

# Enseignements

- [Accueil](#)
- [Agrégation](#)
- [Master 1](#)
- [Master 2](#)

## Equations de Stokes et de Navier-Stokes incompressibles

### Documents

- [Résumé du cours](#)
- [Sujet de l'examen de Janvier 2013](#) et son [corrigé](#)

### Références

Le cours est principalement basé sur le contenu des ouvrages suivants:

- F. Boyer, P. Fabrie : Eléments d'analyse pour l'étude de quelques modèles d'écoulements de fluides visqueux incompressibles, Mathématiques et Applications Vol. 52, 405 p., Springer (2006) [Published on-line](#)
- F. Boyer, P. Fabrie : Mathematical tools for the study of the incompressible Navier-Stokes equations and related models, Applied Mathematical Sciences, vol. 183, Springer (2013) [Published on-line](#)

Autres références à consulter :

- H. Brézis : Analyse fonctionnelle, Collection Mathématiques appliquées pour la maîtrise, Masson (1983)
- F. Demengel et G. Demengel : Espaces fonctionnels, utilisation dans la résolution des équations aux dérivées partielles, Savoirs actuels, EDP Sciences (2007)
- P. Dreyfuss : Introduction à l'analyse des équations de Navier-Stokes, Editions ellipses (2001)
- R. Temam : Navier-Stokes equations. Theory and numerical analysis; reprint of the 1984 edition, AMS Chelsea, Providence, RI (2001)

### Déroulement du cours

#### Séance 1

7 Nov. 2012

- **Chapitre 1** : Présentation des équations de la méca flu
  - Notion de milieu continu. Densité, flot, champ de vitesse.
  - Théorème du transport
  - Equations de bilan : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie

- Théorème de Cauchy : tenseur des contraintes. Symétrie du tenseur des contraintes. Flux de Fourier
- Fluides Newtoniens : notion de viscosité

## Séance 2

9 Nov. 2012

- **Chapitre 1 (suite et fin)**

- Notion d'écoulement incompressible : limite faible Mach et pression "incompressible"
- Présentation de la hiérarchie de modèles étudiés dans ce cours. Conditions aux limites

- **Chapitre 2 : Espaces de Sobolev et autres outils d'Analyse fonctionnelle**

- Définition des espaces de Sobolev  $W^{m,p}(\Omega)$ ,  $W^{m,p}_0(\Omega)$  dans un domaine borné, régulier de  $\mathbb{R}^d$ ,  $d=2$  ou  $3$
- Premières propriétés : densité des fonctions régulières, théorème de prolongement
- Traces, espace de traces, théorème de relèvement de la trace, caractérisation de  $W^{1,p}_0$  par la trace

## Séance 3

21 Nov. 2012

- **Chapitre 2 (suite)**

- Quelques mots sur la théorie des distributions
- Dualité dans les Sobolev
- Injections de Sobolev et inégalités de Poincaré
- Le problème de Laplace avec terme source  $H^{-1}$  et conditions aux limites de Dirichlet non-homogènes :
  - Existence et unicité par Lax-Milgram
  - Théorème de régularité elliptique

## Séance 4

22 Nov. 2012

- **Chapitre 2 (suite et fin)**

- Le problème de Laplace avec conditions aux limites de Neumann non-homogènes :
  - Conditions de compatibilité sur les données
  - Existence et unicité par Lax-Milgram
  - Théorème de régularité elliptique

- **Chapitre 3 : Le problème de Stokes**

- Introduction
- Inégalité de Nečas (preuve dans  $R^d$  et dans le demi-espace; admis pour un domaine borné)
- Inégalités de Poincaré dans  $H^{-1}$

## Séance 5

28 Nov. 2012

- **Chapitre 3 (suite)**

- Théorème de de Rham
- Inverse à droite de la divergence; liens avec l'inégalité inf-sup
- Les espaces de fonctions à divergence nulle
- Résolution du problème de Stokes avec données homogènes et non-homogènes

## Séance 6

5 Déc. 2012

- **Chapitre 3 (suite et fin)**

- L'opérateur de Stokes. Fonctions propres de l'opérateur
- Théorème de régularité elliptique pour le problème de Stokes
- Le problème de Stokes avec conditions aux limites de Neumann

- **Chapitre 4 : Les équations de Navier-Stokes**

- Remarques préliminaires sur les difficultés liées à la non-linéarité
- Existence de solutions stationnaires à tout Reynolds (par Galerkin + Brouwer) pour des conditions de Dirichlet homogène.

## Séance 7

14 Déc. 2012

- **Chapitre 4 (suite)**

- Fin de la preuve d'existence pour NS stationnaire : utilisation de la compacité
- Existence de la pression + quelques mots sur la régularité et l'unicité des solutions
- Outils d'analyse fonctionnelle pour NS non-stationnaire (Intégrale de Bochner et Lemme d'Aubin-Lions-Simon)
- Définition des solutions faibles de NS et énoncé du théorème de Leray

## Séance 8

23 Jan. 2013

- **Chapitre 4 (suite et fin)**

- Preuve du théorème de Leray
  - Construction de la solution approchée par Galerkin
  - Estimations d'énergie + estimation des dérivées en temps
  - Justification du passage à la limite
  - en 2D : preuve de l'identité d'énergie et de l'unicité des solutions faibles.

From:

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~fboyer/> - **Page personnelle de Franck Boyer**

Permanent link:

[https://www.math.univ-toulouse.fr/~fboyer/enseignements/cours\\_m2\\_ns](https://www.math.univ-toulouse.fr/~fboyer/enseignements/cours_m2_ns)

Last update: **2015/09/25 21:44**

