

1 Couplage

1.1 Leçons d'algèbre et de géométrie

101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- Loi de réciprocity quadratique.
- Table de caractères de \mathfrak{S}_4 et groupes d'isométrie du tétraèdre et du cube.

102 : Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

- Irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q} .
- Théorème de structure des groupes abéliens finis.

103 : Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

- Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.

104 : Groupes finis. Exemples et applications.

- Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
- Table de caractères de \mathfrak{S}_4 et groupes d'isométrie du tétraèdre et du cube.
- *Théorème de structure des groupes abéliens finis.*

105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
- Table de caractères de \mathfrak{S}_4 et groupes d'isométrie du tétraèdre et du cube.

106 : Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.

- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.
- Étude de $O(p, q)$

107 : Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbb{C} -espace vectoriel. Exemples.

- Table de caractères de \mathfrak{S}_4 et groupes d'isométrie du tétraèdre et du cube.
- Théorème de structure des groupes abéliens finis.

108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.

110 : Structure et dualité des groupes abéliens finis. Applications.

- Théorème de structure des groupes abéliens finis.
- Formule de Poisson discrète.

120 : Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

- Théorème de Sophie-Germain.
- Théorème des deux carrés de Fermat.
- *Théorème de structure des groupes abéliens finis.*

121 : Nombres premiers. Applications.

- Loi de réciprocité quadratique.
- Théorème de Sophie-Germain.
- *Théorème des deux carrés de Fermat.*

122 : Anneaux principaux. Applications.

- Un anneau principal non euclidien.
- Théorème des deux carrés de Fermat.

123 : Corps finis. Applications.

- Loi de réciprocité quadratique.
- Polynômes irréductibles sur \mathbb{F}_q .
- *Algorithme de Berlekamp.*

125 : Extensions de corps. Exemples et applications.

- Polynômes irréductibles sur \mathbb{F}_q .
- Théorème d'Artin.

126 : Exemples d'équations diophantiennes.

- Théorème de Sophie-Germain.
- Théorème des deux carrés de Fermat.

141 : Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Algorithme de Berlekamp.
- Irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q} .
- *Polynômes irréductibles sur \mathbb{F}_q .*

142 : PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications.

- Théorème de Sophie Germain.
- Algorithme de Berlekamp.

144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.

- Borne de Bézout.
- Irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q} .

150 : Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

- Invariants de similitude.
- Étude de $O(p, q)$.

151 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

- Théorème d'Artin.
- Invariants de similitude.

152 : Déterminant. Exemples et applications.

- Borne de Bézout.
- Ellipsoïde de John-Loewner.

153 : Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

- Décomposition de Dunford.
- Invariants de similitude.

154 : Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

- Décomposition de Dunford.

- Invariants de similitude.

155 : Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

- Décomposition de Dunford.
- L'exponentielle induit un homéomorphisme de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$.

156 : Exponentielle de matrices. Applications.

- Différentielle de l'exponentielle matricielle.
- L'exponentielle induit un homéomorphisme de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$.
- *Étude de $O(p, q)$.*

157 : Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- Décomposition de Dunford.
- Méthodes itératives de résolution d'un système linéaire.
- *Invariants de similitude.*

158 : Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- L'exponentielle induit un homéomorphisme de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$.
- *Étude de $O(p, q)$.*

159 : Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

- Extrema liés.
- Invariants de similitude.

160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.
- L'exponentielle induit un homéomorphisme de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$.
- *Étude de $O(p, q)$.*

161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimensions 2 et 3.

- Table de caractères de \mathfrak{S}_4 et groupes d'isométrie du tétraèdre et du cube.
- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.

162 : Systèmes d'équations linéaires; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

- Méthodes itératives de résolution d'un système linéaire.
- Théorème d'Artin.

170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- Loi de réciprocité quadratique.
- *Étude de $O(p, q)$.*

171 : Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- Étude de $O(p, q)$.

190 : Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

- Loi de réciprocité quadratique.
- Polynômes irréductibles sur \mathbb{F}_q .

1.2 Leçons d'analyse et de probabilités

201 : Espaces de fonctions. Exemples et applications.

- Théorème de Lax-Milgram et application.
- Espace de Bergman.
- *Théorème de Riesz-Fischer.*
- *Équation de Schrödinger.*
- *Théorème de Fourier-Plancherel.*
- *Densité des polynômes orthogonaux.*

202 : Exemples de parties denses et applications.

- Théorème de Fourier-Plancherel.
- Densité des polynômes orthogonaux.
- *Espace de Bergman.*
- *Équation de la chaleur sur le cercle.*

203 : Utilisation de la notion de compacité.

- Théorème de Hadamard-Lévy.
- Optimisation dans un Hilbert.

204 : Connexité. Exemples et applications.

- Simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$.
- Théorème de Hadamard-Lévy.

