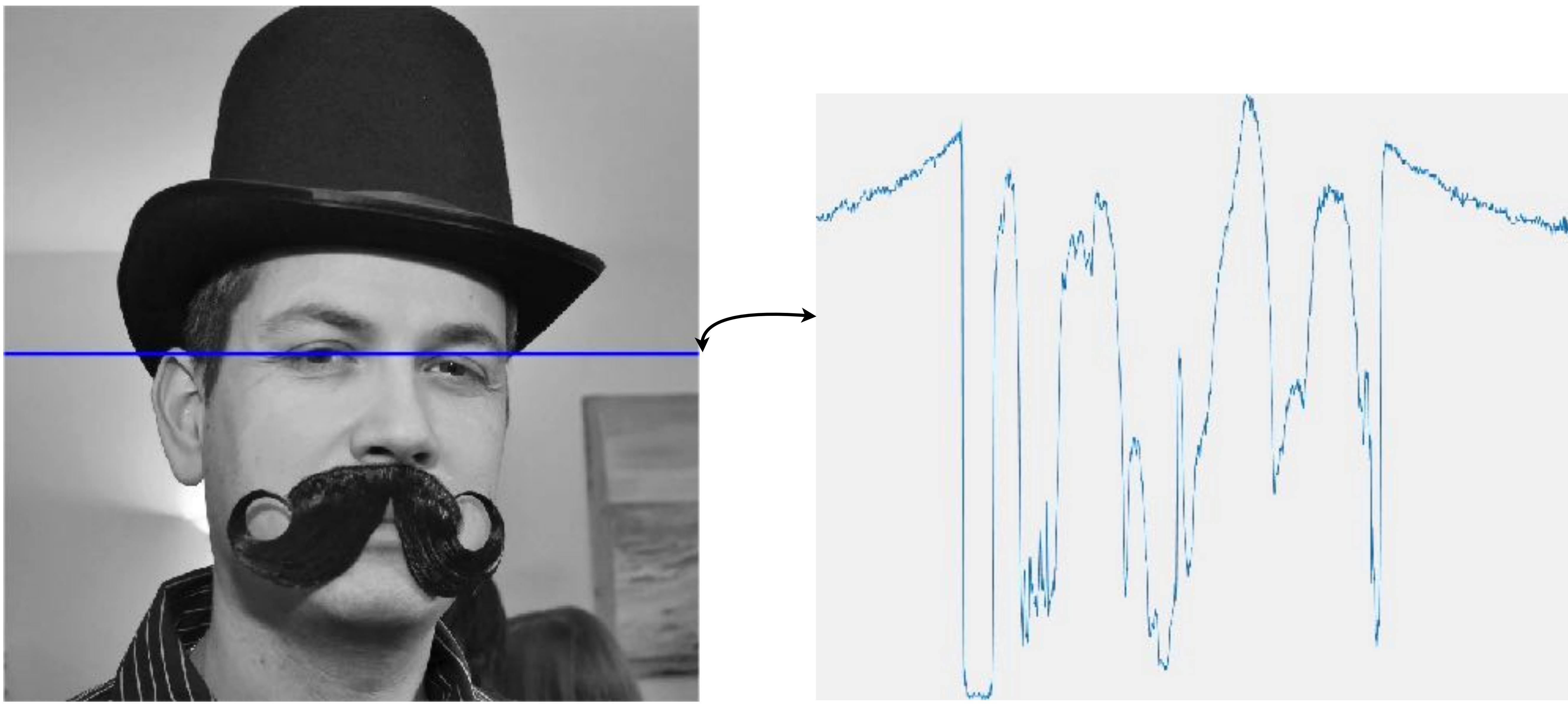
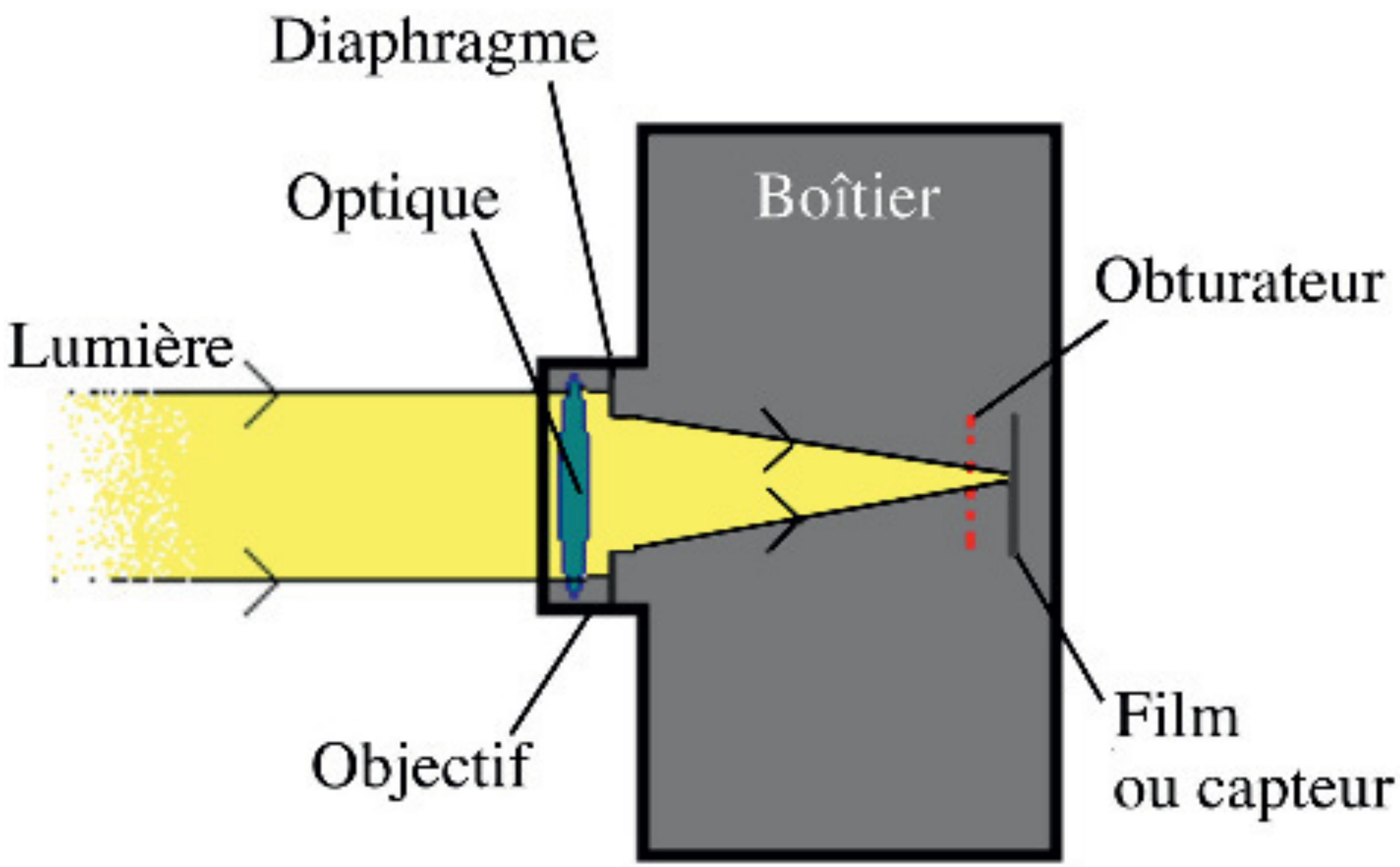
Image et signal analogique

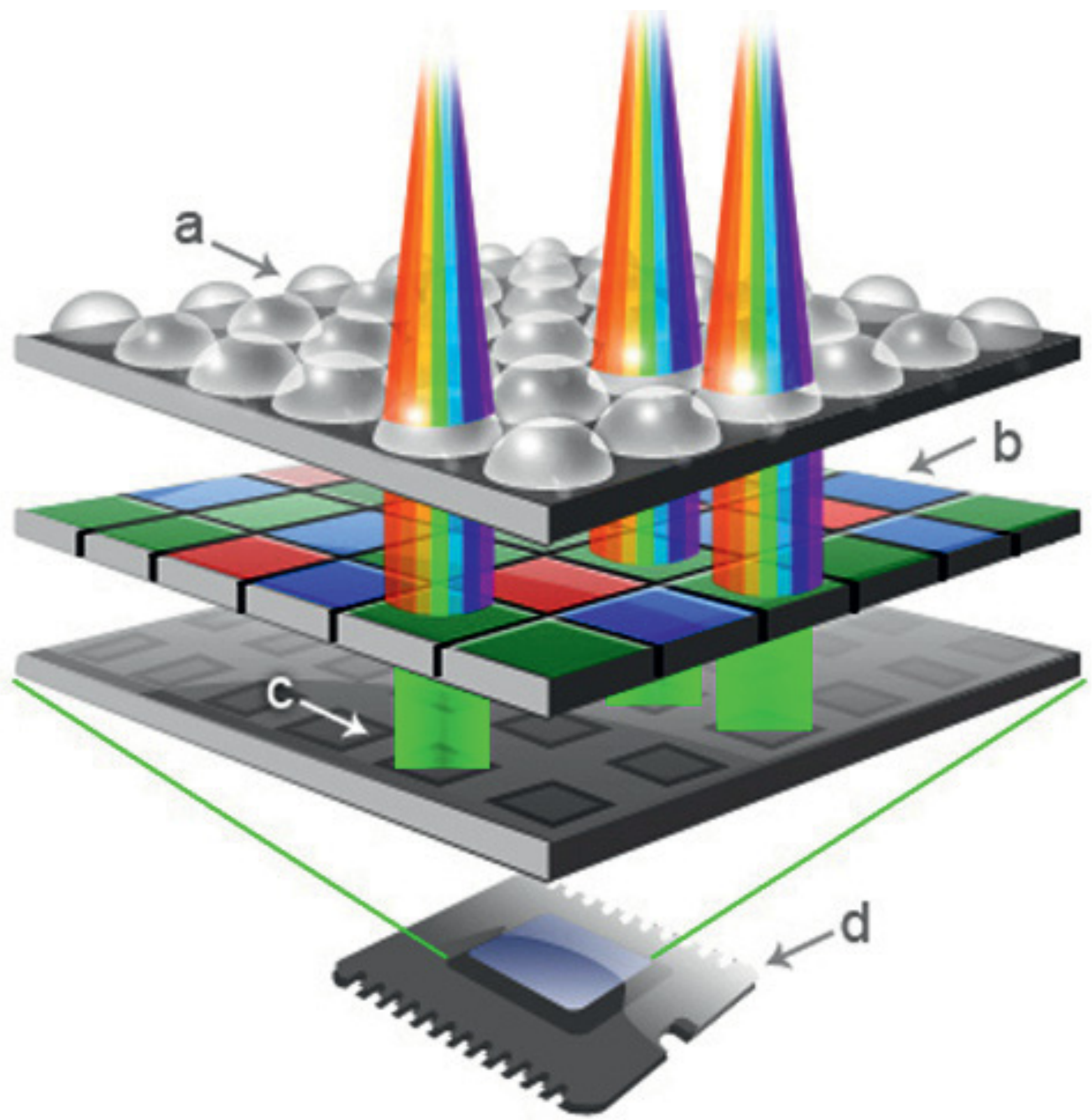
Image et signal analogique



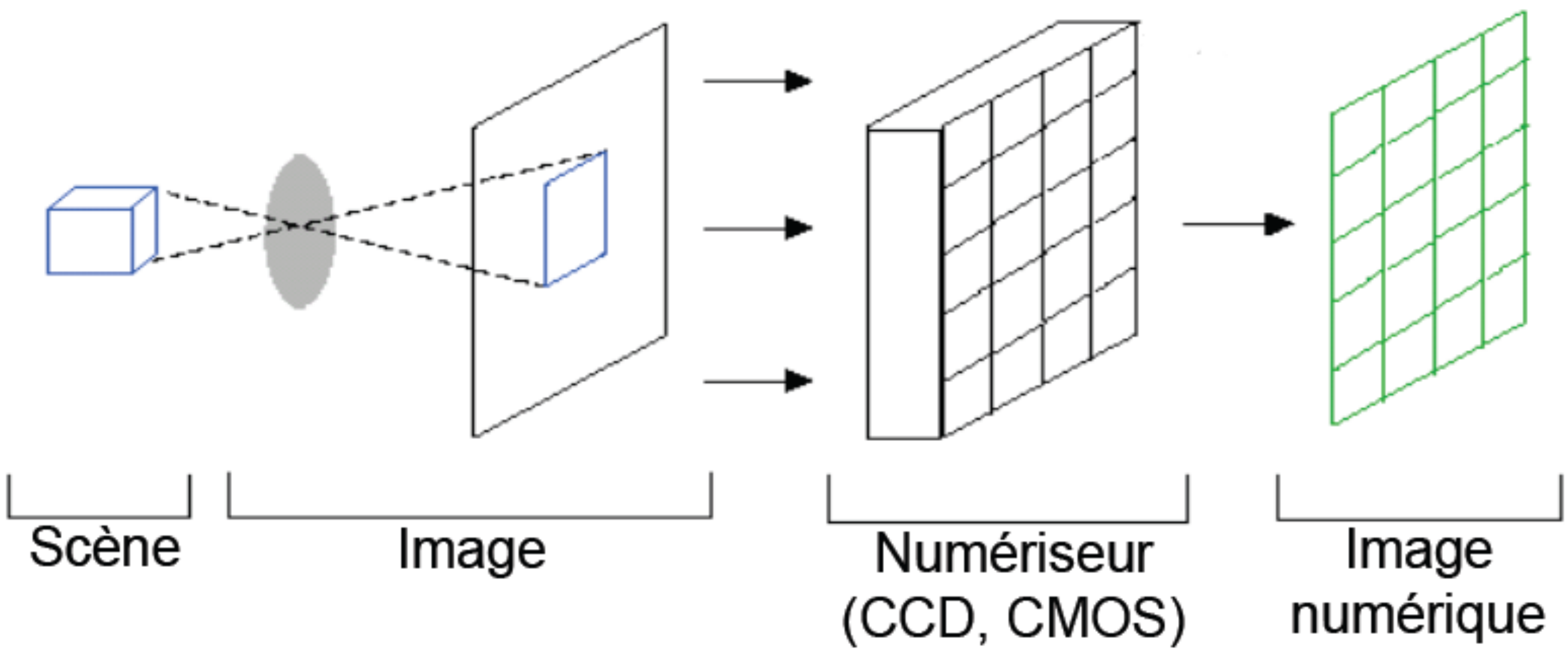
Acquisition des images



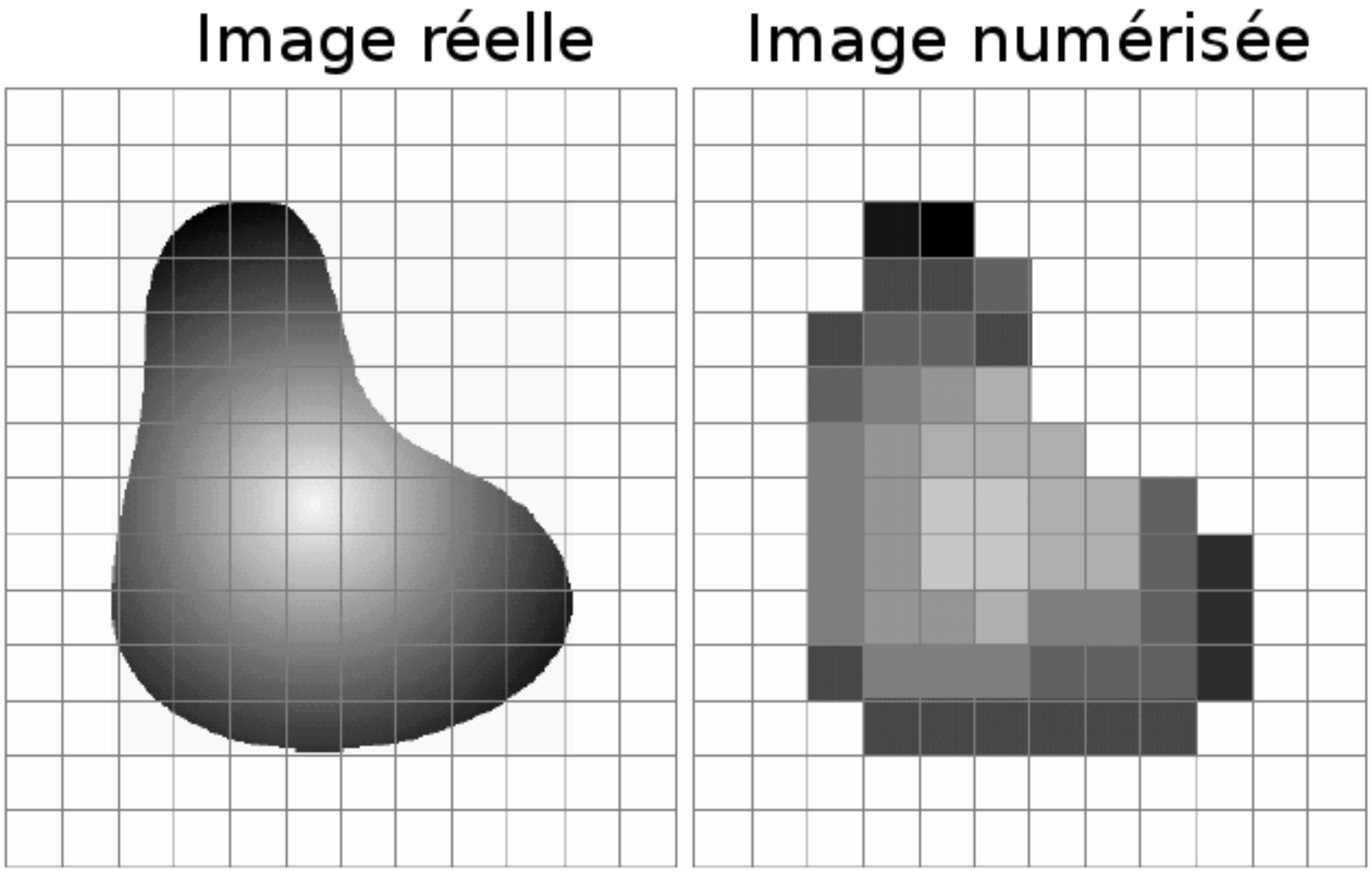
Acquisition des images



Acquisition des images



Acquisition des images



$$\text{Numérisation} \quad = \quad \begin{array}{c} \text{échantillonnage (nombre fini de points)} \\ + \\ \text{quantification (nombre fini de nuances)} \end{array}$$

