

Enseignements

- [Accueil](#)
- [Agrégation](#)
- [Master 1](#)
- [Master 2](#)

Equations de Stokes et de Navier-Stokes incompressibles

- **Description** : Cours spécialisé du [Parcours EDP et Calcul Scientifique du M2 Maths et Applications](#)
- **Période** : de Novembre 2012 à Janvier 2013
- [Résumé du cours](#)
- [Sujet de l'examen de Janvier 2013](#) et son [corrigé](#)

Références

Le cours est principalement basé sur le contenu des ouvrages suivants:

- F. Boyer, P. Fabrie : Eléments d'analyse pour l'étude de quelques modèles d'écoulements de fluides visqueux incompressibles, Mathématiques et Applications Vol. 52, 405 p., Springer (2006) [Published on-line](#)
- F. Boyer, P. Fabrie : Mathematical tools for the study of the incompressible Navier-Stokes equations and related models, Applied Mathematical Sciences, vol. 183, Springer (2013) [Published on-line](#)

Autres références à consulter sans retenue :

- H. Brézis : Analyse fonctionnelle, Collection Mathématiques appliquées pour la maîtrise, Masson (1983)
- F. Demengel et G. Demengel : Espaces fonctionnels, utilisation dans la résolution des équations aux dérivées partielles, Savoirs actuels, EDP Sciences (2007)

Déroulement du cours

Séance 1 (7 Nov 2012)

- **Chapitre 1** : Présentation des équations de la méca flu

- Notion de milieu continu. Densité, flot, champ de vitesse.
- Théorème du transport
- Equations de bilan : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie
- Théorème de Cauchy : tenseur des contraintes. Symétrie du tenseur des contraintes. Flux de Fourier
- Fluides Newtoniens : notion de viscosité

Séance 2 (9 Nov 2012)

- **Chapitre 1 (suite et fin)**

- Notion d'écoulement incompressible : limite faible Mach et pression "incompressible"
- Présentation de la hiérarchie de modèles étudiés dans ce cours. Conditions aux limites

- **Chapitre 2** : Espaces de Sobolev et autres outils d'Analyse fonctionnelle

- Définition des espaces de Sobolev $W^{m,p}(\Omega)$, $W^{m,p}_0(\Omega)$ dans un domaine borné, régulier de \mathbb{R}^d , $d=2$ ou 3
- Premières propriétés : densité des fonctions régulières, théorème de prolongement
- Traces, espace de traces, théorème de relèvement de la trace, caractérisation de $W^{1,p}_0$ par la trace

Séance 3 (21 Nov 2012)

- **Chapitre 2 (suite)**

- Quelques mots sur la théorie des distributions
- Dualité dans les Sobolev
- Injections de Sobolev et inégalités de Poincaré
- Le problème de Laplace avec terme source H^{-1} et conditions aux limites de Dirichlet non-homogènes :
 - Existence et unicité par Lax-Milgram
 - Théorème de régularité elliptique

Séance 4 (22 Nov 2012)

- **Chapitre 2 (suite et fin)**

- Le problème de Laplace avec conditions aux limites de Neumann non-homogènes :
 - Conditions de compatibilité sur les données
 - Existence et unicité par Lax-Milgram
 - Théorème de régularité elliptique

- **Chapitre 3 : Le problème de Stokes**

- Introduction
- Inégalité de Nečas (preuve dans \mathbb{R}^d et dans le demi-espace; admis pour un domaine borné)
- Inégalités de Poincaré dans H^{-1}

Séance 5 (28 Nov 2012)

- **Chapitre 3 (suite)**

- Théorème de de Rham
- Inverse à droite de la divergence; liens avec l'inégalité inf-sup
- Les espaces de fonctions à divergence nulle
- Résolution du problème de Stokes avec données homogènes et non-homogènes

Séance 6 (5 Déc 2012)

- **Chapitre 3 (suite et fin)**

- L'opérateur de Stokes. Fonctions propres de l'opérateur
- Théorème de régularité elliptique pour le problème de Stokes
- Le problème de Stokes avec conditions aux limites de Neumann

- **Chapitre 4 : Les équations de Navier-Stokes**

- Remarques préliminaires sur les difficultés liées à la non-linéarité
- Existence de solutions stationnaires à tout Reynolds

From:

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~fboyer/> - **Page personnelle de Franck Boyer**

Permanent link:

https://www.math.univ-toulouse.fr/~fboyer/enseignements/cours_m2_ns?rev=1367428328 

Last update: **2013/05/01 19:12**