205 Espaces complets. Exemples et applications.

- Théorème de Riesz-Fischer.
- Théorème de Lax-Milgram et application.
- *Espace de Bergman.*
- *Optimisation dans un Hilbert.*

207 : Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

- Théorème de Fourier-Plancherel.
- Densité des polynômes orthogonaux.

208 : Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

- Théorème de Riesz-Fischer.
- Optimisation dans un Hilbert.
- *Espace de Bergman.*
- *Théorème de Fourier-Plancherel.*

209 : Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications.

- Densité des polynômes orthogonaux.
- Équation de la chaleur sur le cercle.
- *Espace de Bergman.*

213 : Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

- Espace de Bergman.
- Théorème de Lax-Milgram et application.
- *Densité des polynômes orthogonaux.*
- *Optimisation dans un Hilbert.*

214 : Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

- Extremas liés.
- Théorème de Hadamard-Lévy.

215 : Applications différentiables sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et applications.

- Extremas liés.
- Théorème de Hadamard-Lévy.
- *Différentielle de l'exponentielle de matrices.*

218 : Applications des formules de Taylor.

- Fonction caractéristique et moments.
- Méthode de Newton.
- *Théorème central-limite.*

219 : Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

- Optimisation dans un Hilbert.
- Extrema liés.
- *Ellipsoïde de John-Loewner.*

220 : Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'étude en dimension 1 et 2.

- Théorème de Hadamard-Lévy.
- Nombre de zéro d'une solution d'une équation différentielle.

221 : Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- Nombre de zéro d'une solution d'une équation différentielle.
- Différentielle de l'exponentielle de matrices.

222 : Exemples d'équations aux dérivées partielles linéaires.

- Théorème de Lax-Milgram et application.
- Équation de Schrödinger sur \mathbb{R} .
- *Équation de la chaleur sur le cercle.*

223 : Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

- Méthode de Newton.
- Processus de Galton-Watson.

224 : Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

- Développement asymptotique de la série harmonique.
- Nombre de zéro d'une solution d'une équation différentielle.

226 : Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.

- Méthode de Newton.
- Méthodes itératives de résolution d'un système linéaire.
- *Processus de Galton-Watson.*

228 : Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

- Fonction caractéristique et moments.
- Méthode de Newton.

229 : Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- Optimisation dans un Hilbert.

230 : Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

- Développement asymptotique de la série harmonique.
- Théorème d'Abel angulaire et taubérien faible.

234 : Espaces L^p , $1 \leq p \leq +\infty$.

- Théorème de Riesz-Fischer.
- Théorème de Fourier-Plancherel.
- *Densité des polynômes orthogonaux.*
- *Théorème d'inversion de Fourier.*

235 : Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales.

- Équation de la chaleur sur le cercle.
- Théorème d'inversion de Fourier.
- *Marche aléatoire dans \mathbb{Z}^d .*
- *Théorème de Fourier-Plancherel.*
- *Théorème d'Abel angulaire et taubérien faible.*

236 : Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

- Théorème d'inversion de Fourier.
- Étude de la loi Gamma.

239 : Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

- Théorème d'inversion de Fourier.
- Équation de Schrödinger sur \mathbb{R} .

241 Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

- Équation de la chaleur sur le cercle.
- Théorème d'Abel angulaire et taubérien faible.

243 : Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

- Espace de Bergman.
- Théorème d'Abel angulaire et taubérien faible.

245 : Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et applications.

- Espace de Bergman.
- Densité des polynômes orthogonaux.
- *Étude de la loi Gamma.*

246 : Séries de Fourier. Exemples et applications.

- Équation de la chaleur sur le cercle.
- Formule sommatoire de Poisson.

250 : Transformation de Fourier. Applications.

- Théorème d'inversion de Fourier.

- Équation de Schrödinger sur \mathbb{R} .
- *Théorème de Fourier Plancherel.*
- *Densité des polynômes orthogonaux.*

253 : Utilisation de la notion de convexité en analyse.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- Optimisation dans un Hilbert.

260 : Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.

- Fonction caractéristique et moments.
- Processus de Galton-Watson.
- *Marche aléatoire dans \mathbb{Z}^d .*
- *Théorème central limite.*

261 : Fonction caractéristique d'une variable aléatoire. Exemples et applications.

- Théorème central limite.
- Marche aléatoire dans \mathbb{Z}^d .
- *Fonction caractéristique et moments.*

Étude de la loi Gamma.

262 : Modes de convergence d'une suite de variables aléatoires. Exemples et applications.

- Théorème central limite.
- Marche aléatoire dans \mathbb{Z}^d .

263 : Variables aléatoires à densité. Exemples et applications.

- Étude de la loi Gamma.
- Théorème central limite.

264 : Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

- Marche aléatoire dans \mathbb{Z}^d .
- Processus de Galton-Watson.