$\rightarrow$ perte / modification d'information

Image bitmap/matricielle

Image rectangulaire découpée suivant une grille régulière

Elément de la grille :
PICTure **EL**ement - **pixel**

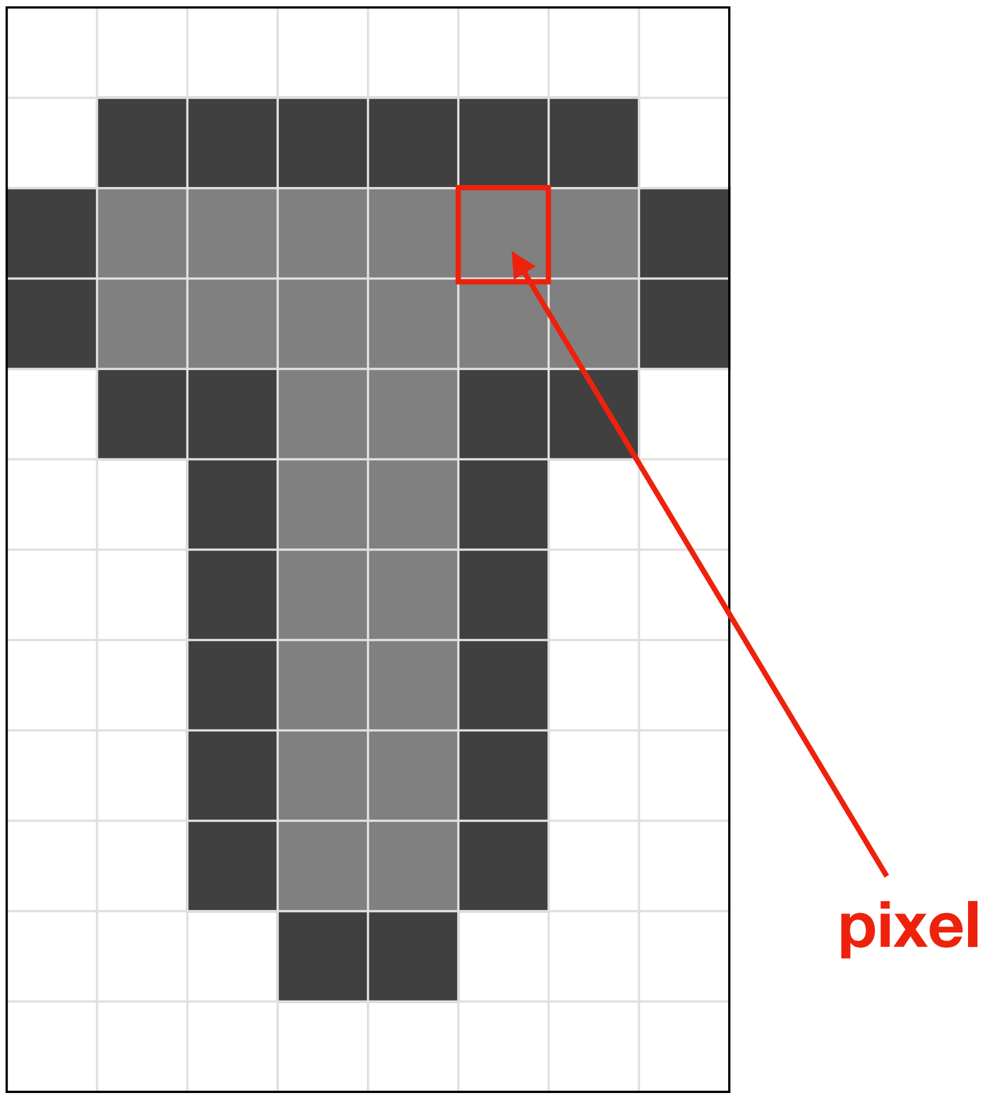


Image bitmap/matricielle

Image rectangulaire découpée suivant une grille régulière

Elément de la grille :
PICTure **EL**ement - **pixel**

Image numérique :
tableau de pixels p(x,y)
1≤j≤L et 1≤k≤H

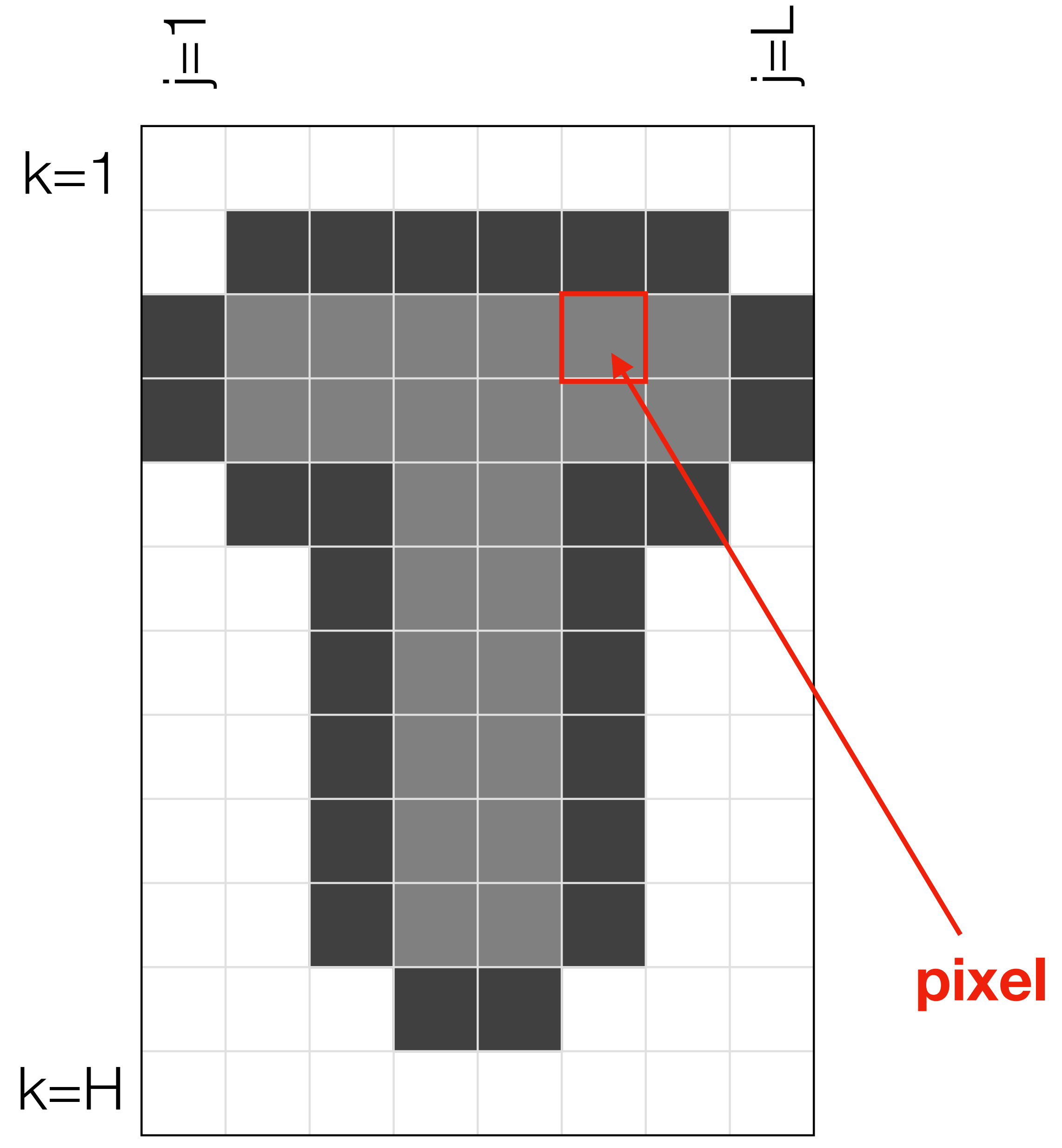


Image bitmap/matricielle

Image rectangulaire découpée suivant une grille régulière

Elément de la grille :
PICTure **EL**ement - **pixel**

Image numérique :
tableau de pixels p(x,y)
1≤j≤L et 1≤k≤H

Pixel *p(x,y)* = **couleur**

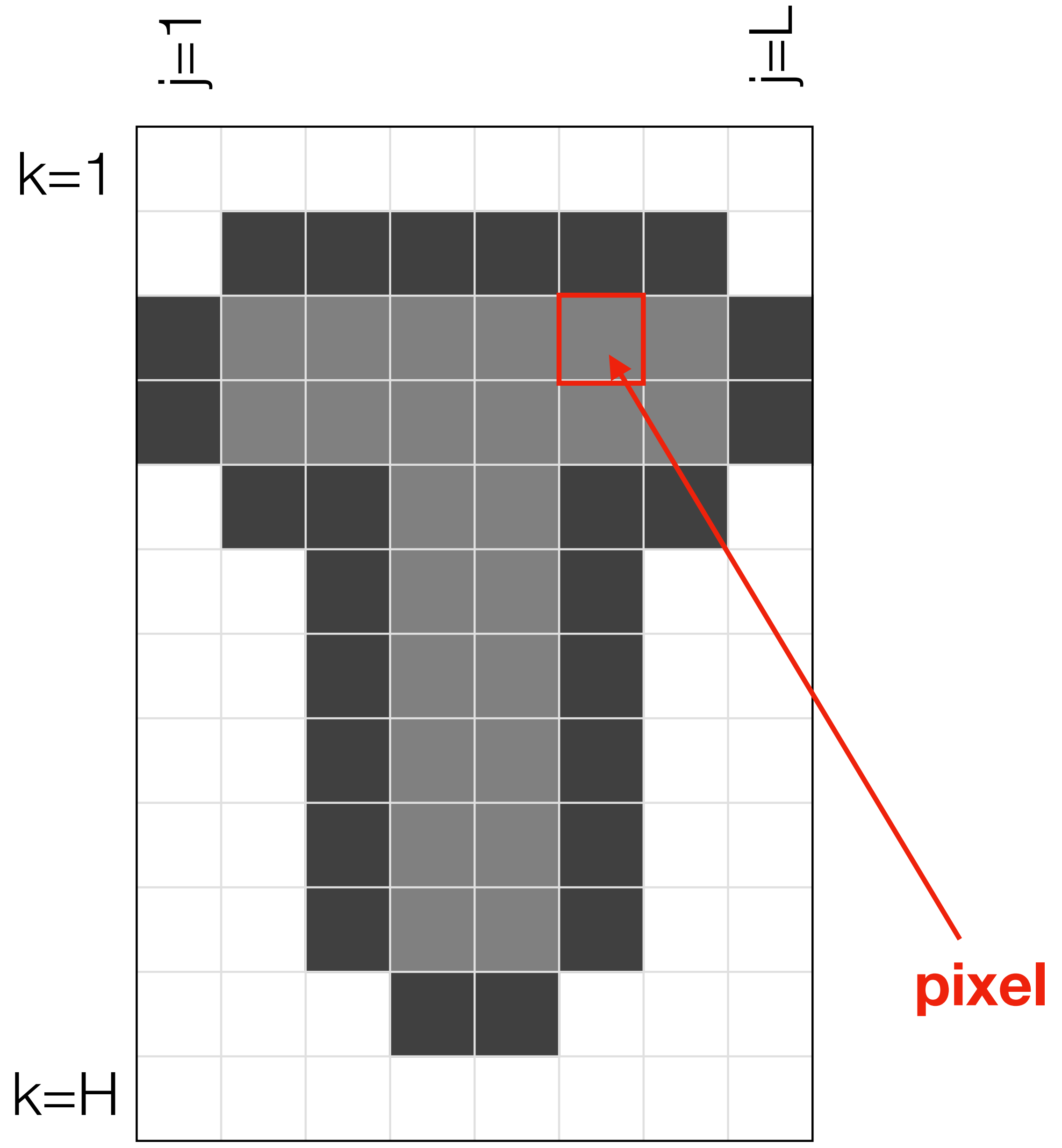


Image bitmap/matricielle

Taille : nombre de pixel = L x H pixels

- Influe sur la place mémoire pour stocker l'image (en général, la place mémoire est proportionnelle à la taille)

Dimensions :

- Largeur L (nombre de colonnes de l'image)
- Hauteur H (nombre de lignes de l'image)

Résolution : nombre de pixels par unité de longueur

En général, exprimé en pixel par pouce ou point par pouce (**ppp**)
Acronyme anglais : dot per inch **(dpi)**

n dpi : n pixels et 1 pouce = 2,54 cm

Image bitmap/matricielle

Exemple : image 512 x 512 avec différentes résolutions

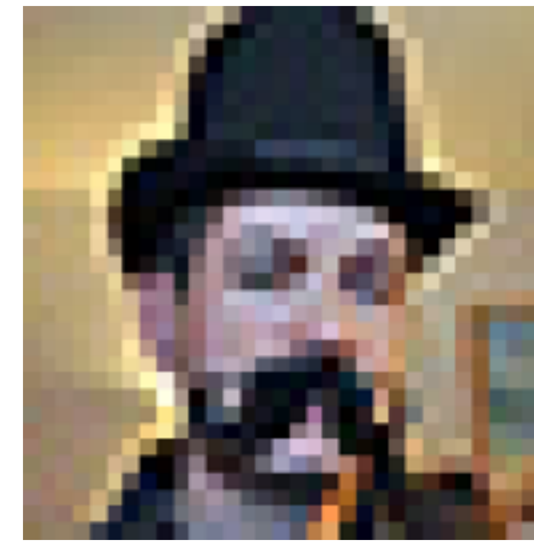
50 dpi

100 dpi

200 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions et différentes résolutions



256x256
200 dpi

128x128
100 dpi

64x64
50 dpi

32x32
25 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions et différentes résolutions

256x256
200 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions et différentes résolutions

128x128
100 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions et différentes résolutions

64x64
50 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions et différentes résolutions

32x32
25 dpi

Image bitmap/matricielle

Exemple : image à différentes dimensions, même résolution

256x256
200 dpi

128x128
200 dpi

64x64
200 dpi

Image bitmap/matricielle

Echantillonage : procédé de discrétisation spatiale d'une image consistant à associer à chaque zone rectangulaire (ou pixel) p(j,k) d'une image analogique (continue) une valeur unique I(j,k).

Sous échantillonnage : diminution du nombre d'échantillon d'une image déjà discrétisée

Image bitmap/matricielle

Echantillonage : 16 x 16

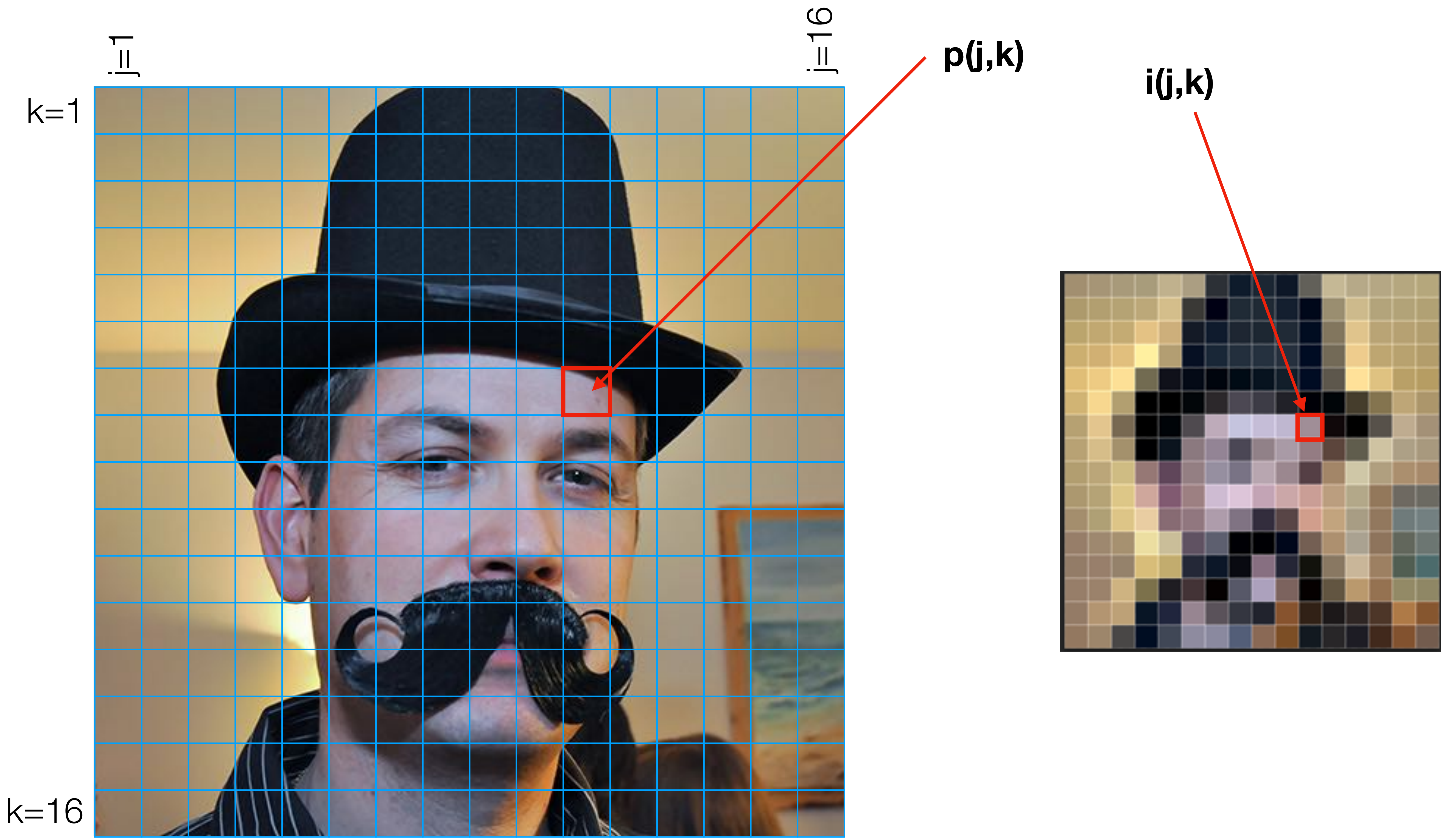


Image bitmap/matricielle

Exemple : déterminer les dimensions d’une image obtenue à partir d’un scanner pour une page A4 à la résolution de 300 dpi

Format A4 = 21 cm x 29.7 cm = 8,25 pouce x 11,7 pouce

- Largeur L = 300 x 8,25 = 2475
- Hauteur H = 300 x 11,7 = 3510
- Taille 2475 x 3510 = 8 700 000 pixels

Types d'image bitmap

- Différents types/formats d'images bitmap correspondant à différents types de modèles de couleurs

Noir & blanc

Niveaux de gris

Couleurs

Image Noir & Blanc

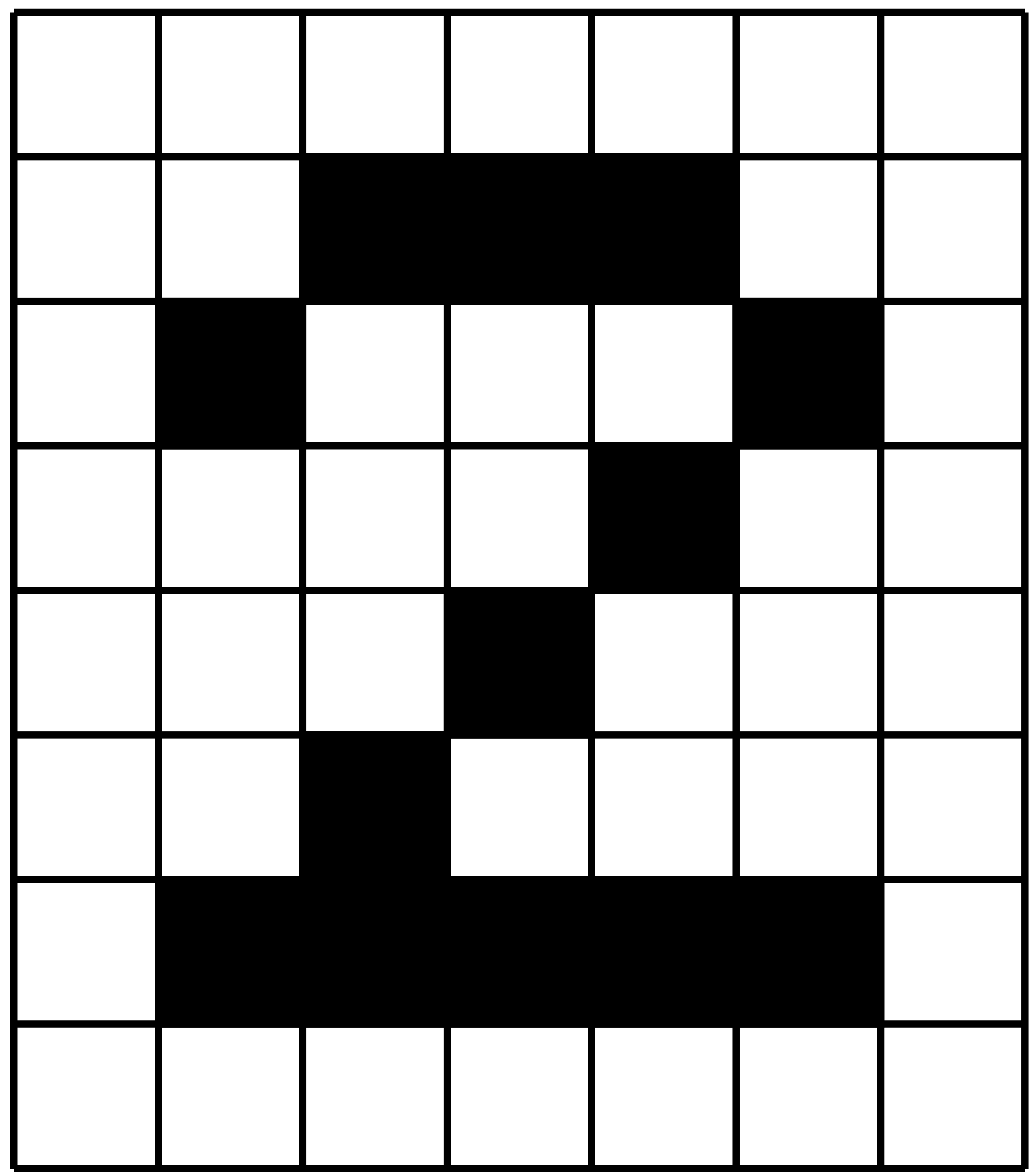


Image bitmap du caractère 2

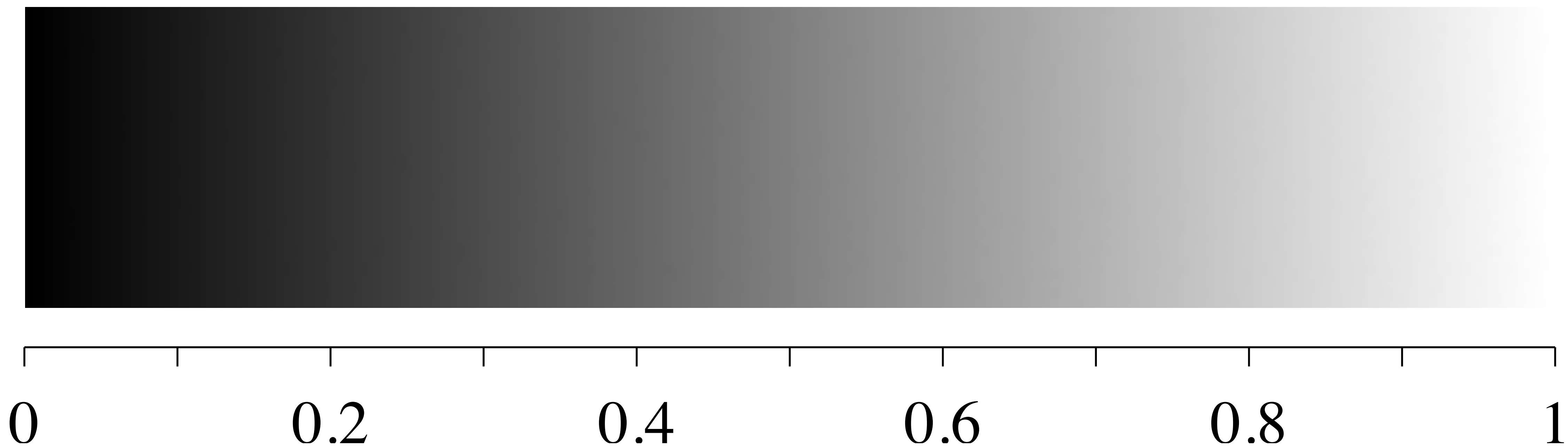
Image Noir & Blanc

$$
\begin{array}{ccccccc}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Convention : $0 =$ Noir / $1 =$ Blanc

Image en niveaux de gris

- Echelle en nuances de gris : représentation des différentes nuances de gris entre le noir (valeur 0) et le blanc (valeur 1)



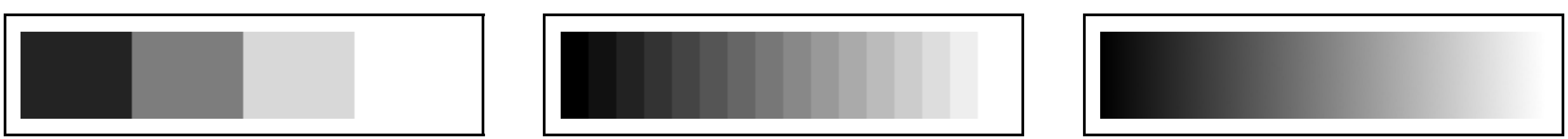
- Valeur (gris) = valeur réelle entre 0 et 1

Image en niveaux de gris

Valeur(pixel) = valeur entière entre 0 et N-1

- Valeur 0 = couleur noir
- Valeur N-1 = couleur blanc
- Valeur intermédiaire = gris + ou - foncé

N : nombre de niveaux de gris fixé (N entier ≥ 2)



$N = 4$ $N = 16$ $N = 256$

256 niveaux suffisent pour l'oeil humain

Quantification

quantification : limitation du nombre de valeurs différentes que peut prendre i(j,k)

1 bit, N = 2

2 bit, N = 4

3 bit, N = 8

4 bit, N = 16

5 bit, N = 32

6 bit, N = 64

Image en niveaux de gris

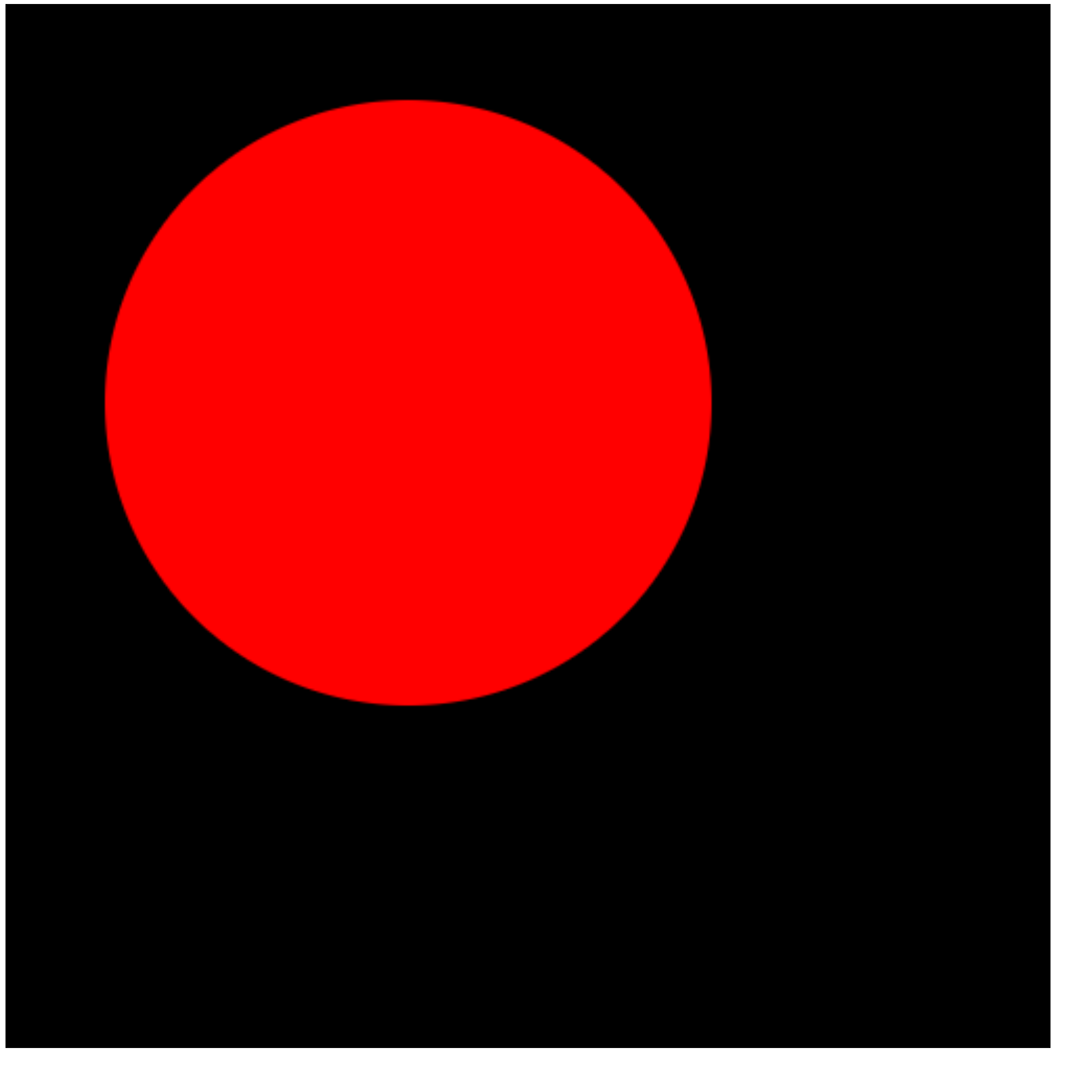
Couleur		Valeur	Couleur		Valeur
Noir		0	Gris Moyen		128
		32			159
Gris Foncé		64	Gris Clair		191
		96			223
Gris Moyen		128	Blanc		255

