic additive manufacturing generates very high temperatures and heat fluxes, which in turn yield thermal deformations that may prevent the coating of a new powder layer, or thermal residual stresses that may hinder the mechanical properties of the final design. Our proposed constraints are targeted to avoid these undesired effects. Shape derivatives are computed by an adjoint method and are incorporated into a level set numerical optimization algorithm. Several 2-d and 3-d numerical examples demonstrate the interest and effectiveness of our approach.

Références

[1] G. Allaire, Ch. Dapogny, A. Faure, G. Michailidis, *Shape optimization of a layer by layer mechanical constraint for additive manufacturing,* C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 355, no. 6, 699-717 (2017).

[2] G. Allaire, C. Dapogny, R. Estevez, A. Faure and G. Michailidis, *Structural optimization under overhang constraints imposed by additive manufacturing technologies,* Journal of Computational Physics, 351, pp.295-328 (2017).

[3] G. Allaire, L. Jakabcin, *Taking into account thermal residual stresses in topology optimization of structures built by additive manufacturing,* HAL preprint : hal-01666081 (2017).

Optimisation des supports en fabrication additive

Grégoire Allaire
École Polytechnique, CMAP

Beniamin Bogosel
École Polytechnique, CMAP

Les structures support sont essentielles pour assurer la qualité des pièces en fabrication additive avec des technologies fusion sélective par laser (SLM). Ces structures support consomment de la matière et du temps d'impression, donc il est important de les réduire au maximum, en préservant leur fonctionnalité. Je vais présenter comment intégrer quelques caractéristiques des structures support dans des modèles mathématiques qui permettent d'optimiser leur forme, en diminuant leur volume.

Dans une première partie on présente comment trouver et optimiser la position des supports en utilisant des systèmes d'élasticité linéarisée, pour maximiser la rigidité de la structure combinée pièce/support. On montre aussi comment optimiser le support pour faciliter l'évacuation de la chaleur qui résulte du processus de fabrication. Finalement, on introduit d'autres propriétés dans le modèle qui sont relevantes pour les applications industrielles, comme la nécessité de supporter chaque surface inclinée et de pénaliser le contact entre la pièce et les supports.

Pour tous les modèles décrits on présente des simulations numériques basées sur la méthode de lignes de niveaux pour le paramétrage de formes et en utilisant des dérivées de forme pour appliquer des algorithmes de descente de gradient de manière efficace. L'implémentation est faite en FreeFem++ en utilisant les librairies MshDist et Advect pour le traitement des fonctions level-set. Ce travail est en collaboration avec Grégoire Allaire dans le cadre du projet Sofia.

Maximization of Neumann eigenvalues

Dorin Bucur
Université Savoie Mont Blanc, LAMA

Mots clés : Neumann eigenvalues, maximization, Szego-Weinberger inequality.

In this talk I will discuss the question of the maximization of the k-th eigenvalue of the Neumann-Laplacian under a volume constraint. After an introduction to the topic I will discuss the question of existence of optimal geometries. For now, there is no a general existence result, but one can prove existence of an optimal *(over) relaxed domain*, view as a density function. These results are an on-going work with E. Oudet.

In the second part of the talk, I will focus on the low eigenvalues. The first non-trivial one is maximized by the ball, the result being due to Szego and Weinberger in the fifties. Concerning the second non-trivial eigenvalue, Girouard, Nadirashvili and Polterovich proved that the supremum in the family of planar simply connected domains of R^2 is attained by the union of two disjoint, equal discs. I will show that a similar statement holds in any dimension and without topological restrictions. This last result is jointly obtained with A. Henrot.

Optimisation de courbes

Frédéric de Gournay
Université de Toulouse - INSA , IMT

Jonas Kahn, Léo Lebrat, Pierre Weiss
Université de Toulouse, IMT, ITAV

Mots clés : Optimal Transport, Curve approximation, Stippling, Curvling, power diagramms.