Tableau 1 - Quelques valeurs entre 0 et 255

$$valeur_{gris} = \frac{valeur_{pixel}}{255} \qquad valeur_{pixel} = \text{arrondi}(255 \times valeur_{gris})$$

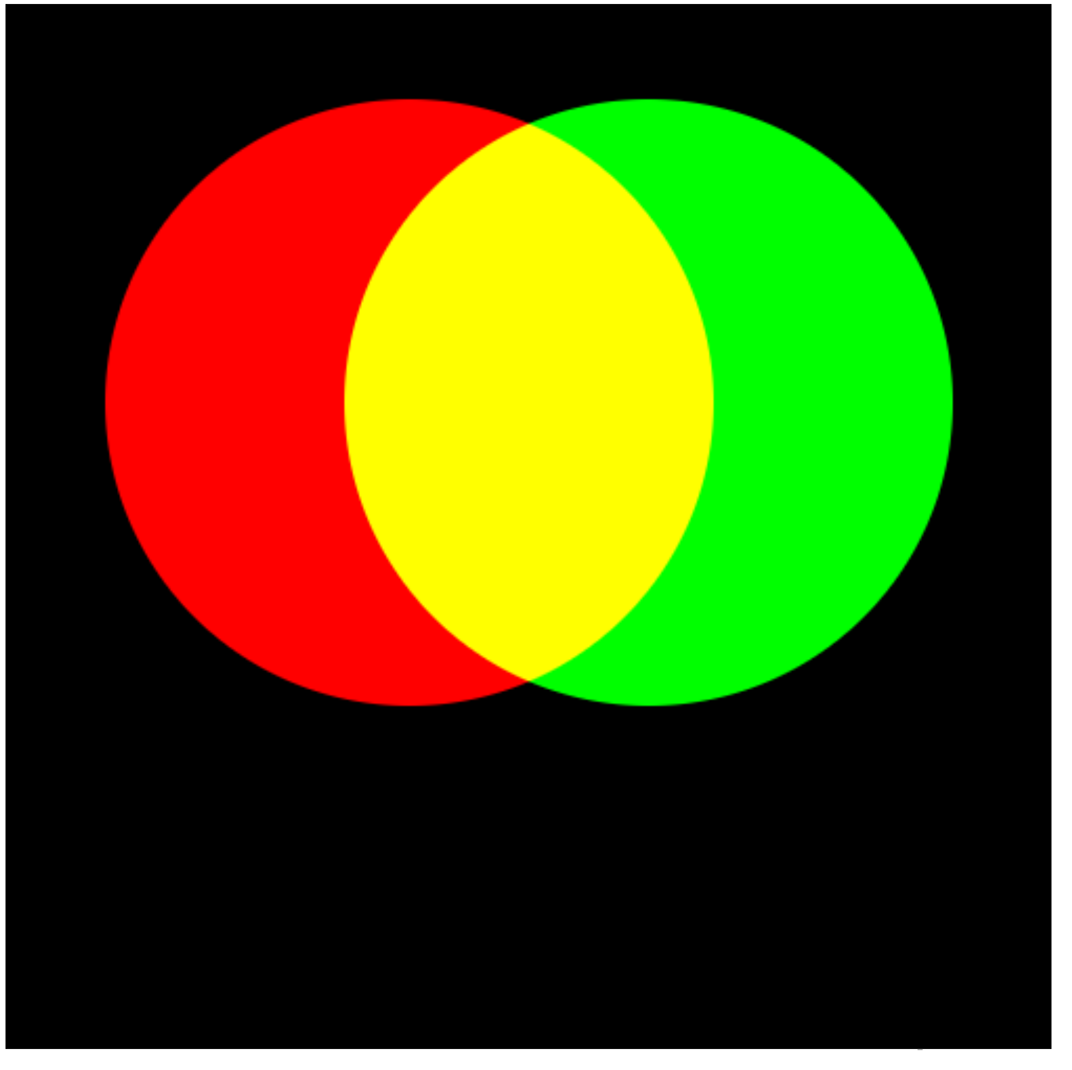
Modèle RGB

Modèle basé sur la synthèse additive des couleurs à partir du Rouge-Vert-Bleu.



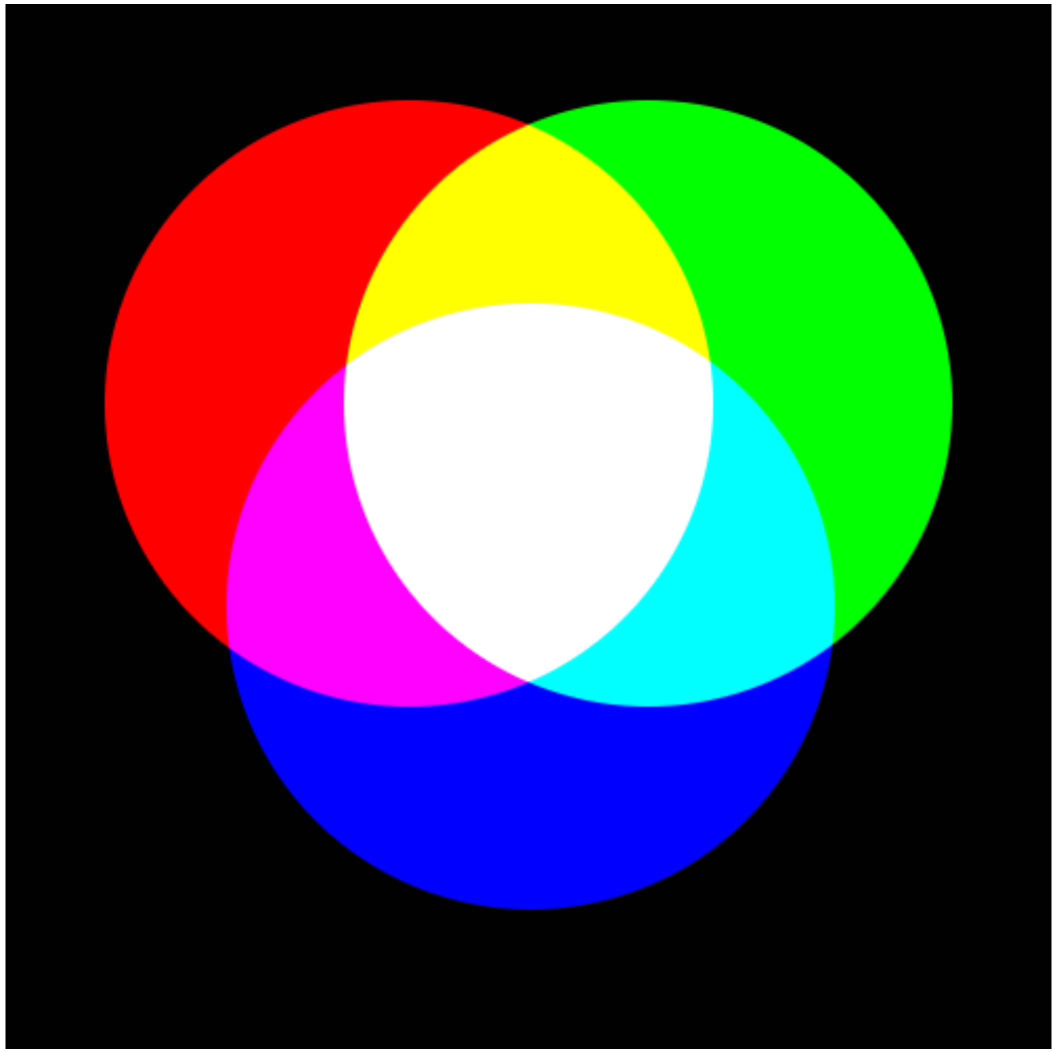
Modèle RGB

Modèle basé sur la synthèse additive des couleurs à partir du Rouge-Vert-Bleu.



Modèle RGB

Modèle basé sur la synthèse additive des couleurs à partir du Rouge-Vert-Bleu.



Modèle RGB

Couleur RGB : trois valeurs

- Une pour le Rouge,
- Une pour le Vert
- Une pour le Bleu

Valeurs comprises entre 0.0 et 1.0

Quantification de chaque composante en valeur entière :

Rouge : de 0 à NR-1

Vert : de 0 à NV-1

Bleu : de 0 à NB-1

Modèle RGB

Exemples de couleurs RGB

	Valeurs réelles entre 0.0 et 1.0			Valeurs entières entre 0 et 255		
Blanc	1.0	1.0	1.0	255	255	255
Gris moyen	0.5	0.5	0.5	128	128	128
Vert	0.0	1.0	0.0	0	255	0
Jaune	1.0	1.0	0.0	255	255	0
Cyan	0.0	1.0	1.0	0	255	255
Brun clair	0.8	0.6	0.2	204	153	51
Couleur	R	V	B	R	V	B

Modèle RGB

Exemples de couleurs RGB

		Valeurs réelles entre 0.0 et 1.0			Valeurs entières entre 0 et 255		
Noir		0.0	0.0	0.0	0	0	0
Rouge		1.0	0.0	0.0	255	0	0
Bleu		0.0	0.0	1.0	0	0	255
Magenta		1.0	0.0	1.0	255	0	255
Bleu pale		0.7	0.7	1.0	179	179	255
Vert foncé		0.0	0.6	0.0	0	153	0
Couleur		R	V	B	R	V	B

Modèle RGB

Rouge

Vert

Bleu

Format de stockage

Stockage de l'information binaire de l'image telle quelle :

taille du fichier : L x H octets correspond au L x H pixels en 256 niveaux de gris

1 octet = 8bits

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$= 0 \mathrm{x} 2^7 + 0 \mathrm{x} 2^6 + 0 \mathrm{x} 2^5 + 0 \mathrm{x} 2^4 + 0 \mathrm{x} 2^3 + 0 \mathrm{x} 2^2 + 0 \mathrm{x} 2^1 + 0 \mathrm{x} 2^0$

$= 0$

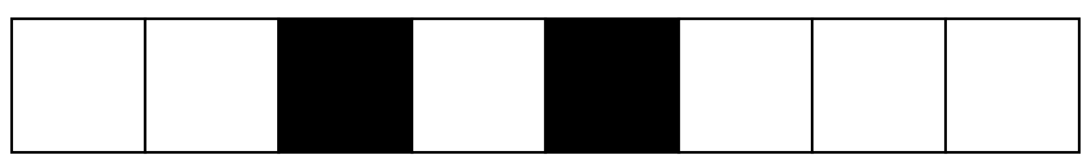
Format de stockage

Stockage de l'information binaire de l'image telle quelle :

taille du fichier : L x H octets correspond au L x H pixels en 256 niveaux de gris

1 octet = 8bits

$2^7 \quad 2^6 \quad 2^5 \quad 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$



$= 0 \text{x} 2^7 + 0 \text{x} 2^6 + 1 \text{x} 2^5 + 0 \text{x} 2^4 + 1 \text{x} 2^3 + 0 \text{x} 2^2 + 0 \text{x} 2^1 + 0 \text{x} 2^0$

$= 32 + 8 = 40$

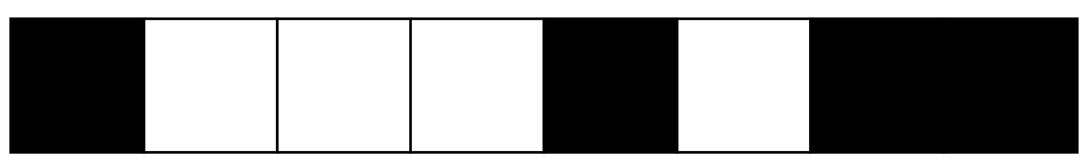
Format de stockage

Stockage de l’information binaire de l’image telle quelle :

taille du fichier : L x H octets correspond au L x H pixels en 256 niveaux de gris

1 octet = 8bits

$2^7 \quad 2^6 \quad 2^5 \quad 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$



$= 1 \text{x} 2^7 + 0 \text{x} 2^6 + 0 \text{x} 2^5 + 0 \text{x} 2^4 + 1 \text{x} 2^3 + 0 \text{x} 2^2 + 1 \text{x} 2^1 + 1 \text{x} 2^0$

$= 128 + 8 + 2 + 1 = 139$

Format de stockage

Stockage de l'information binaire de l'image telle quelle :

taille du fichier : L x H octets correspond au L x H pixels en 256 niveaux de gris

1 octet = 8bits

$2^7 \quad 2^6 \quad 2^5 \quad 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$

$= 1 \text{x} 2^7 + 1 \text{x} 2^6 + 1 \text{x} 2^5 + 1 \text{x} 2^4 + 1 \text{x} 2^3 + 1 \text{x} 2^2 + 1 \text{x} 2^1 + 1 \text{x} 2^0$

$= 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 5 + 2 + 1 = 255$

Format de stockage

Stockage de l’information binaire de l’image telle quelle :

taille du fichier : L x H octets correspond au L x H pixels en 256 niveaux de gris

⟶ Taille du fichier = (L x H) octets

Nécessité de compresser les images

Un exemple : Blu-Ray vidéo HD de 2 heures

- Taille mémoire pour stocker l'ensemble des images

25 images / seconde, chaque image de taille 1920 x 1080 et en couleurs 24 bits (3 octets par pixel

Taille mémoire nécessaire pour stocker sans compresser :

- 1 image = 2 millions de pixels soit 6 Mo
- 1 seconde de vidéo = 25 images = 6 x 25 Mo = 150 Mo = 0,15 Go
- 2 heures de video = 7200 secondes = 7200 x 0,15 = 1000 Go

Support Blu-Ray Double Couche = 50 Go de capacité : nécessité de compresser

Autres difficultés liés aux images

Image normale

Autres difficultés liés aux images

Image normale avec grain dû à une sensibilité (ISO) élevée

Autres difficultés liés aux images

Image bruitée (par ex. capteur avec pixels défectueux)

Autres difficultés liés aux images

Image sur-exposée

Autres difficultés liés aux images

Image sous-exposée

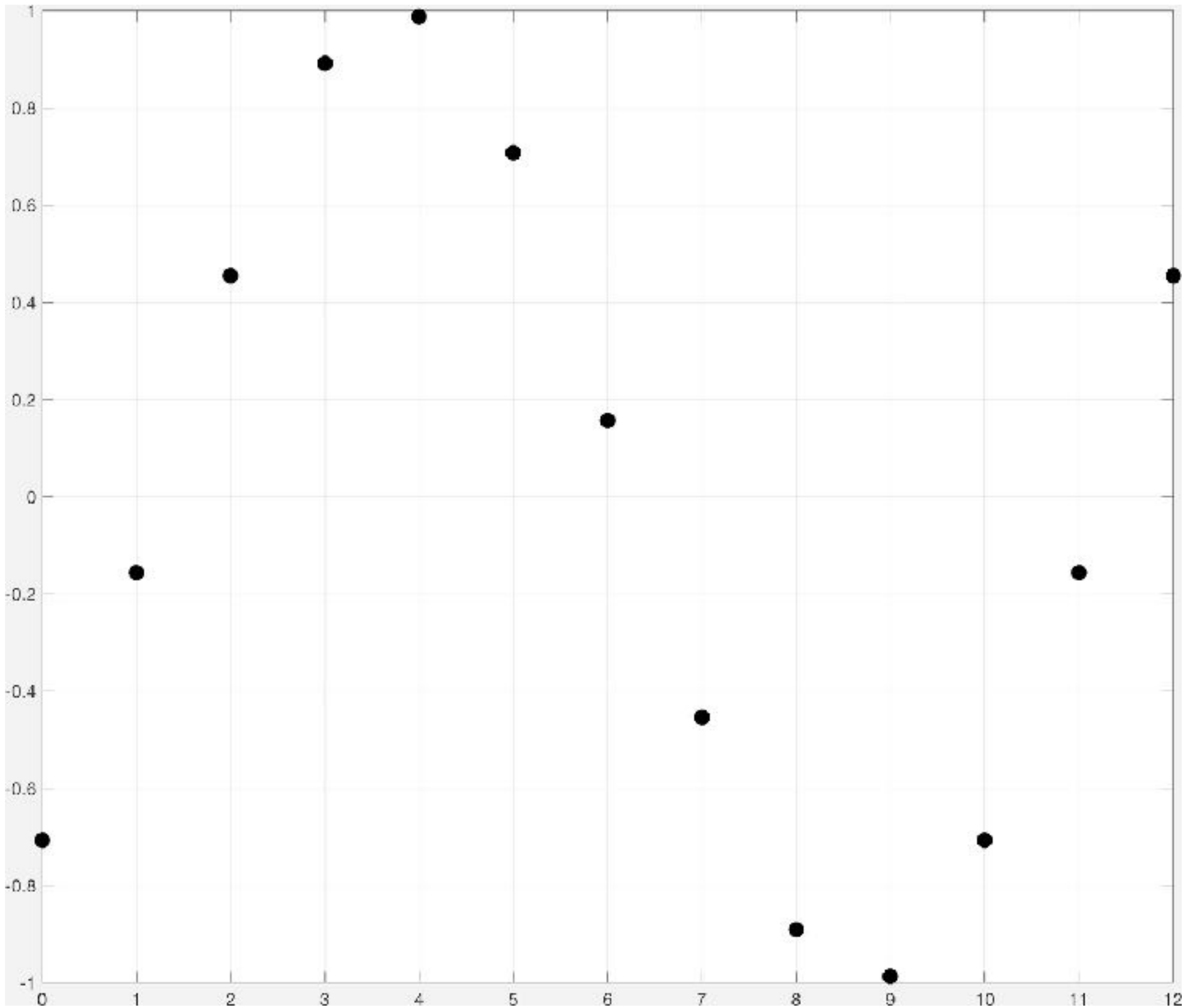
Buts du cours

Traitement d’images

- Représenter mathématiquement des opérations décrites jusqu’ici : échantillonage, quantification, bruits, …
- Traiter les images :
  - ✴Corrections (filtres, histogramme, …)
  - ✴Compression
- Outils : convolution, représentation des images dans des bases adaptées (Fourier, ondelettes).

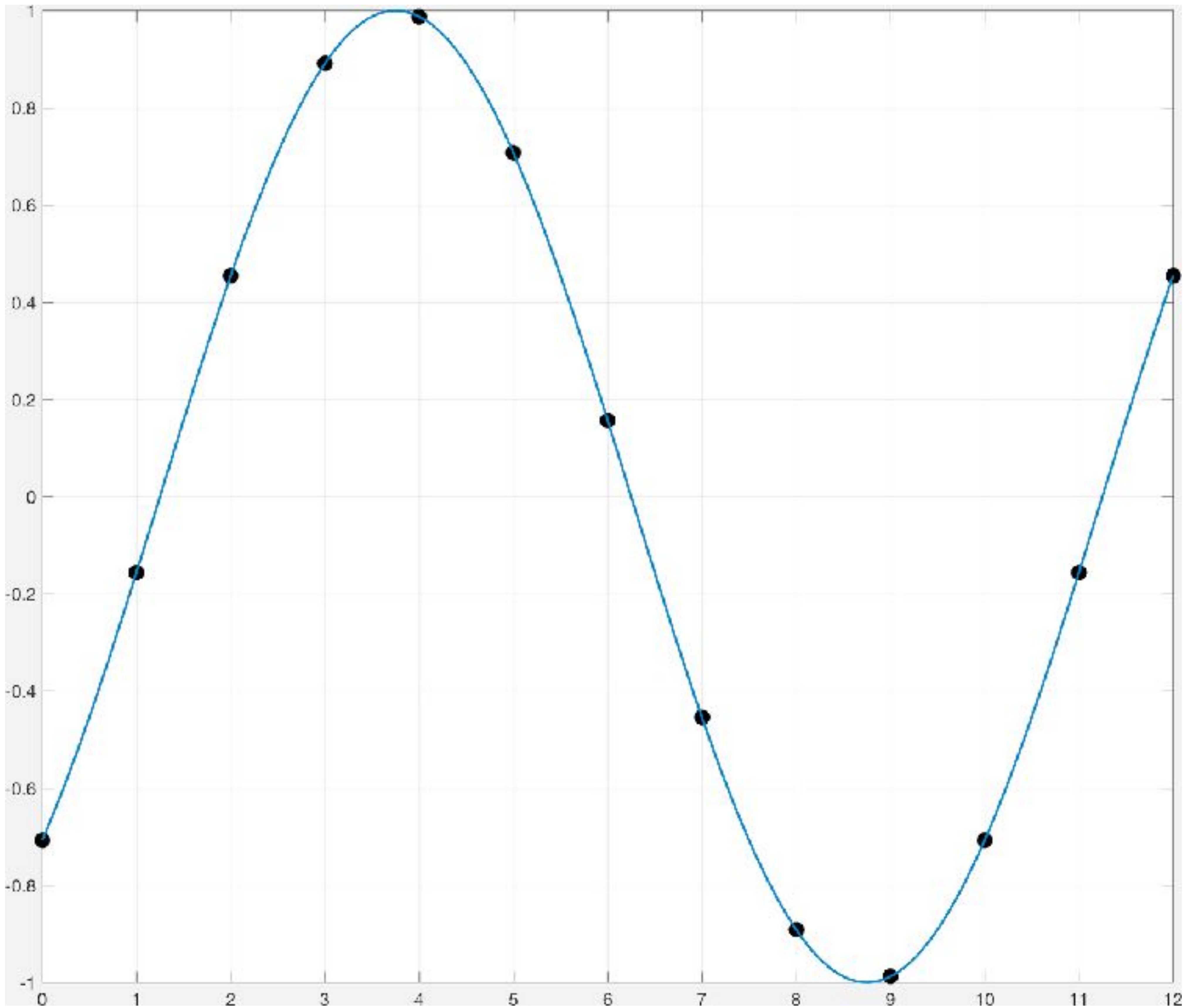
Aliasing

Sous-échantillonnage



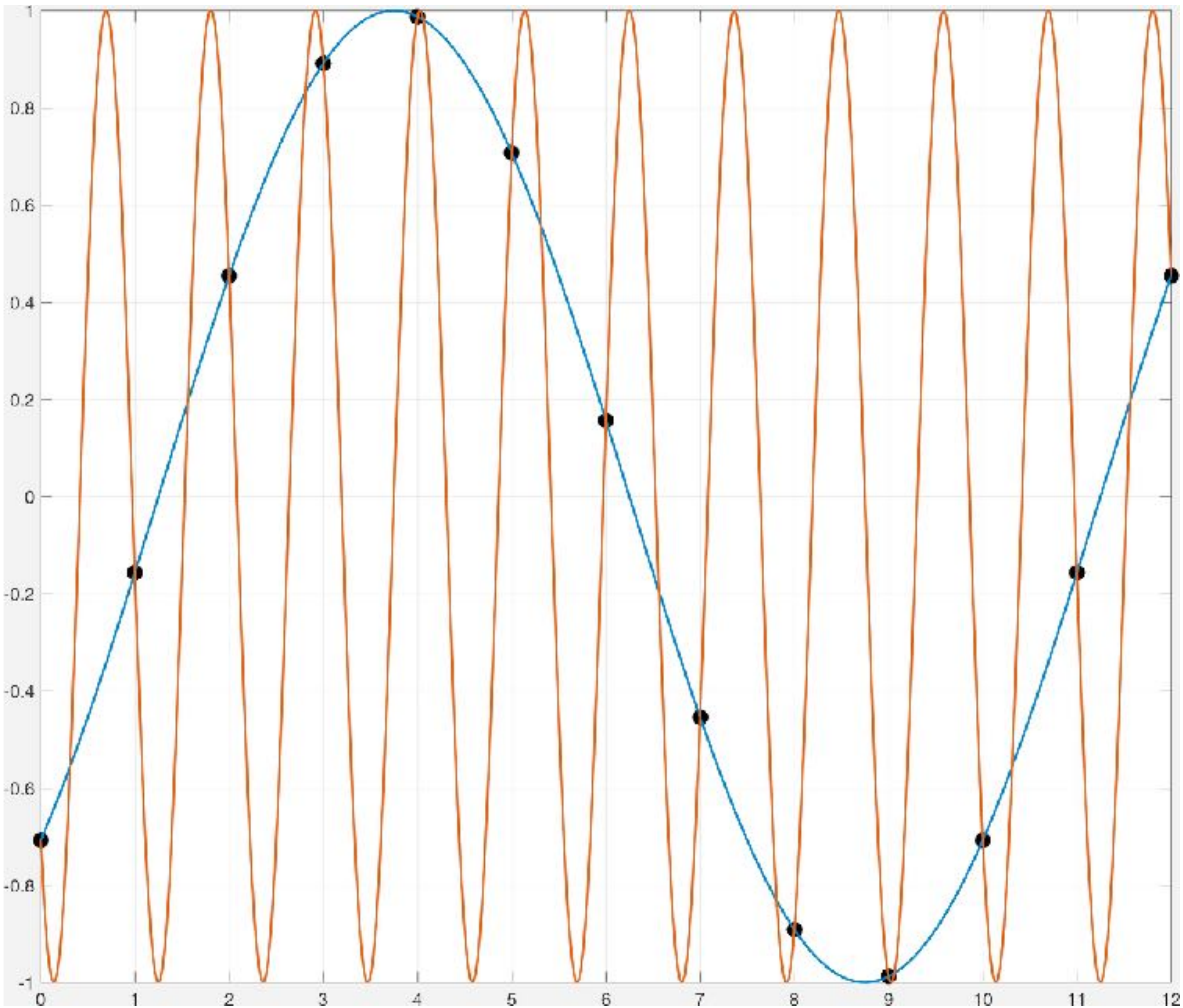
Aliasing

Sous-échantillonnage



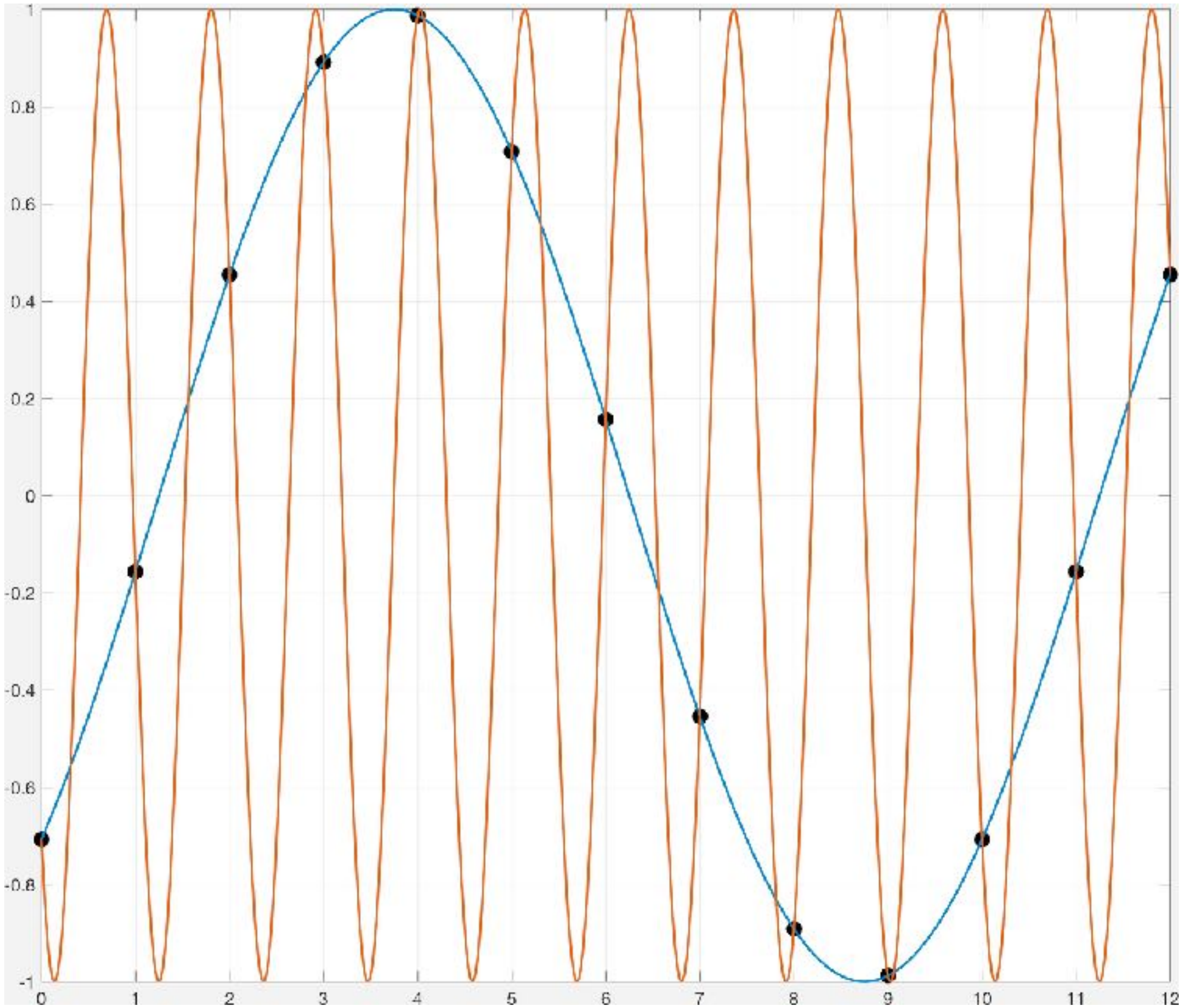
Aliasing

Sous-échantillonnage



Aliasing

Sous-échantillonnage



$$\cos(2\pi\ 0.1\ x - \varphi)$$

$$\cos(2\pi\ 0.9\ x - \theta)$$

$$\varphi = 3\pi/4,\ \ \theta = 5\pi/4$$

$$2\pi\ 0.9\ x - \theta = \pm(2\pi\ 0.1\ x - \varphi) + 2k\pi$$

$$x = \frac{\theta + \varphi}{2\pi} + k$$ ou $$x = \frac{10}{8}\left(\frac{\theta - \varphi}{2\pi} + k\right)$$

Aliasing

Cathédrale St Etienne, Vienne, Autriche

Sous-échantillonnage 1/4
Effet de moirage (fréquence parasite)

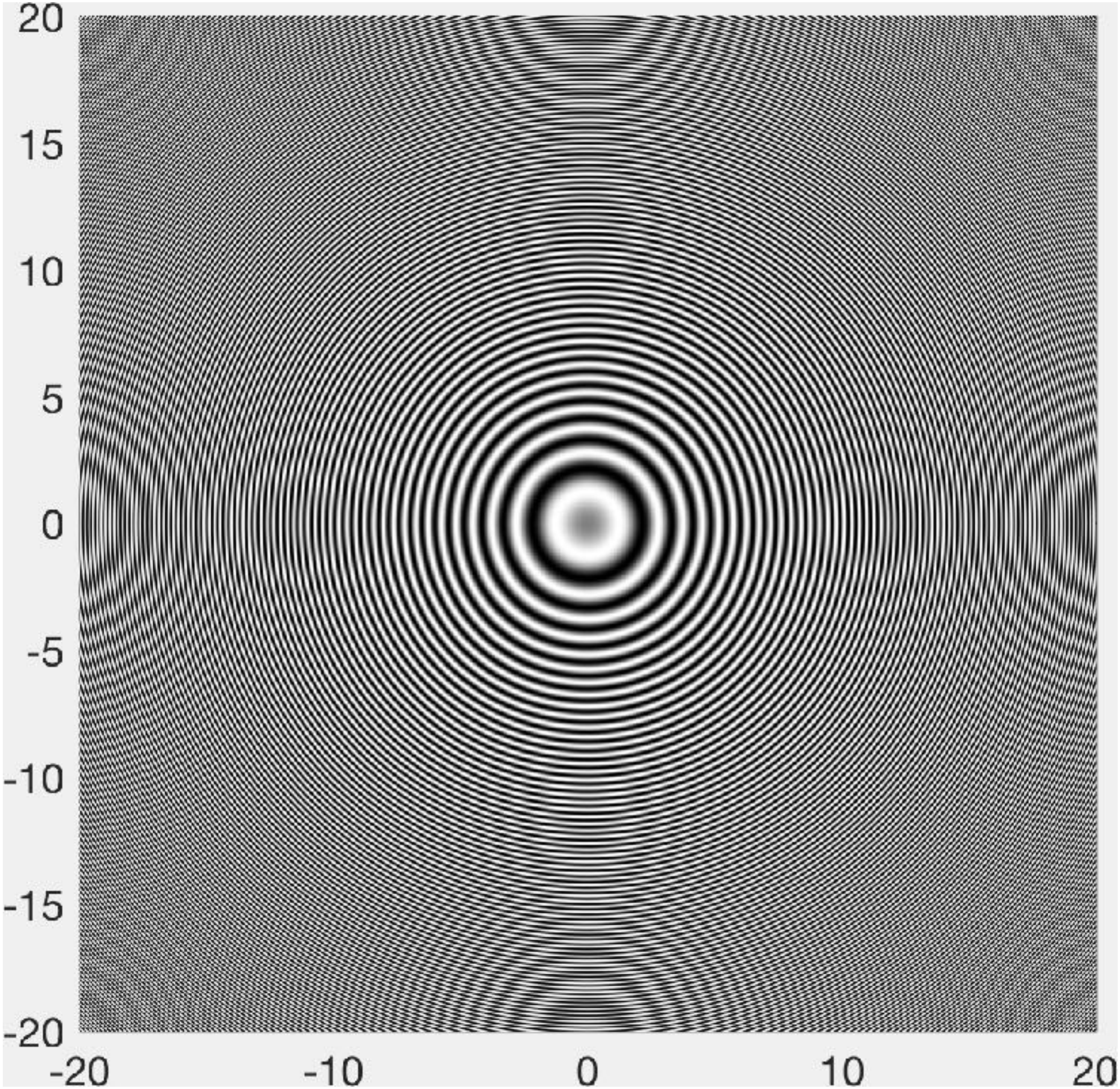
Aliasing

On va tracer le graphe de la fonction $\sin(x^2 + y^2)$
pour $(x, y) \in [-20, 20] \times [-20, 20]$

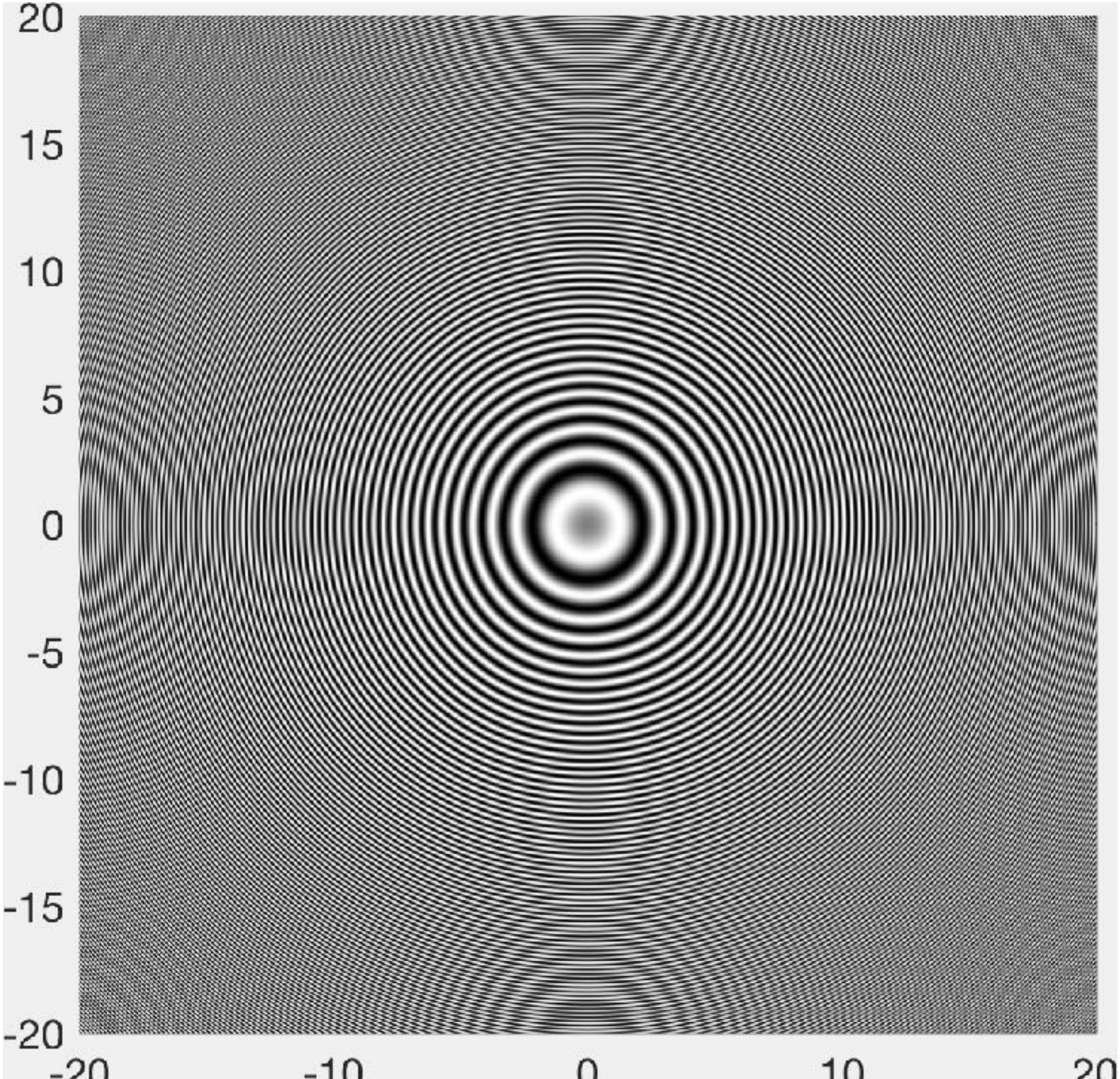
Différentes résolutions :