Nous nous posons le problème du curvling qui consiste à trouver une courbe qui minimise une distance à une image avec des contraintes géométriques ou cinématiques (accélération ou courbure bornée, longueur totale prescrite, etc...). La distance que nous prenons entre la courbe et le domaine de fond est celui du transport optimal (Wasserstein 2).
Nous discuterons des 3 méthodes de calcul de transport optimal, les méthodes semi-discretes [3, 4], les méthodes discrètes régularisées [1] et les méthodes continues [2]. Ensuite, nous discuterons de la méthode à choisir pour calculer le plus rapidement et de manière stable la distance de transport optimal. Finalement nous discuterons de la manière la plus efficace de tirer partie de la structure cartésienne de l'image.

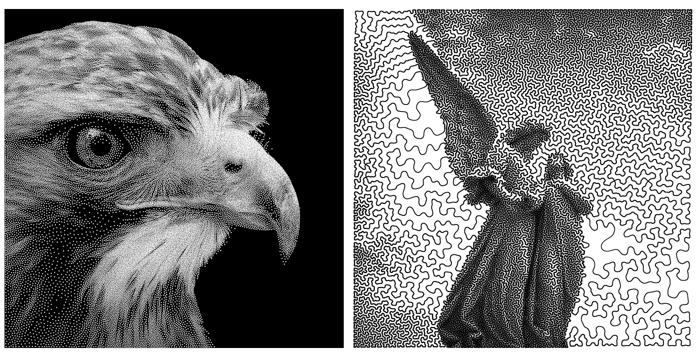

FIGURE 1 – Deux exemples d'approximation d'images par des mesures : A gauche le problème du stippling (approximation par des points) et à droite le problème de curvling (approximation par une courbe de longueur et de courbure donnée).

Références

[1] JD. Benamou, G. Carlier, M. Cuturi, L. Nenna, G. Peyré, *Iterative Bregman projections for regularized transportation problems* , SIAM J. on Sc. Comp., 37(2), 2015.

[2] JD. Benamou, V.Duval, *Minimal convex extensions and finite difference discretization of the quadratic Monge-Kantorovich problem* , HAL : 01616842.

[3] B. Lévy, *A numerical algorithm for L2 semi-discrete optimal transport in 3D*, ESAIM : MMNA, 49(6), 2015.

[4] J. Kitagawa, Q. Mérigot, B. Thibert, *A Newton algorithm for semi-discrete optimal transport*, JEMS, accepted.

Optimal location of resources for biased movement of species

Fabien Caubet
Université de Pau et des Pays de l'Adour, LMAP

Thibaut Deheuvels
ENS Rennes, IRMAR

Yannick Privat
CNRS, LJLL

Mots clés : principal eigenvalue, population dynamics, rearrangement.

In this talk, we consider optimal configurations of ressources for the survival of a species in a bounded habitat. We focus on a 1D diffusive logistic model with a drift term accounting for the movement of species towards more favorable environment, and Robin type boundary conditions.

We will see that the problem brings to seeking intrinsic growth rates which minimize the principal eigenvalue of an elliptic operator with an indefinite weight. The problem with no drift has been fully studied in [2]. The specificity of this problem is the presence of nonlinear function of the weight in the numerator and denominator of the Rayleigh function. By using a well-chosen change of variable and adapted rearrangement techniques, we show the existence of minimizers, and that they are of bang-bang type. The problem is then transformed into a shape optimization problem in the habitat. We give a full characterization of the solutions in the 1D case.

Références

[1] F. Caubet, T. Deheuvels, and Y. Privat *Optimal location of ressources for biased movement of species : the 1D case*, SIAM J. Appl. Math., 2017.

[2] J. Lamboley, A. Laurain, G. Nadin, and Y. Privat *Properties of optimizers of the principal eigenvalue with indefinite weight and Robin conditions*, Calc. Var. Partial Differential Equations, 2016.

Stabilité et diagramme de Blaschke-Santalo

Marc Dambrine
Université de Pau et des Pays de l'Adour, IPRA-LMAP

Ilias Ftouhi
Sorbonne université, IMJ-PRG

Antoine Henrot
École des Mines de Nancy, IECL

Jimmy Lamboley
Sorbonne université, IMJ-PRG

Mots clés : Stabilité, Estimation de valeurs propres.

Dans cet exposé, je commencerai par rappeler des résultats récents sur la stabilité en optimisation de forme via l'utilisation de dérivées secondes de forme, obtenus avec Marc Dambrine dans [1]. Ensuite, je présenterai des résultats numériques obtenus par Ilias Ftouhi sur le diagramme de Blaschke-Santalo du triplet (Vol, Per, λ_1) désignant le volume, le périmètre et la première valeur propre du Laplacien-Dirichlet, dans la classe des domaines convexes de $\mathbb{R}^2$, qui peut s'écrire ainsi :

$$\mathcal{K} = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ \ \exists\Omega \text{ convexe de } \mathbb{R}^2,\ \ Per(\Omega) = x,\ \ \lambda_1(\Omega) = y,\ \ Vol(\Omega) = 1\Big\}.$$

En clair, ce diagramme reflète l'ensemble des inégalités possibles entre le périmètre et λ_1 parmi les domaines convexes d'aire fixée (la valeur 1 peut être transformée en toute autre valeur par homothétie). Nous verrons comment les résultats de stabilité rappelés en première partie permettent de comprendre le comportement du diagramme au voisinage du disque. Ce travail est en cours avec Ilias Ftouhi et Antoine Henrot.

Références

[1] M. Dambrine - J. Lamboley, *Stability in shape optimization with second variation*, Preprint, 2018.

[2] A. Henrot - I. Ftouhi - J. Lamboley, *Blaschke-Santalo diagrams involving the first Dirichlet eigenvalue*, Work in Progress, 2018.

Minimisation des valeurs propres du Laplacien avec contrainte de diamètre

B. Bogosel
École Polytechnique, CMAP

A. Henrot
Université de Lorraine, IECL

I. Lucardesi
Université de Lorraine, IECL

Mots clés : valeurs propres du Laplacien, géométrie spectrale, contrainte de diamètre, corps de largeur constante.

Parmi les questions classiques en théorie spectrale il y a l'optimisation (maximisation ou minimisation) des valeurs propres du Laplacien, avec conditions au bord diverses, sous contraintes géométriques. Les contraintes "classiques", ou plutôt les premières à être considérées, sont le *volume* et le *périmètre*. La littérature sur le sujet est très vaste et couvre un siècle. Nous nous limitons à citer les ouvrages [2] et [3], qui rassemblent résultats et références.

Dans ce travail, nous fixons conditions au bord homogènes du type Dirichlet et nous abordons la minimisation des valeurs propres du Laplacien avec contrainte de *diamètre*. L'existence des domaines optimaux est facile à obtenir, et est atteinte dans la famille de corps de largeur constante. Dans le cas d'une valeur propre simple, nous donnons de conditions d'optimalité non standard (i.e. exprimées de façon non locale). Ensuite, nous abordons la question de l'optimalité du disque dans le plan : il y a exactement 17 valeurs propres pour lesquelles le disque est un minimum local. Pour les autres valeurs propres, les domaines optimaux sont cherchés numériquement. Ces résultats sont contenus dans [1].

Références

[1] B. Bogosel, A. Henrot, I. Lucardesi : *Minimization of the eigenvalues of the Dirichlet-Laplacian with a diameter constraint*, papier soumis, disponible sur HAL, n.01674302

[2] A. Henrot : Extremum problems for eigenvalues of elliptic operators. Birkhäuser, Basel (2006).

[3] A. Henrot (ed) : Shape Optimization and Spectral Theory. De Gruyter open (2017), téléchargeable gratuitement sur https ://www.degruyter.com/view/product/490255

Optimisation de forme dans des problèmes de résistance de vague

Julien Dambrine
Université de Poitiers, Laboratoire de Mathématiques et Applications UMR CNRS 7348

Evi Noviani
Université de Poitiers, Laboratoire de Mathématiques et Applications UMR CNRS 7348

Morgan Pierre
Université de Poitiers, Laboratoire de Mathématiques et Applications UMR CNRS 7348

Germain Rousseaux
Université de Poitiers, Institut Pprime UPR 3346

Mots clés : formule de Michell, problème de Neumann-Kelvin, algorithmes d'optimisation de forme.