- 5001 points
- 1001 points
- 501 points
- 201 points
- 151 points
- 101 points

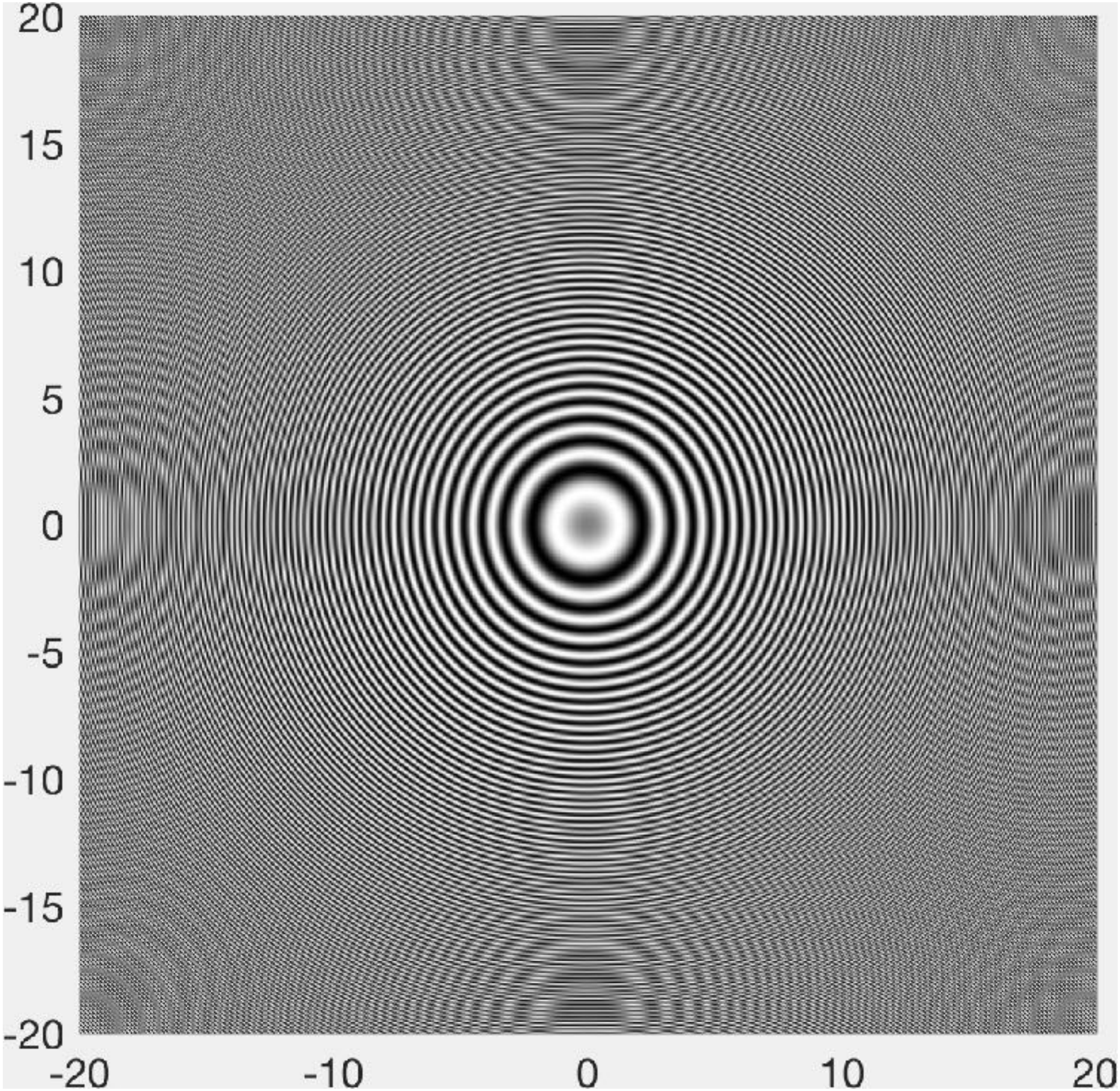
R=5001



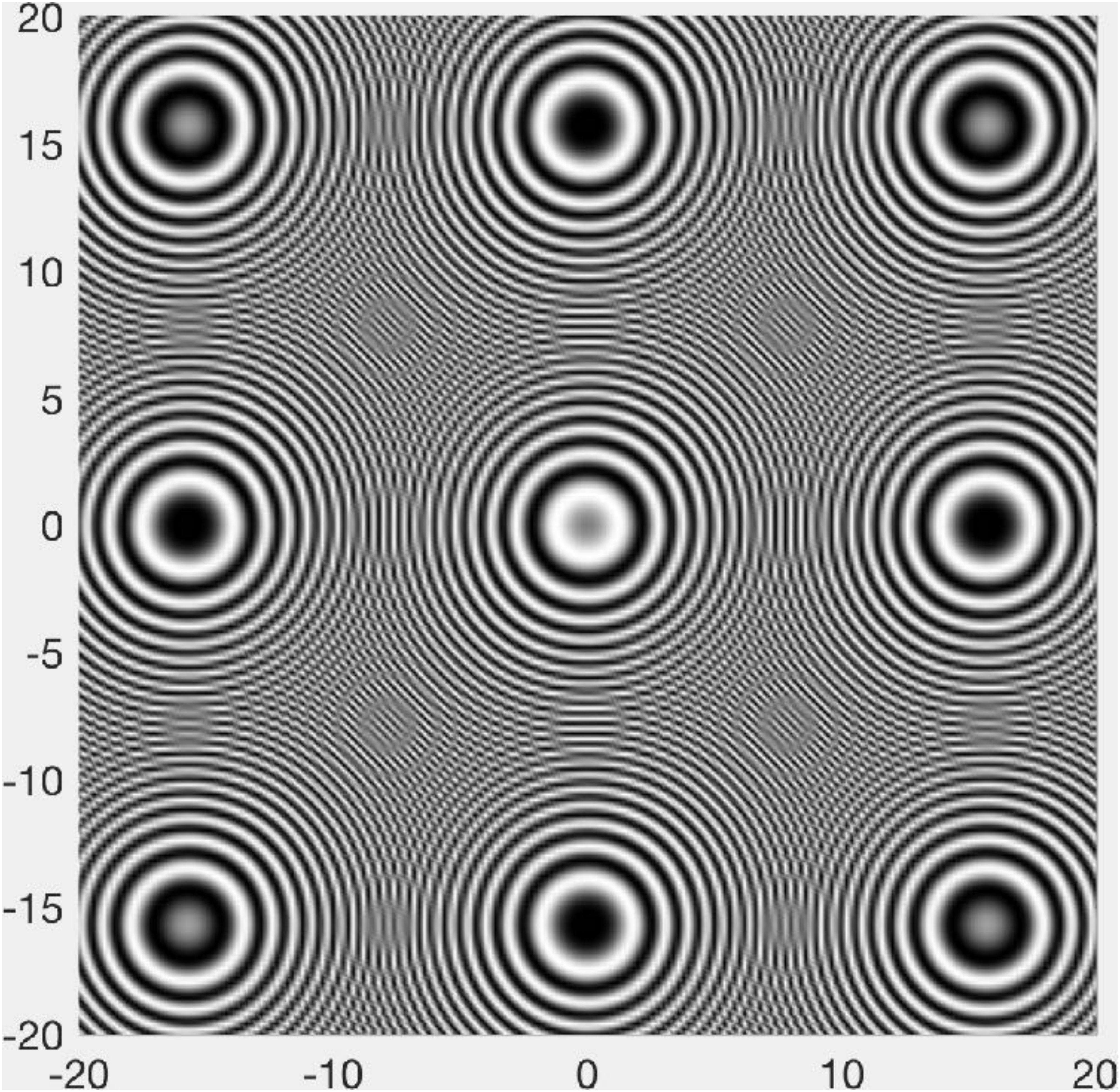
R=1001



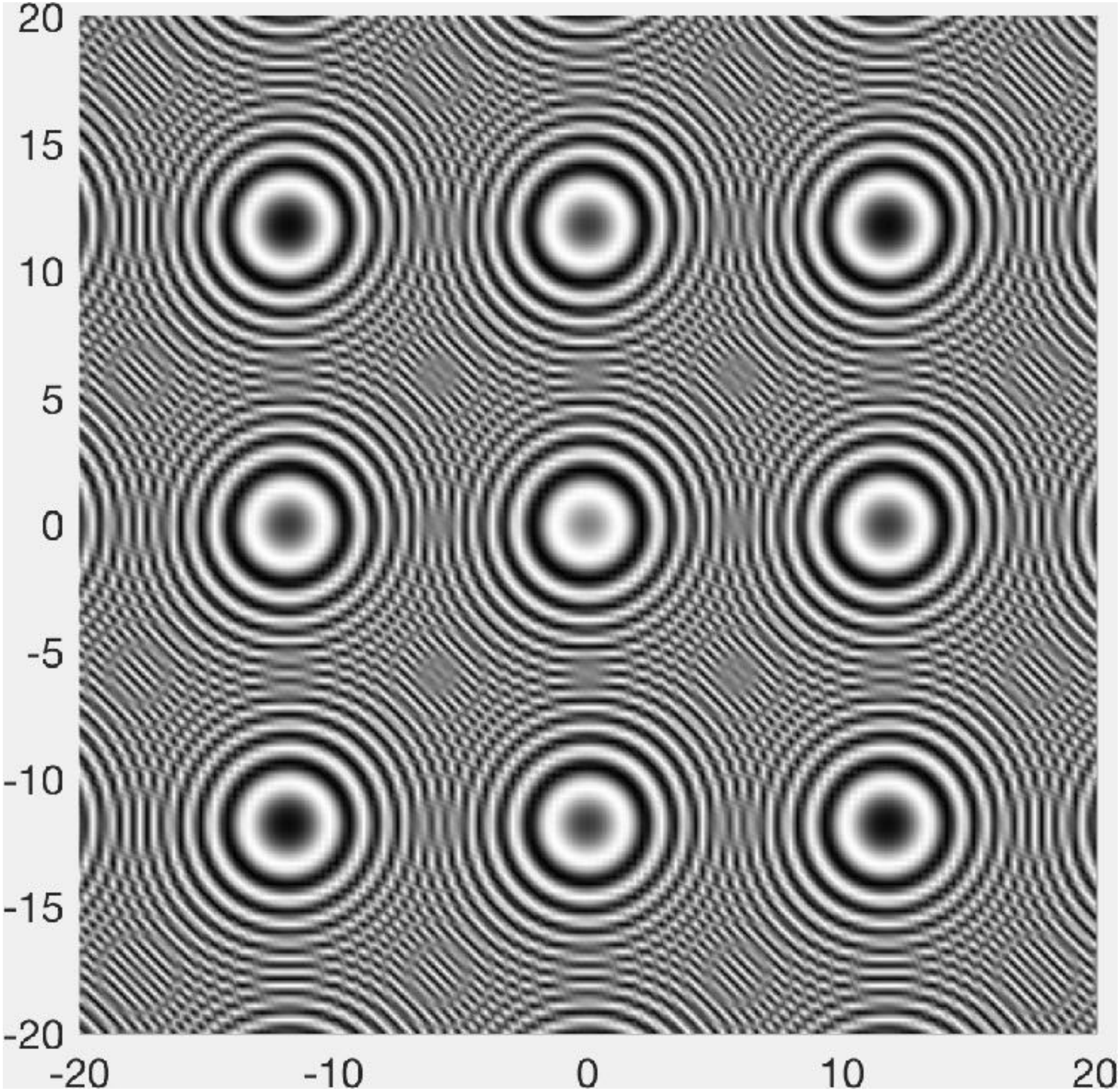
R=501



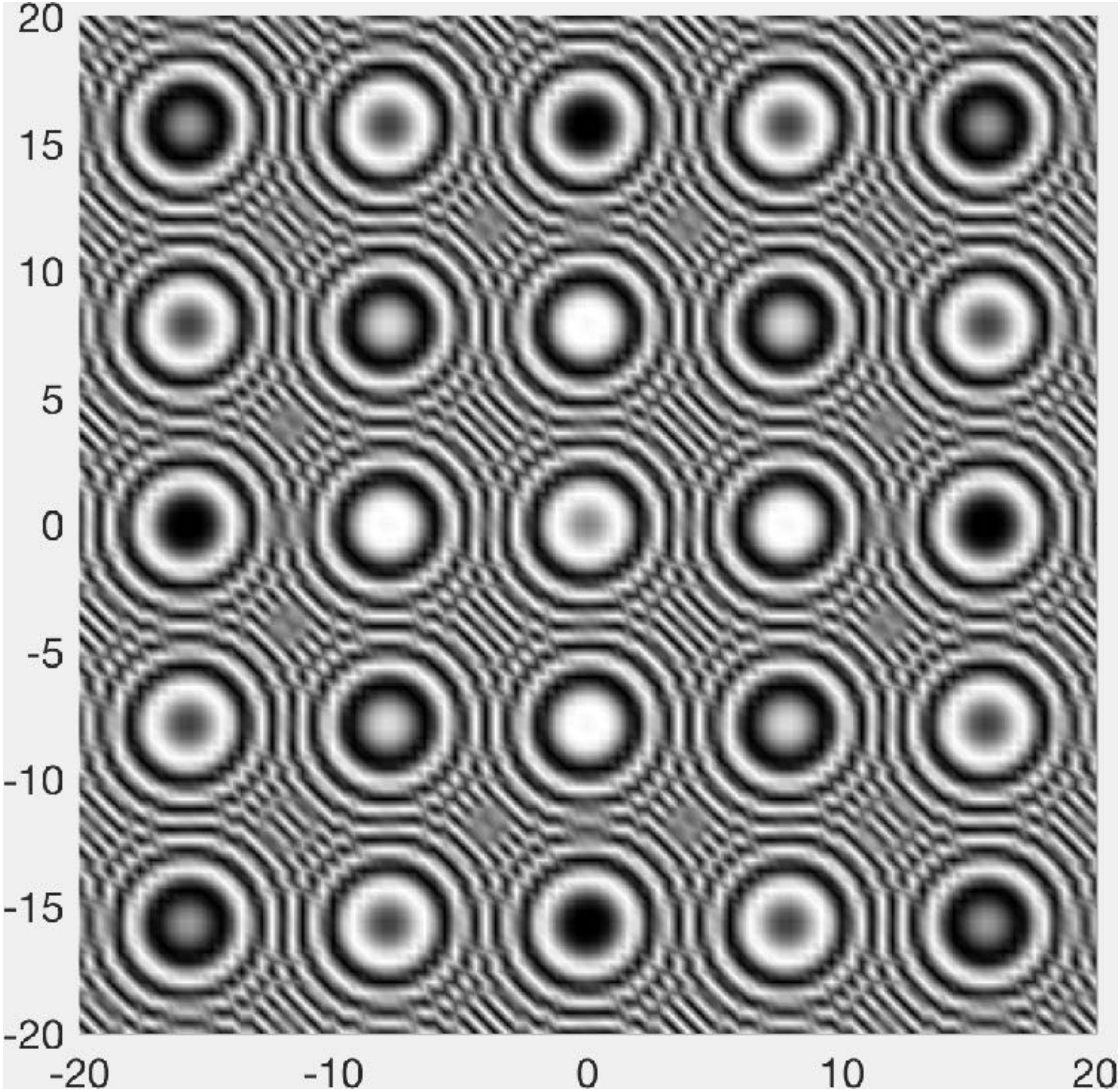
R=201



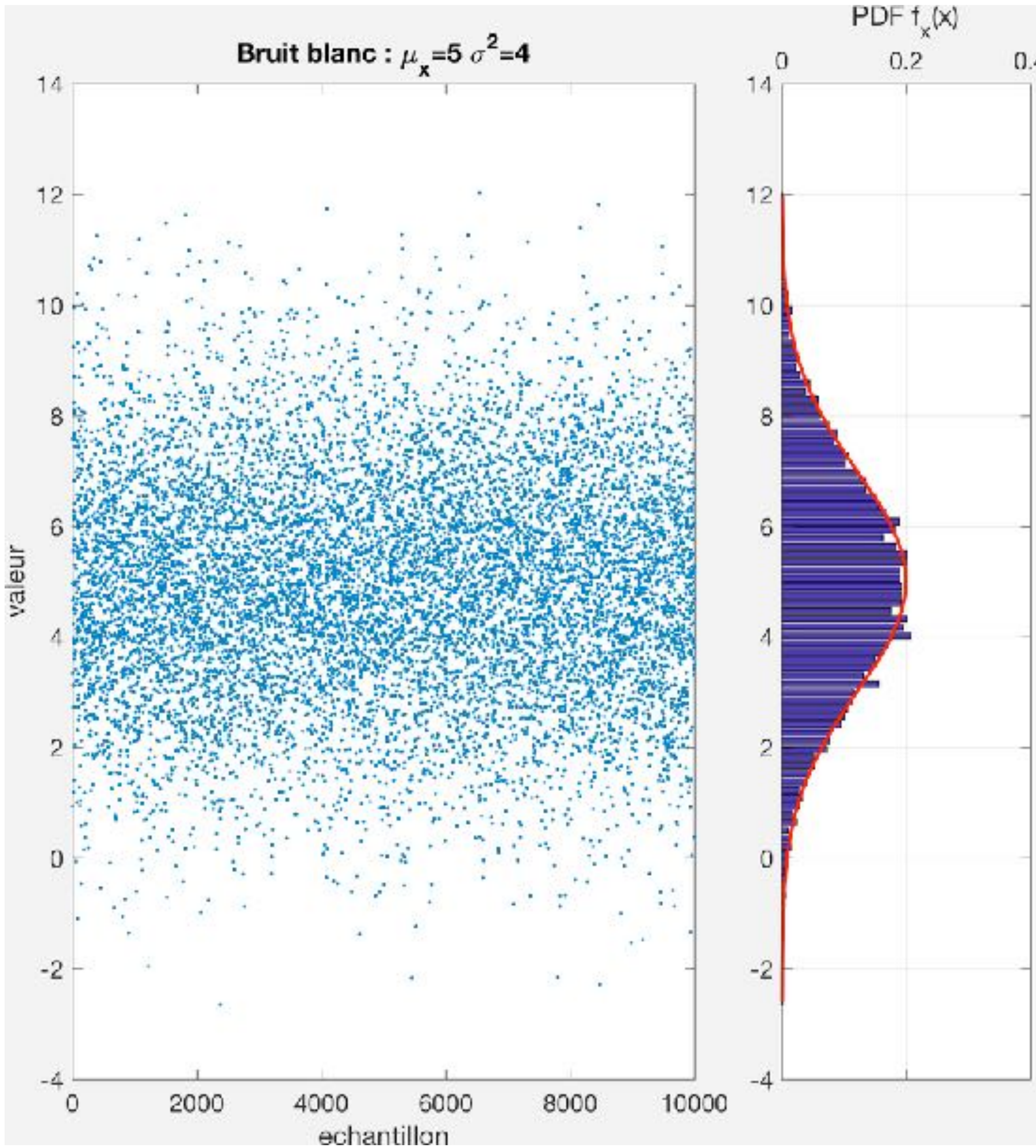
R=151



R=101



Bruit blanc $f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$



$\sigma = 10$

$\sigma = 20$

$\sigma = 30$

$\sigma = 50$

Statistique

Image

0	0	85	0	0
0	85	255	170	0
0	85	255	170	0
0	85	255	170	0
0	0	0	0	0

Valeurs triées :

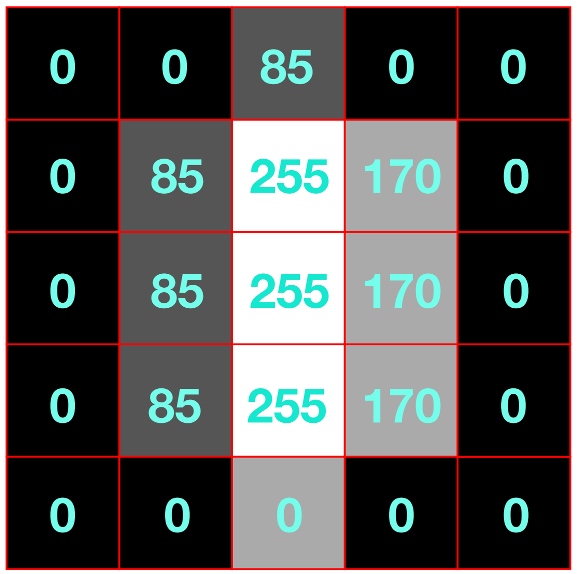
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 85 85 85 85 170 170 170 170 255 255 255

Moyenne : 71,4

Variance : 8838 Ecart type : 94

Médiane : 0

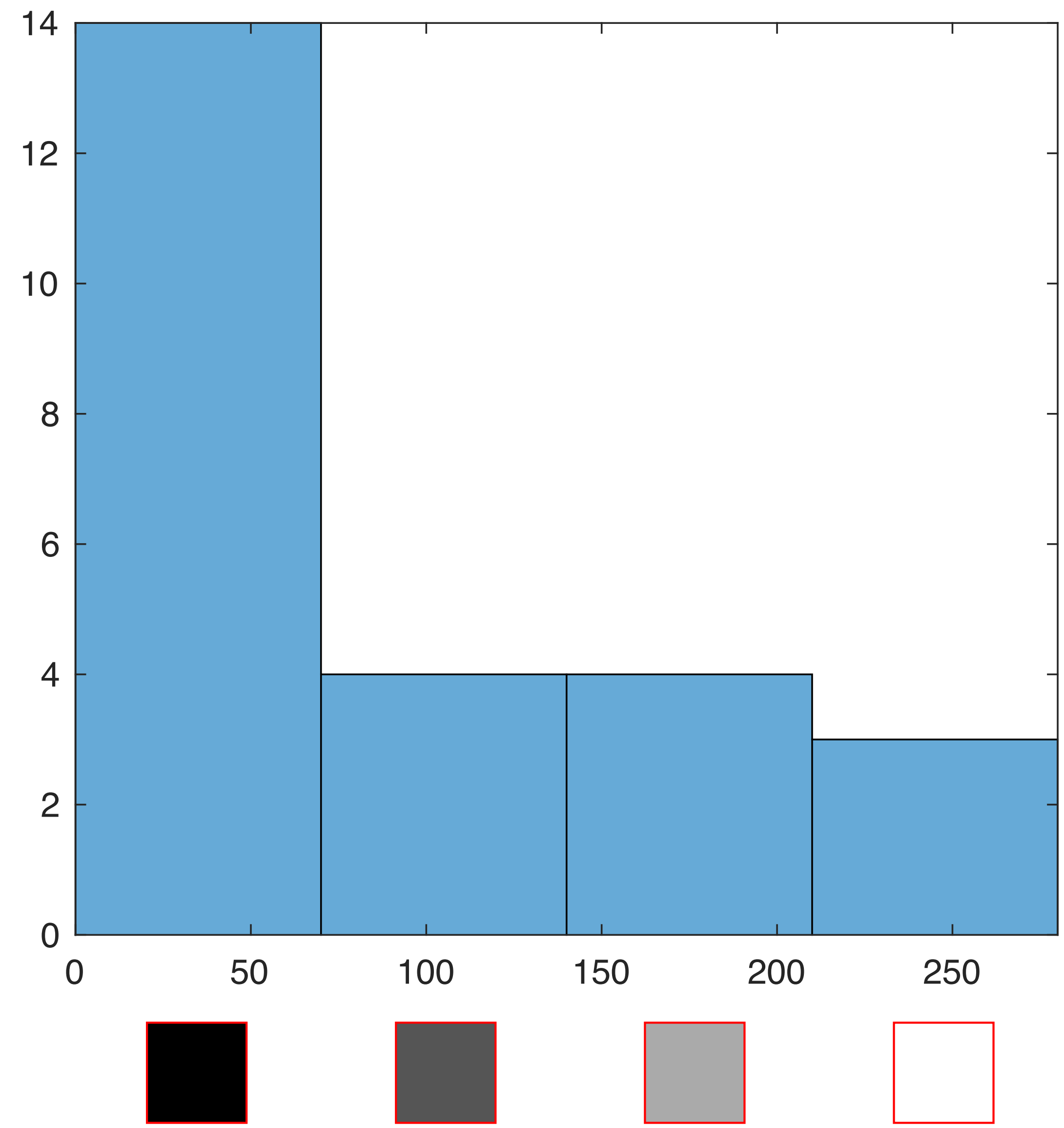
Histogramme



k	$h(k)$
0	14
85	4
170	4
255	3

Histogramme

$$\sum_k h(k) = N^2$$



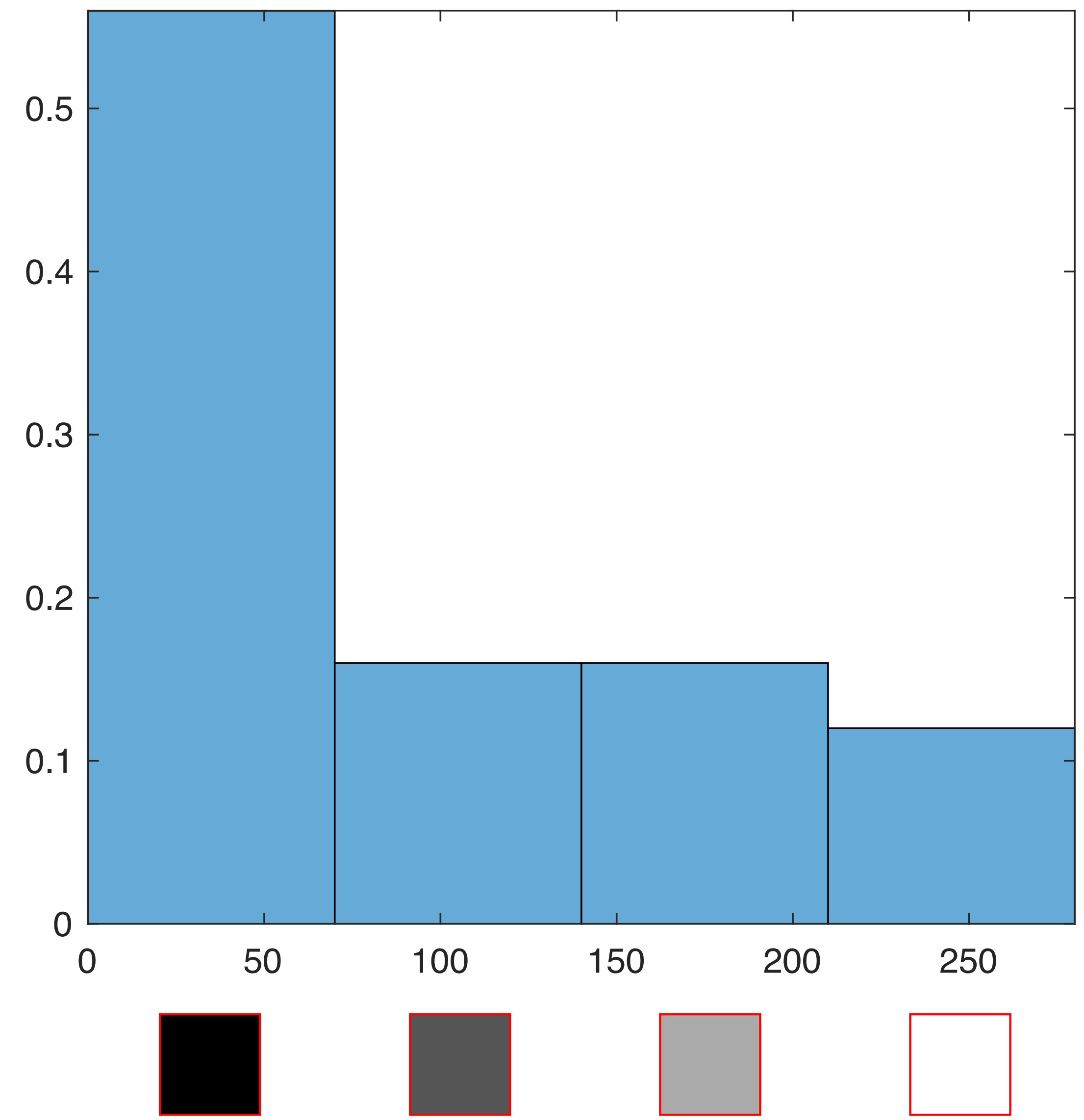
Histogramme = dénombrement des pixels de l'image dont le niveau de gris appartient à chaque ensemble de la partition

Histogramme

0	0	85	0	0
0	85	255	170	0
0	85	255	170	0
0	85	255	170	0
0	0	0	0	0

k	$\bar{h}(k)$
0	$0,56$
85	$0,16$
170	$0,16$
255	$0,12$

Histogramme normalisé

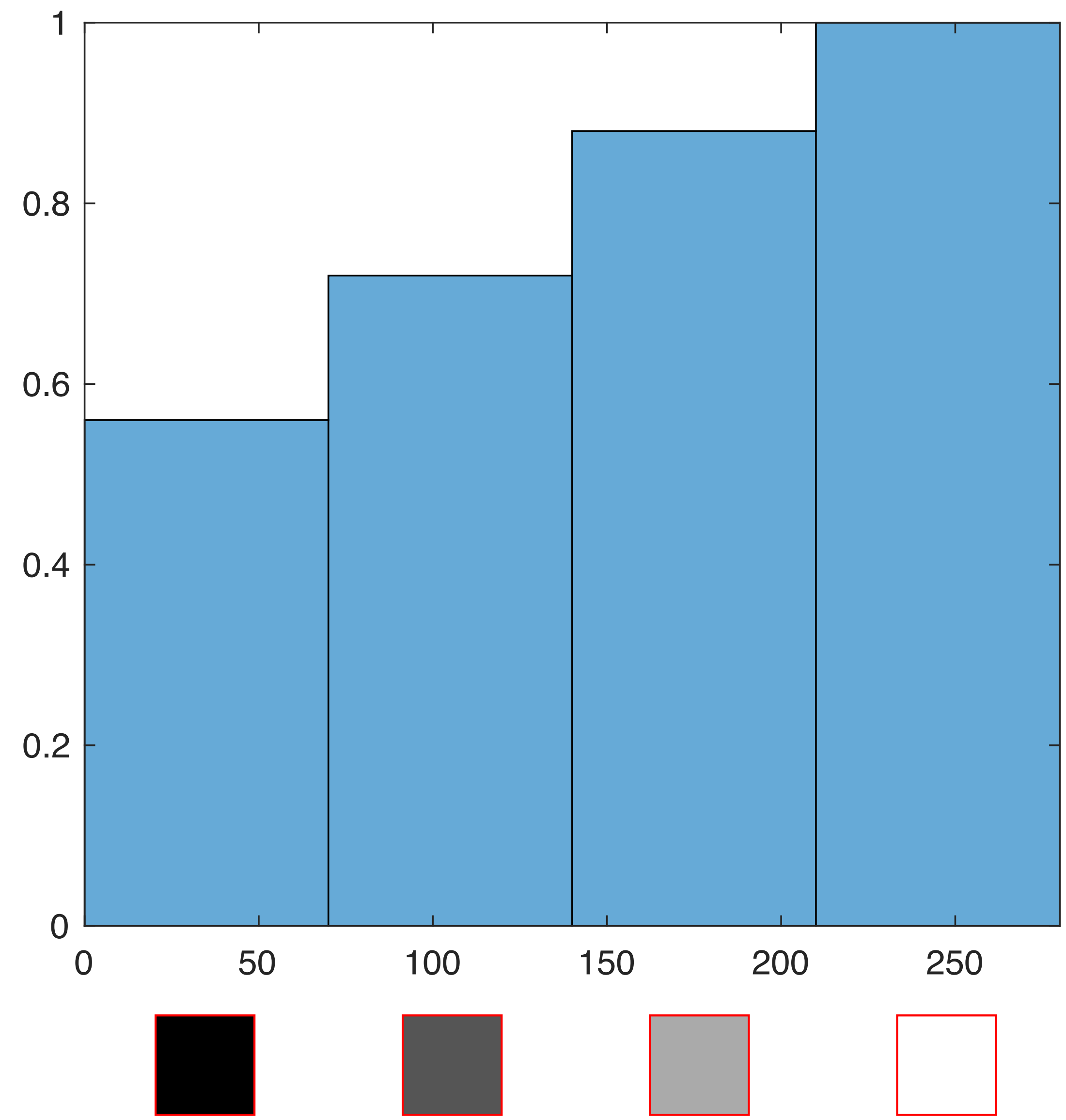


Histogramme

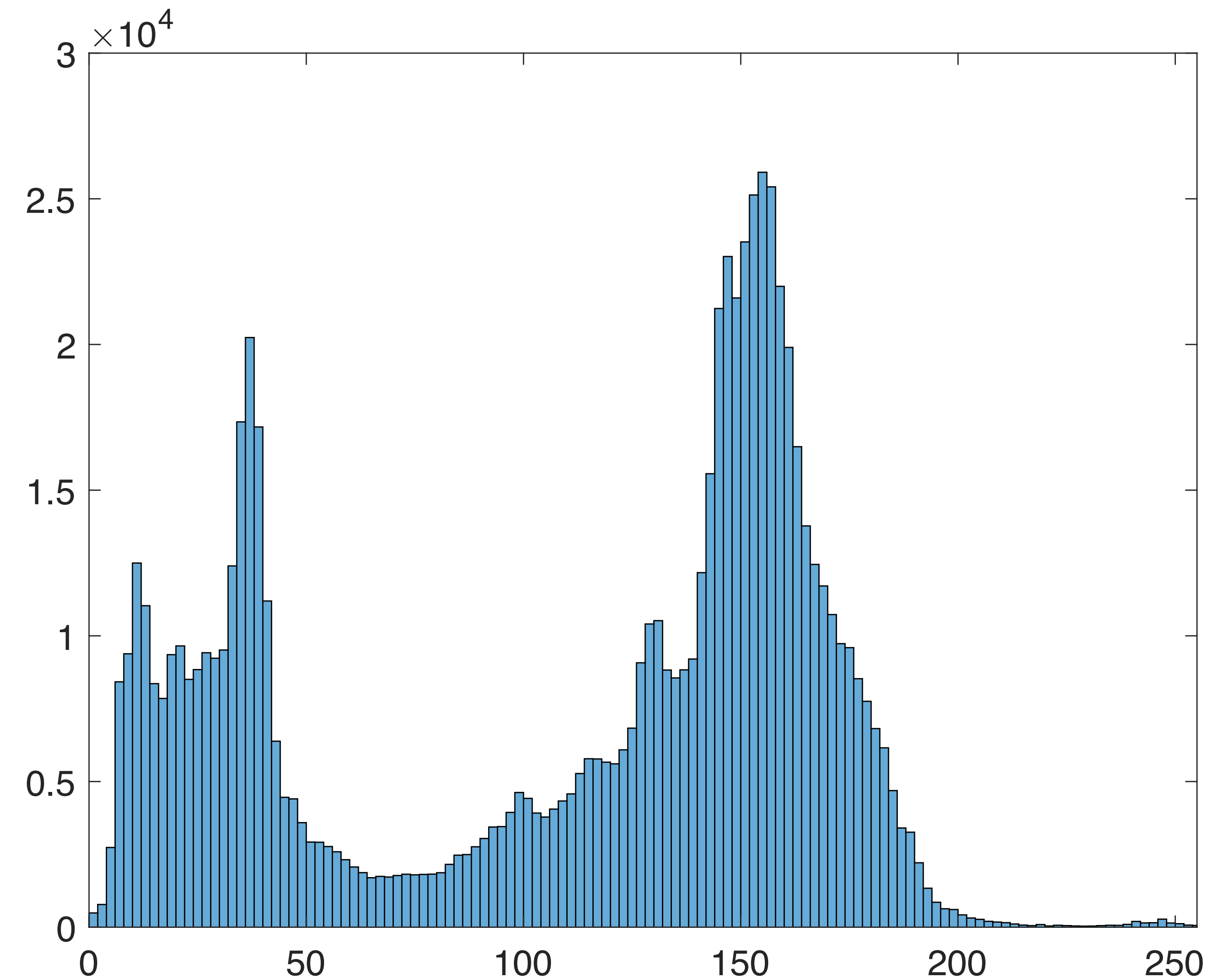
$$h_C(0) = 0,\ \forall k > 0,\ h_C(k) = h_C(k-1) + \bar{h}(k)$$

k	$h_C(k)$
0	$0,56$
85	$0,72$
170	$0,88$
255	1

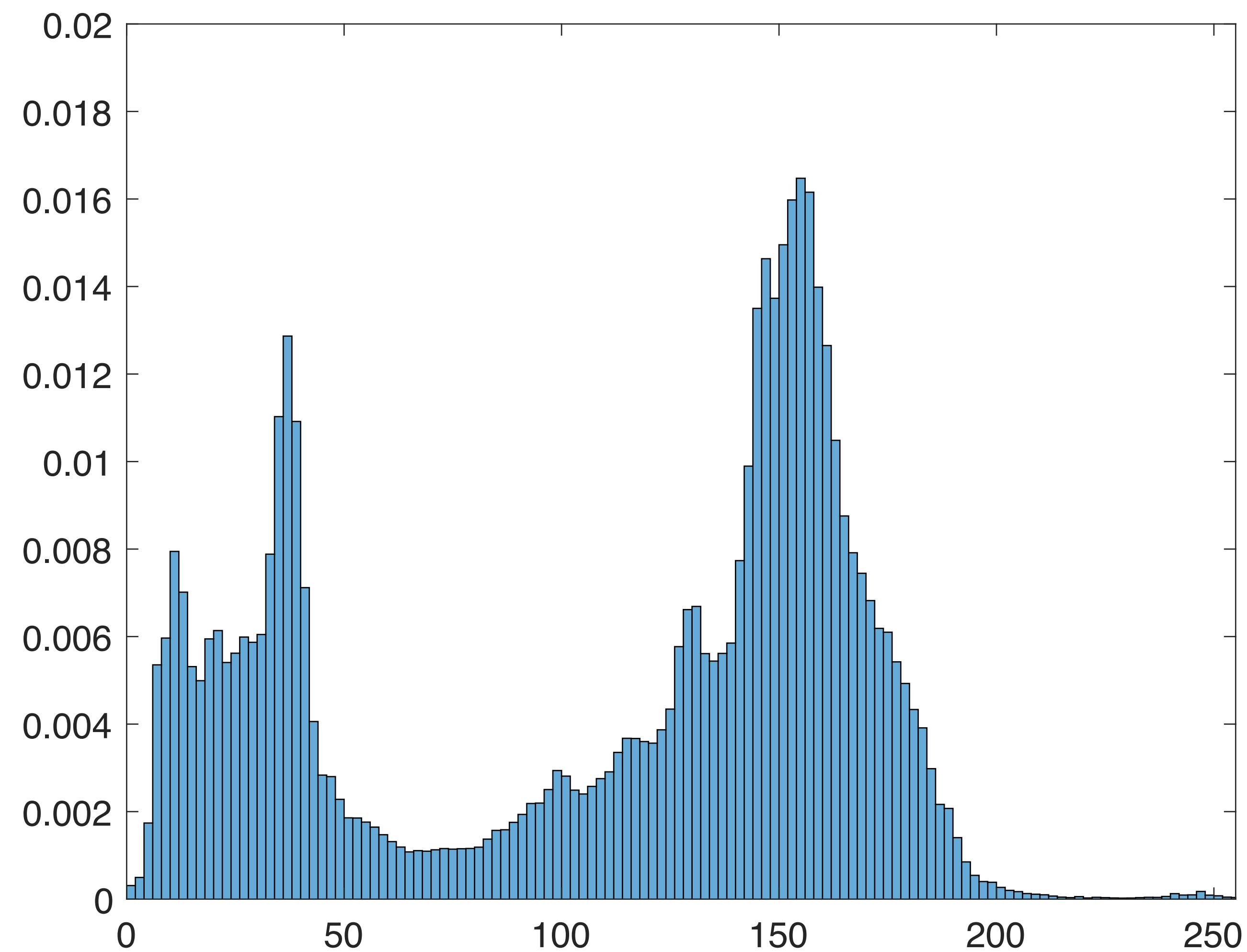
Histogramme cumulé



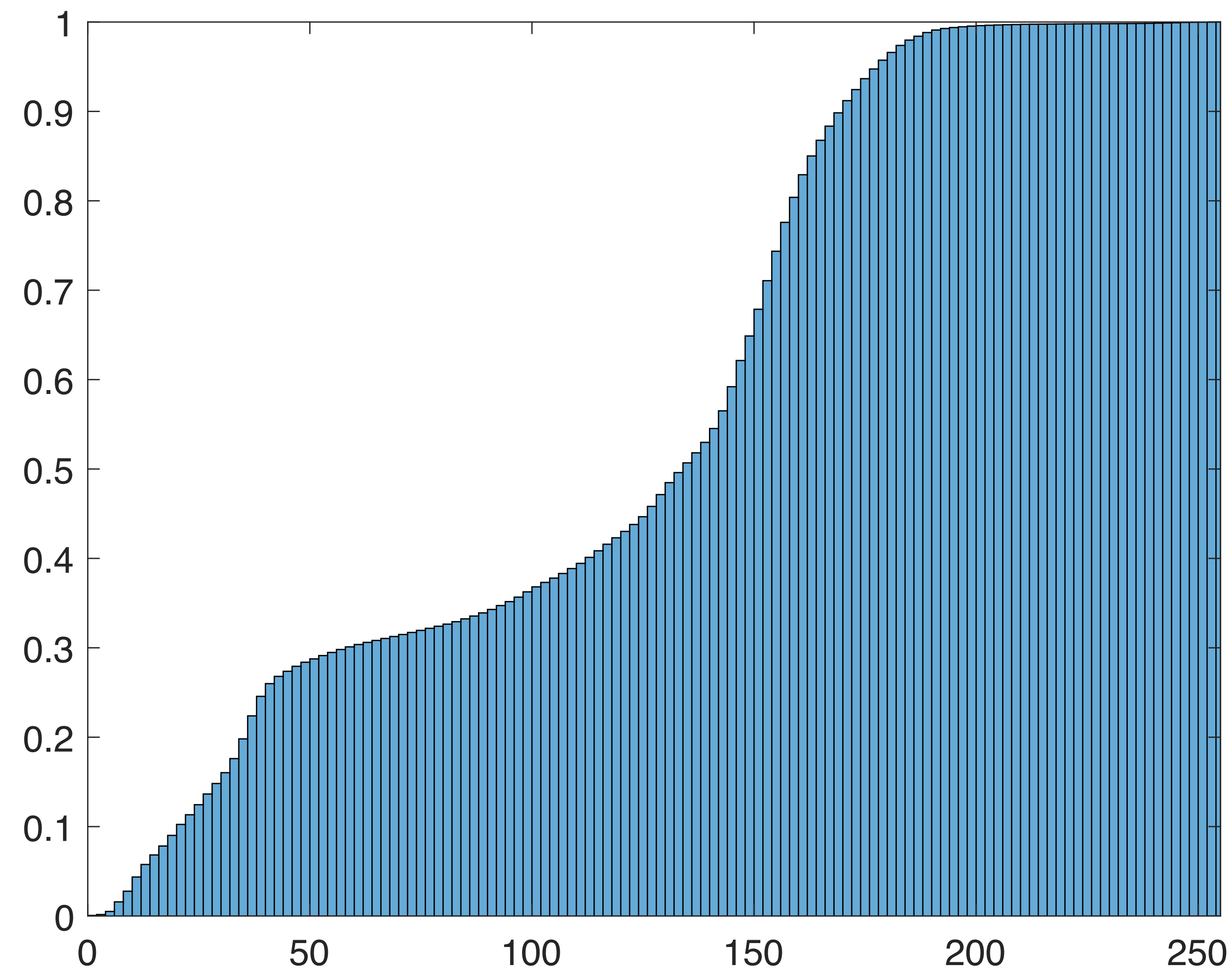
Histogramme cumulé (non normalisé) : dénombre les pixels dont le niveau de gris est inférieur ou égal à une valeur donnée



Histogramme



Histogramme normalisé



Histogramme cumulé

Image correcte

Moyenne : 135,6

Ecart type : 37.4

Médiane : 138

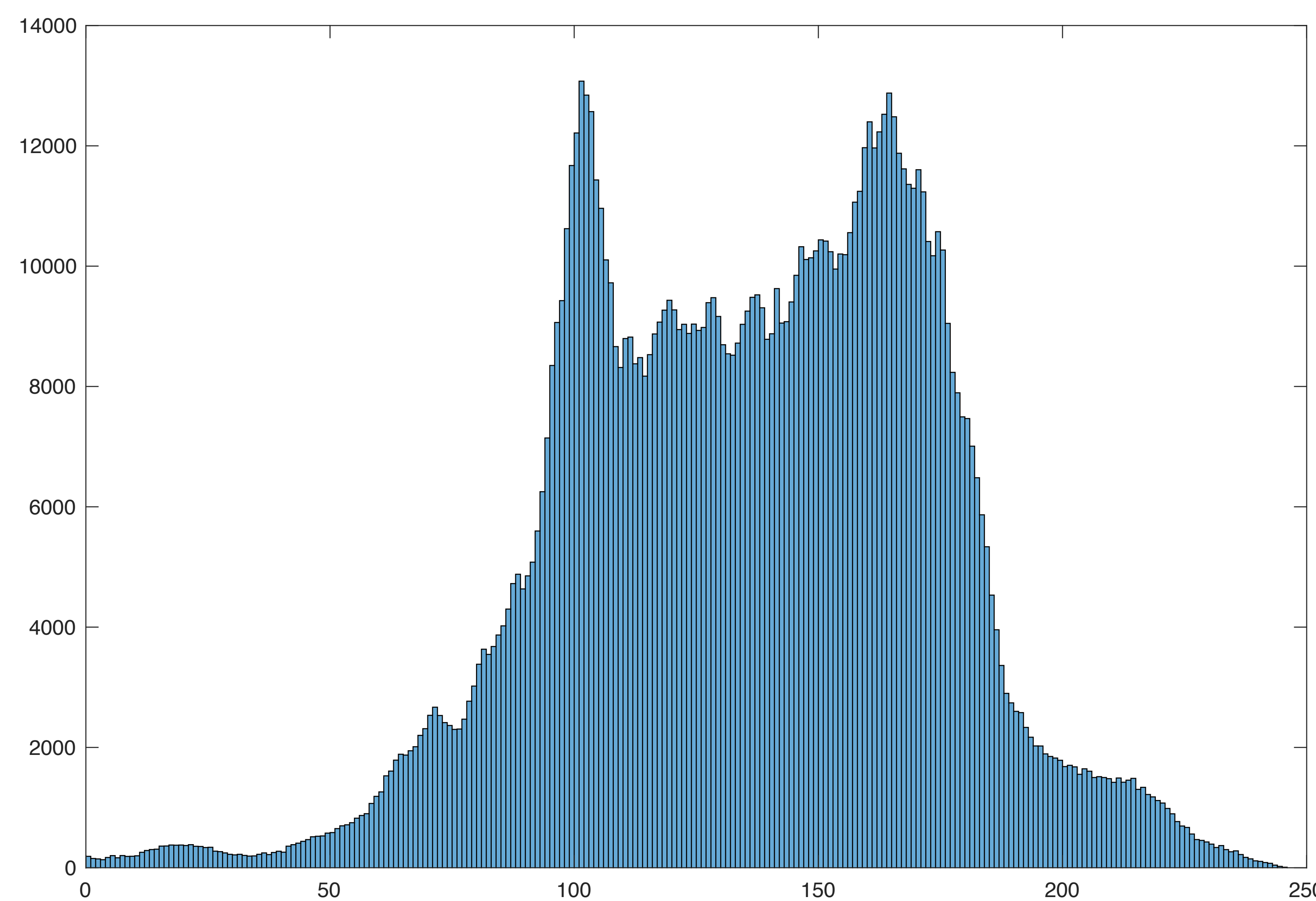
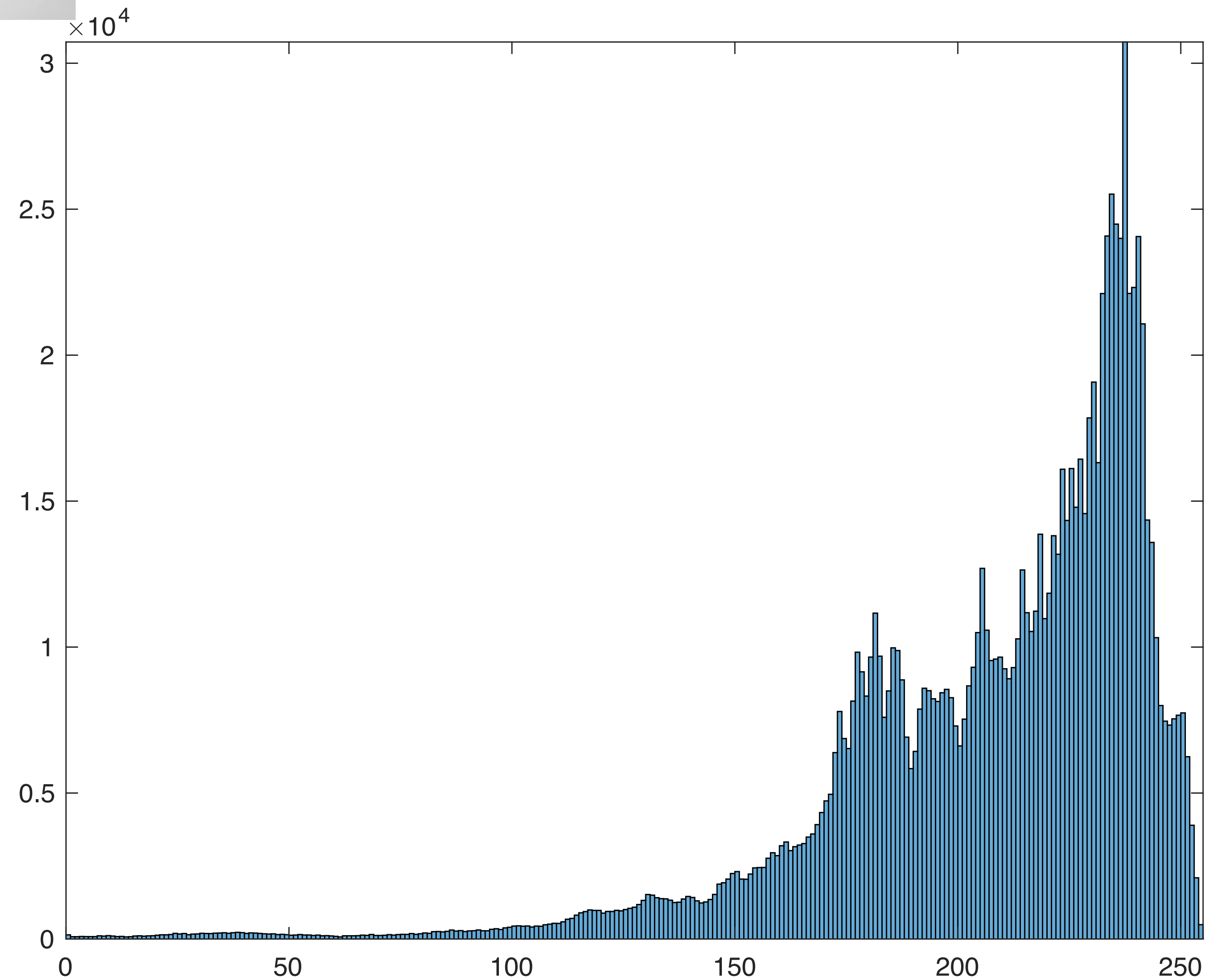