On considère un objet immergé qui avance à une vitesse constante dans une eau calme. L'eau est assimilée à un fluide parfait incompressible, et l'écoulement est irrotationnel. La résistance de vague est la force de trainée qu'exerce l'eau sur l'objet. Elle est liée à la formation d'un sillage à l'interface eau/air (le paraxode de d'Alembert montre en effet qu'en l'absence d'une telle interface, cette force de trainée est nulle).
On s'intéressera dans cet exposé à deux problèmes de forme optimale mettant en jeu cette résistance de vague. Le premier est l'optimisation de carènes de navires dans l'approximation des corps élancés. On dispose dans ce cas de la formule de résistance de vague de Michell qui évite de recourir à une équation d'état. Le deuxième cas est celui d'un cylindre infini complètement immergé. L'équation d'état est alors le problème de Neumann-Kelvin.

Références

[1] J. Dambrine, M. Pierre and G. Rousseaux, *A theoretical and numerical determination of optimal ship forms based on Michell's wave resistance*, ESAIM Control Optim. Calc. Var., 2016.

[2] J. Dambrine and M. Pierre, *Regularity of optimal ship forms based on Michell's wave resistance*, Appl. Math. Optim., 2018.

[3] E. Noviani, J. Dambrine and M. Pierre, *Shape optimization in the wave-making resistance problem*, in preparation.

Shape optimization problems for elliptic operators with drift

Emmanuel Russ
Université Grenoble Alpes, Institut Fourier

Baptiste Trey
Université Grenoble Alpes, Laboratoire Jean Kuntzmann

Bozhidar Velichkov
Université Grenoble Alpes, Laboratoire Jean Kuntzmann

Mots clés : shape optimization, Dirichlet Laplacian with drift, first eigenvalue, regularity.

In this talk we will present some very recent advances in the field of shape optimization for operators with drift. We consider the model problem

$$\min\Big\{\lambda_1(\Omega,V)\ :\ \Omega\subset D,\ V:D\to\mathbb{R}^d,\ \|V\|_{L^\infty}\le\tau,\ |\Omega|\le m\Big\},$$

where $m,\tau>0$ and the bounded open domain D are given and $\lambda_1(\Omega,V)$ denotes the first eigenvalue of the operator $-\Delta+V\cdot\nabla$ with Dirichlet Boundary conditions in Ω. We show that an optimal domain Ω and optimal drift V do exist in the class of *quasi-open* sets. Moreover, if we restrict our attention to the class of vector fields V such that $V=\nabla\Phi$, for some τ-Lipschitz continuous function $\Phi:D\to\mathbb{R}$, we also prove that the optimal sets have $C^{1,\alpha}$ smooth free boundary.

We notice that in the case $D=\mathbb{R}^d$, it was proved by Hamel, Nadirashvili and Russ [3] that the optimal domain is a ball and the optimal vector field is $V(x)=\tau x/|x|$.

The operator $-\Delta+V\cdot\nabla$ is not a self-adjoint operator, so the definition itself of the first eigenvalue requires special attention. For an open set Ω, it was proved by Beresticky, Nirenberg and Varadhan [1] that there exists a real eigenvalue $\lambda_1(\Omega,V)$ of $-\Delta+V\cdot\nabla$ such that $\lambda_1(\Omega,V)\le Re\,\lambda$ for every other eigenvalue λ of the same operator. In order to prove our existence result, we extend this theorem to the case of quasi-open sets and, we use the theory of Buttazzo and Dal Maso to prove an existence of an optimal quasi-open set.

Références

[1] H. Berestycki, L. Nirenberg, S.R.S. Varadhan, The principal eigenvalue and maximum principle for second-order elliptic operators in general domains, Comm. Pure Appl. Math. **47** (1994), 47–92.

[2] G. Buttazzo, G. Dal Maso, An existence result for a class of shape optimization problems, Arch. Rational Mech. Anal. **122** (1993), 183–195.

[3] F. Hamel, N. Nadirashvili, E. Russ, Rearrangements inequalities ans applications to isoperimetric problems for eigenvalues, Annals of Math.**174** (2) (2011), 647–755.