Image trop lumineuse

Moyenne : 207

Ecart type : 36

Médiane : 217



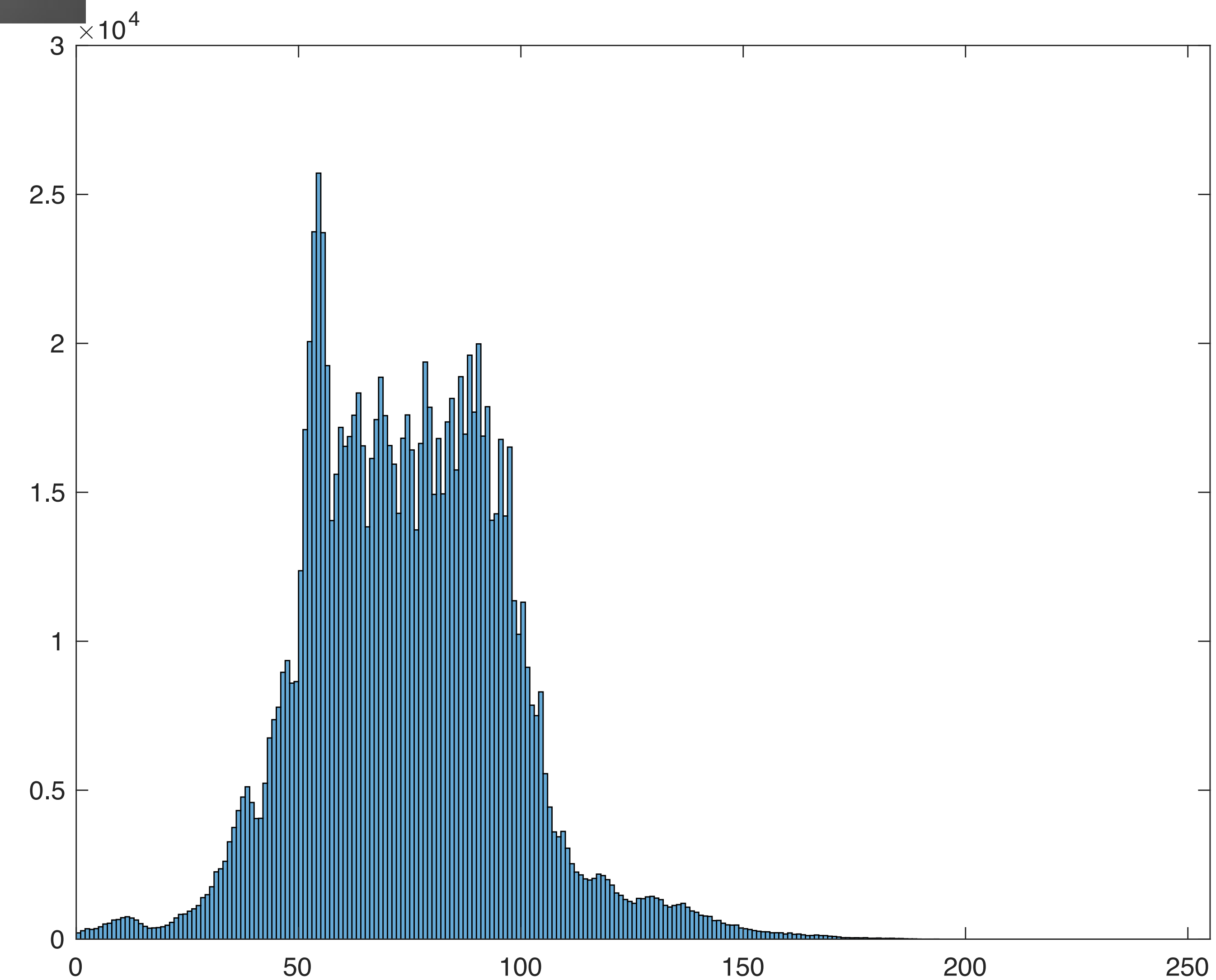


Image peu lumineuse

Moyenne : 74.3

Ecart type : 23

Médiane : 74

Image faible contraste

Moyenne : 135.8

Ecart type : 14.9

Médiane : 137

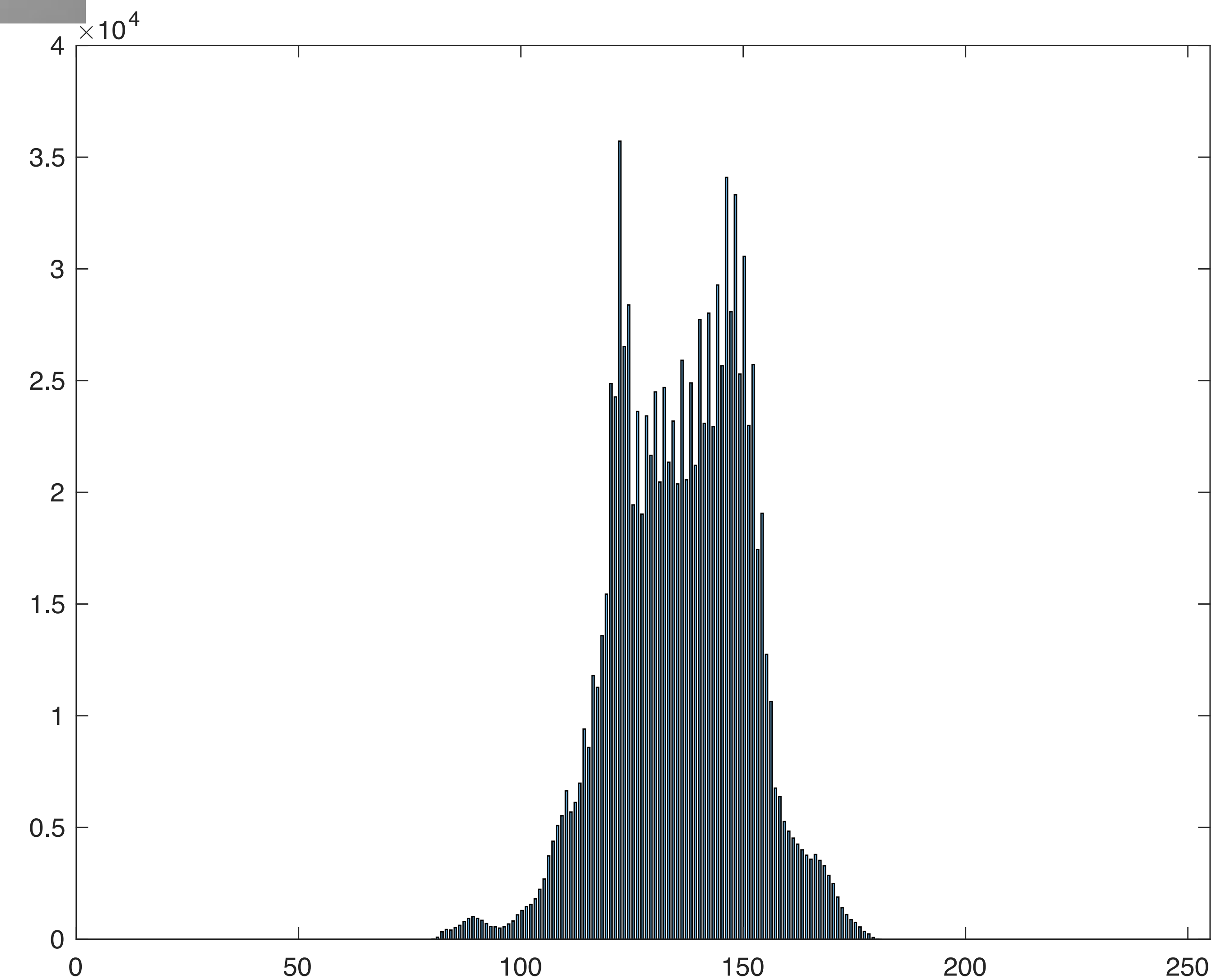
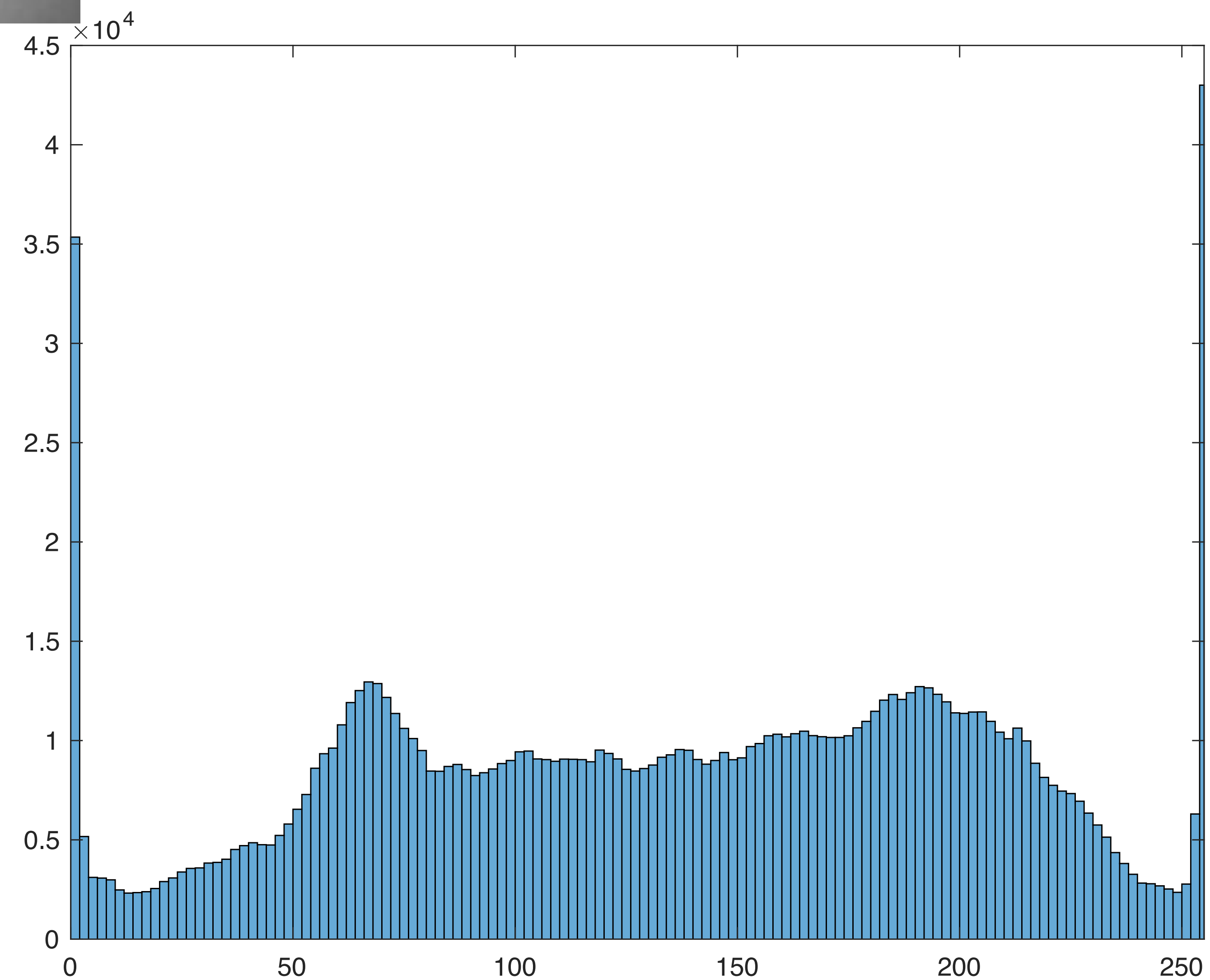


Image fort contraste

Moyenne : 135.3

Ecart type : 68.8

Médiane : 139



Modif. image par une fonction

Image u=($u_{m,n}$), image à valeurs dans [0,255]

Suivant les informations données par la moyenne, l'écart type, l'histogramme

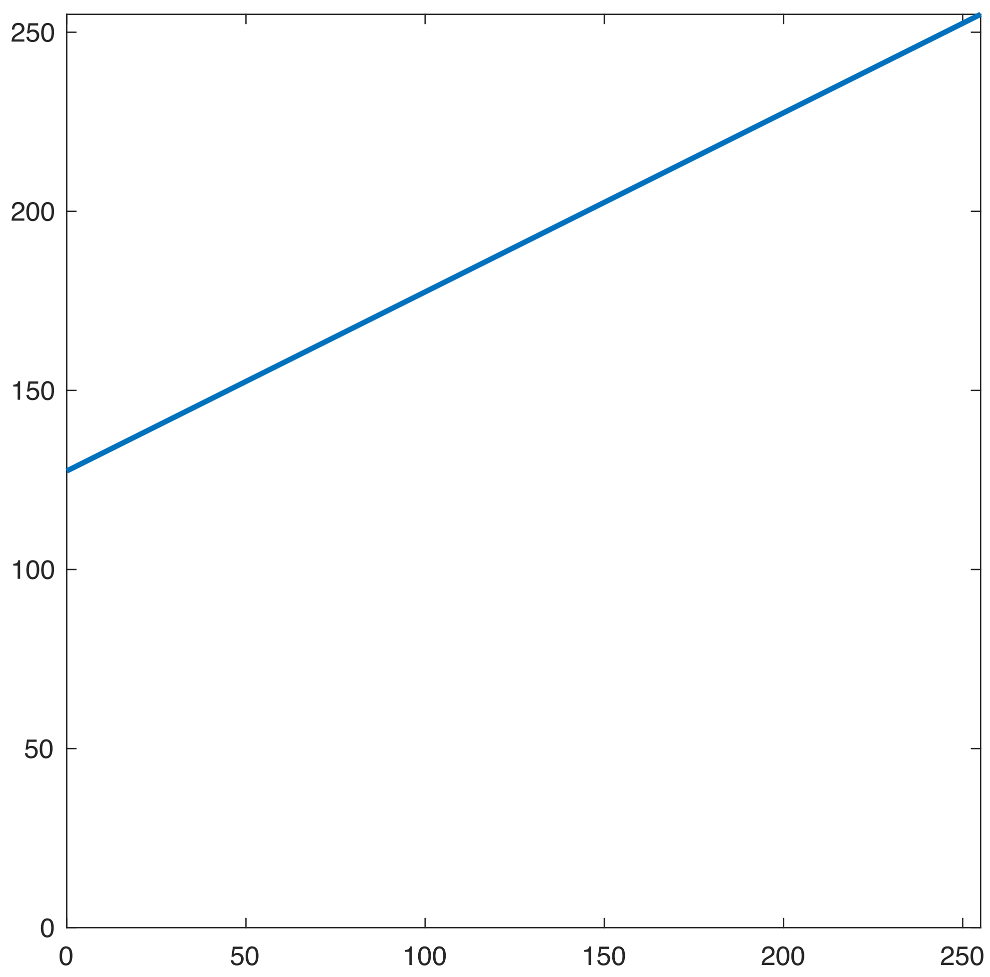
modifier globalement à l'aide d'une fonction $f : [0, 255] \rightarrow [0, 255]$

$$u = (u_{m,n}) \rightarrow v = (v_{m,n} = f(u_{m,n}))$$

dans le but de l'améliorer visuellement.

Modif. image par une fonction

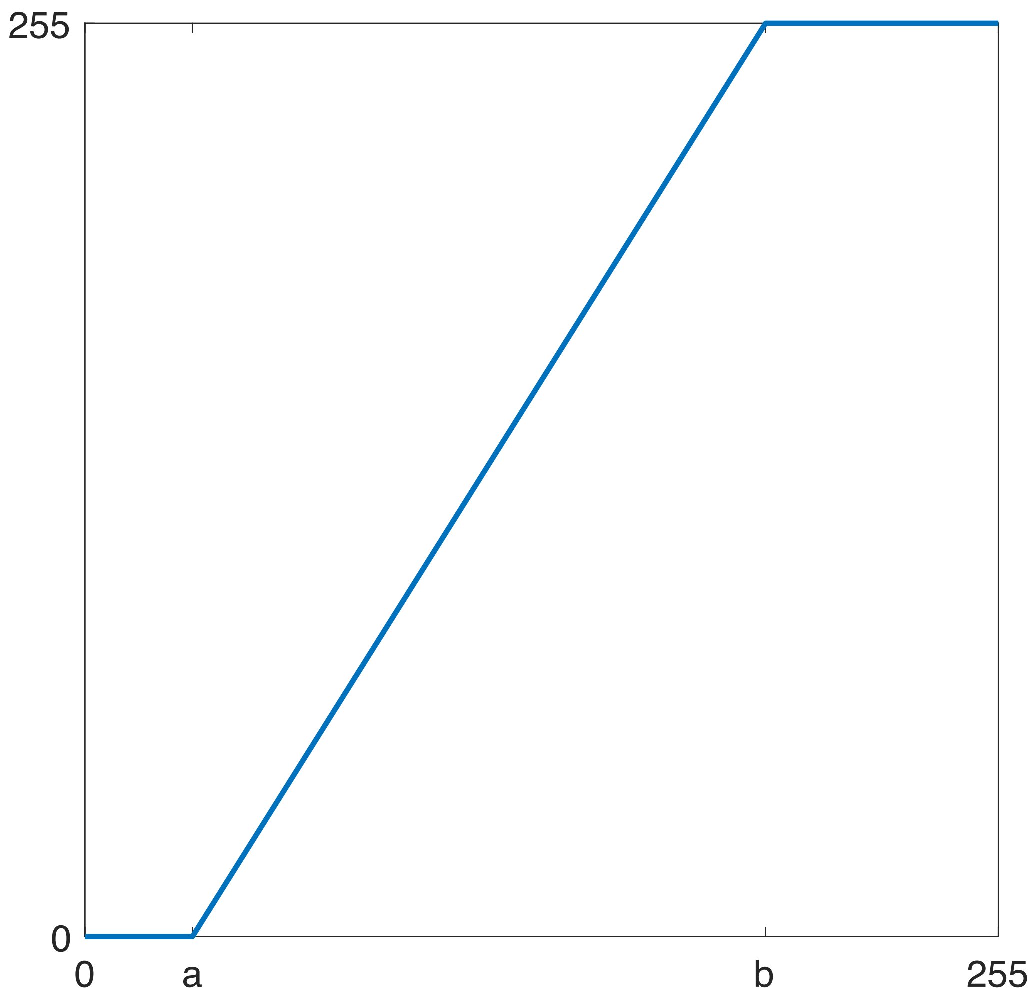
Exemple : éclaircissement



$$f(u) = \frac{u + 255}{2}$$

Modif. image par une fonction

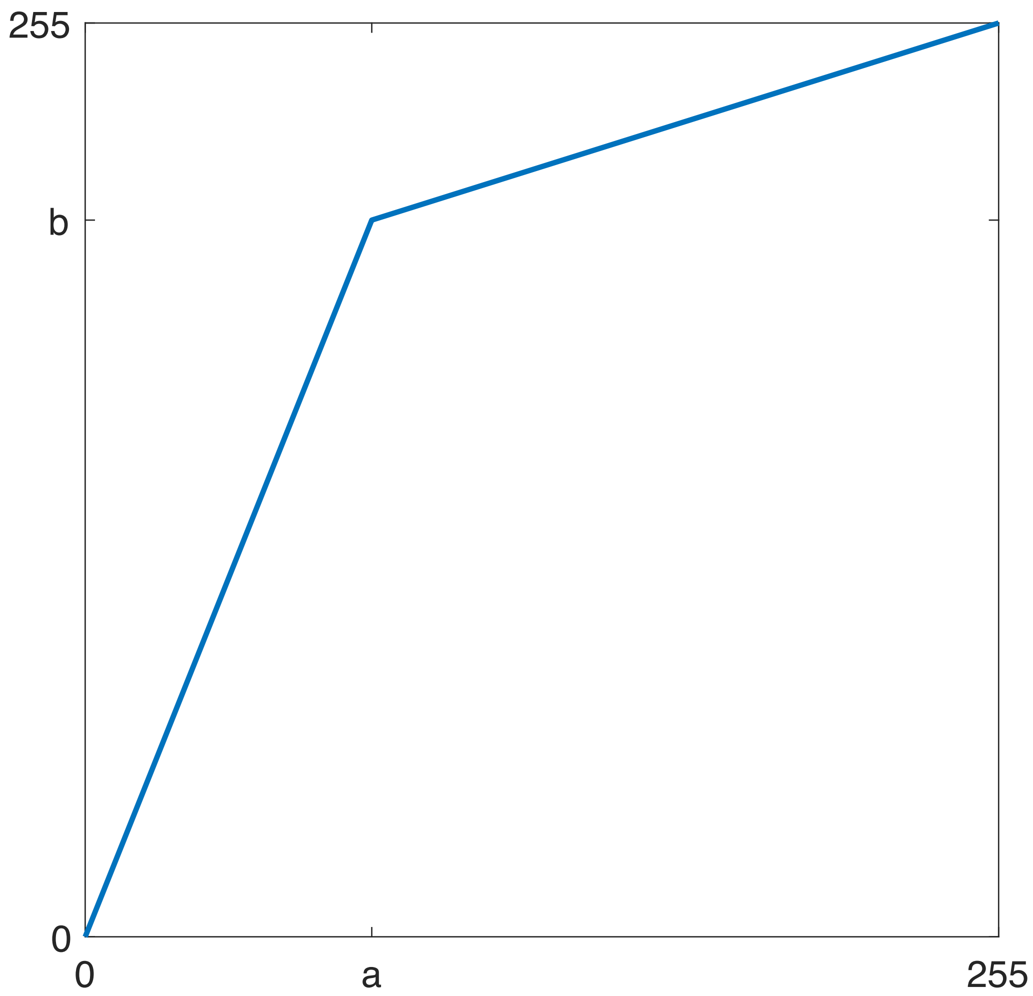
Exemple : augmentation de contraste, a=30, b=190



$$f(u) = \begin{cases} 255\dfrac{u-a}{b-a} & \text{pour } a \leq u \leq b \\ 0 & \text{si } u < a \\ 255 & \text{si } u > a \end{cases}$$

Modif. image par une fonction

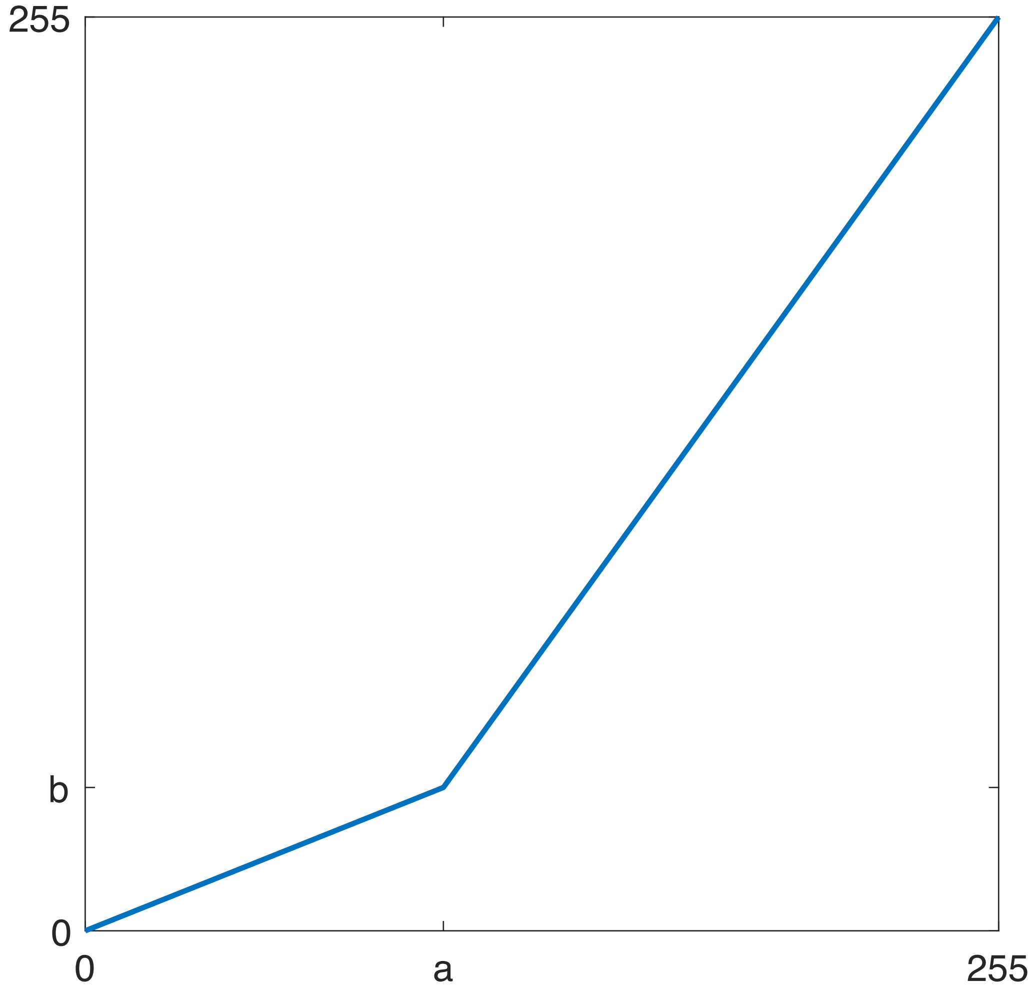
Exemple : rehaussement de contraste, a=80, b=200, dilatation de la dynamique des zones claires



$$f(u) = \begin{cases} \dfrac{b}{a}u & \text{pour } 0 \leq u \leq a \\ \dfrac{(255-b)u + 255(b-a)}{255-a} & \text{pour } a \leq u \leq 255 \end{cases}$$

Modif. image par une fonction

Exemple : rehaussement de contraste, a=100, b=40, dilatation de la dynamique des zones sombres



$$f(u) = \begin{cases} \dfrac{b}{a}u & \text{pour } 0 \leq u \leq a \\ \dfrac{(255-b)u + 255(b-a)}{255-a} & \text{pour } a \leq u \leq 255 \end{cases}$$

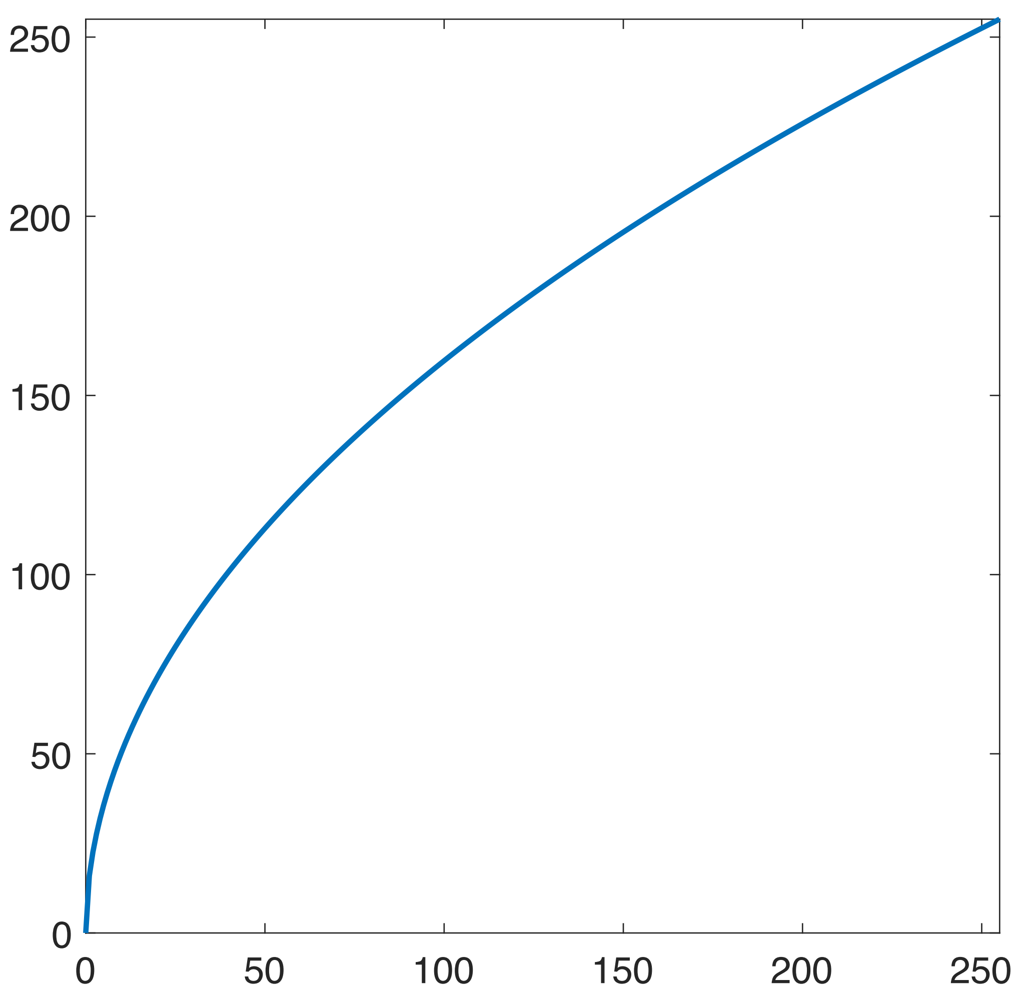
Modif. image par une fonction

Fonction de la forme $f(u) = 255(u/255)^{\alpha}$ avec $\alpha > 0$

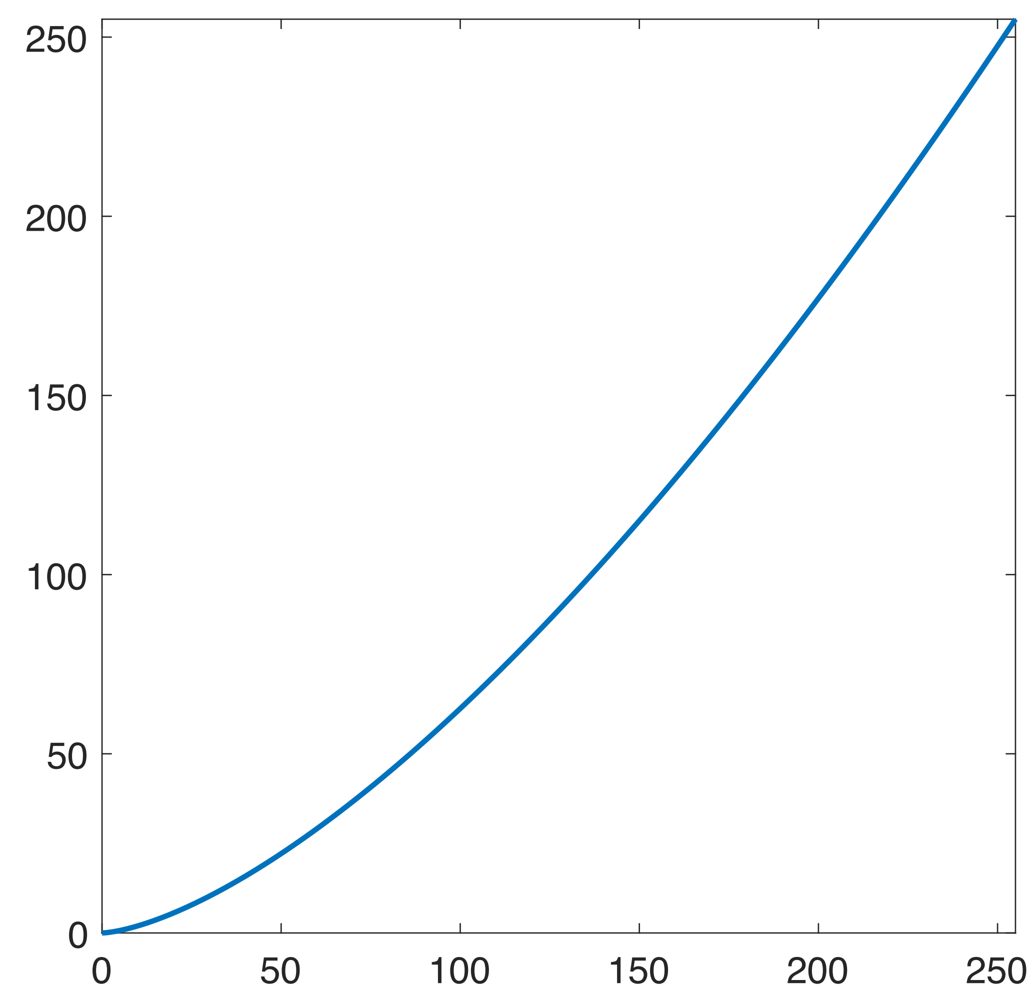
Cas $0 < \alpha < 1$: correction gamma (plus clair)

Cas $\alpha > 1$: correction gamma (plus foncé)

$\alpha = 0.5$



$\alpha = 1.5$



Modif. image par une fonction

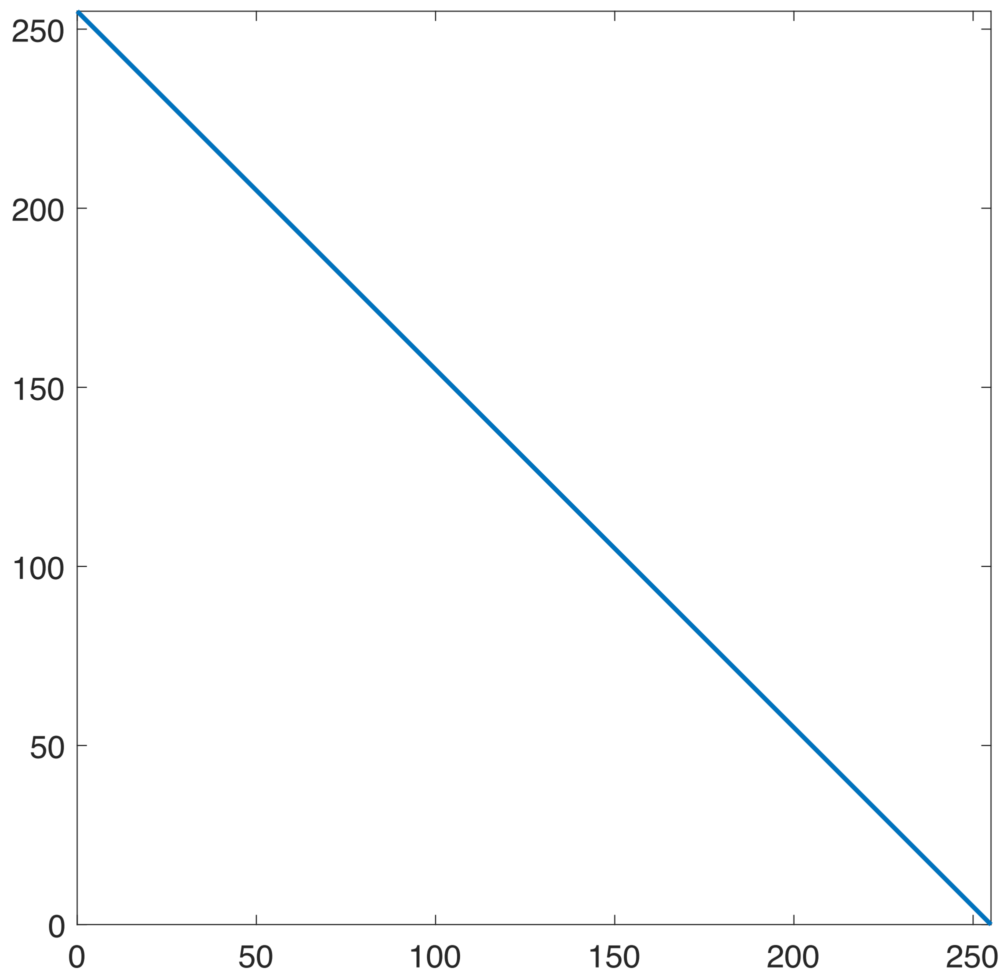
Correction gamma

$\alpha = 0.5$

$\alpha = 1.5$

Modif. image par une fonction

Fonction négatif $f(u) = 255 - u$

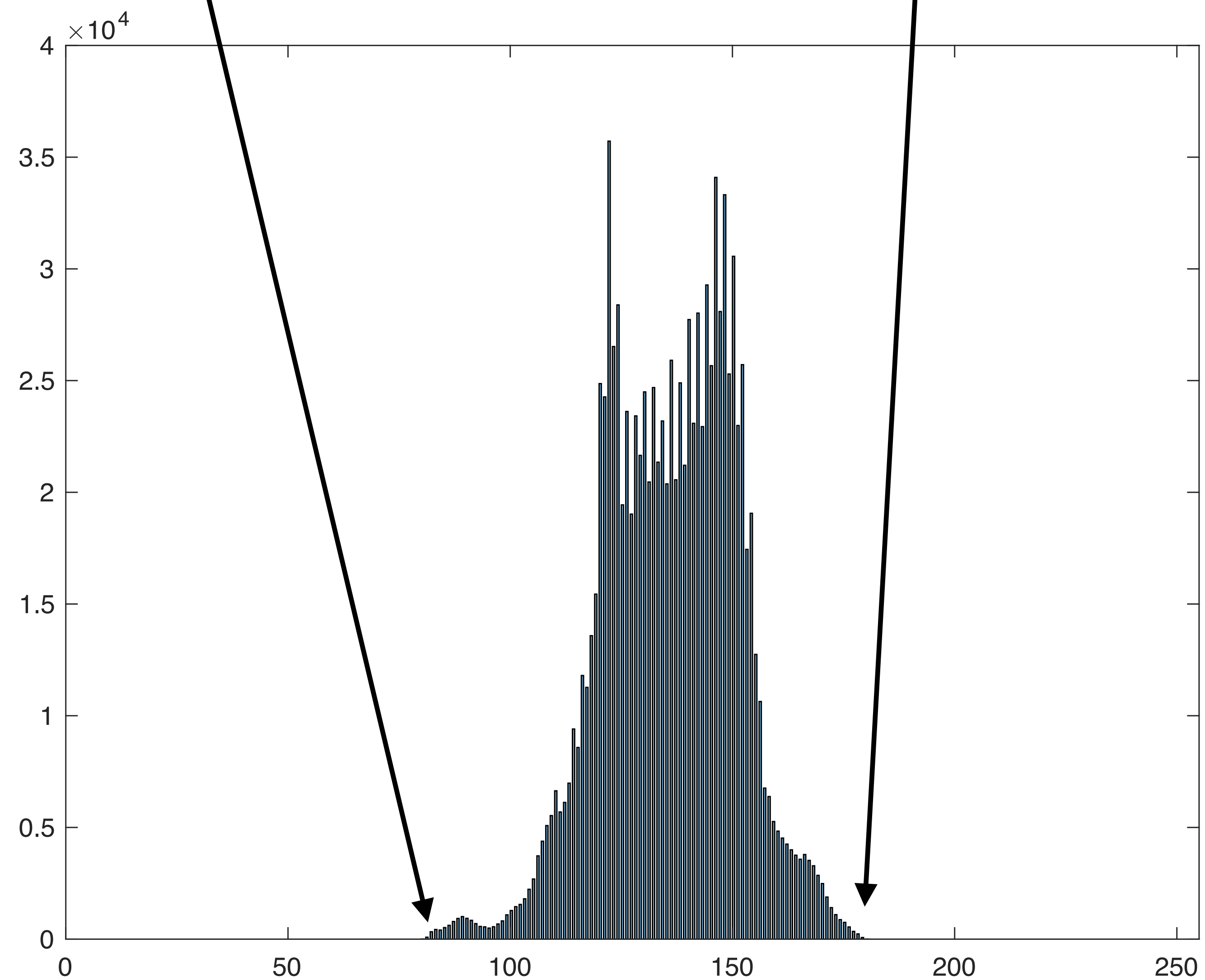


Modif. image par une fonction

Etalement d'histogramme $f(u) = au + b$

min = 80

max = 180

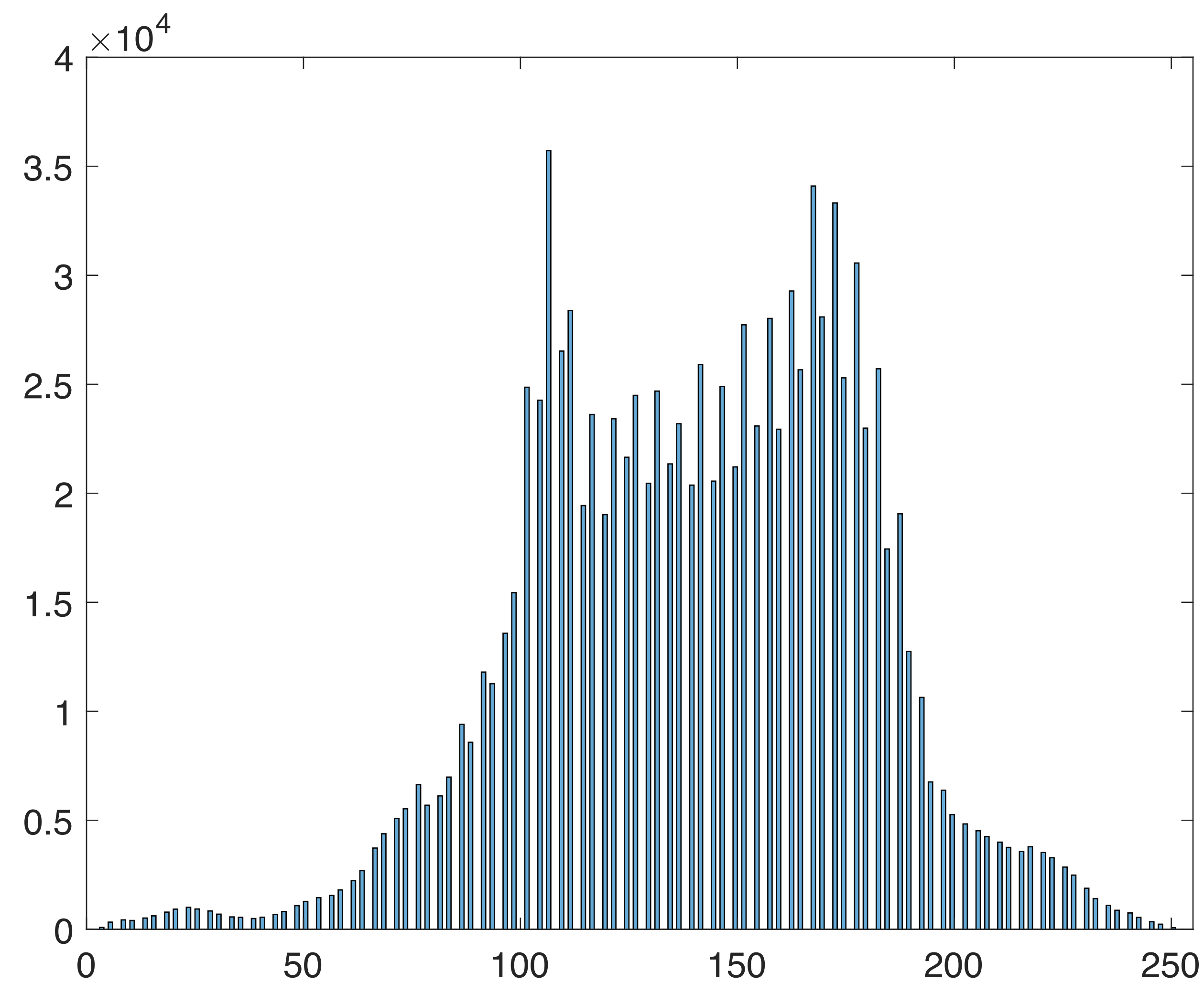


Effectuer une opération sur l'image afin d'étaler l'histogramme sur [0,255]

Modif. image par une fonction

Etalement d'histogramme $f(u) = au + b$

$$\left.\begin{array}{l} f(80) = 80a + b = 0 \\ f(180) = 180a + b = 255 \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 2,55 \\ b = -204 \end{array}\right.$$



Egalisation d’histogramme

Principe : appliquer une modification d’image par fonction afin que l’histogramme soit normalisé $h(k) = c, \ \forall k$, soit moyenne (luminosité) et variance (contraste) normalisés : histogramme idéal plat.

Méthode : pour un image u à valeurs dans [0,255] avec un histogramme h, pour chaque pixel $u_{m,n}$

- Récupérer sa valeur $val = u_{m,n}$
- Déterminer la classe k contenant val
- Remplacer la valeur de $u_{m,n}$ par $h_C(k)$

$$f(u_{m,n}) = \frac{255}{N} \int_0^{u_{m,n}} h(s) ds$$

Egalisation d'histogramme

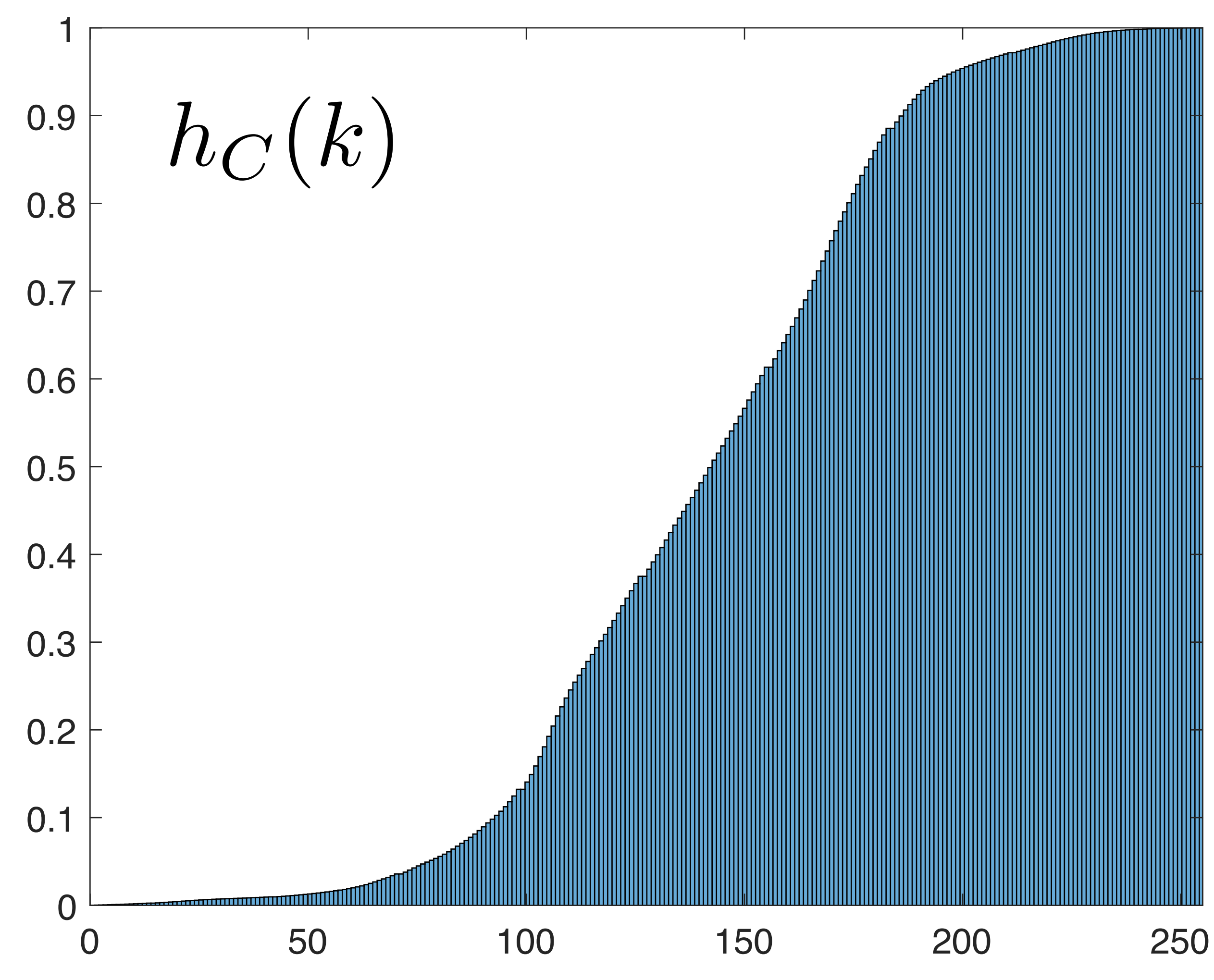
Soit N le nombre de pixels : l'algo revient à appliquer la transformation continue

$$f(u_{m,n}) = \frac{255}{N} \int_0^{u_{m,n}} h(s)ds$$

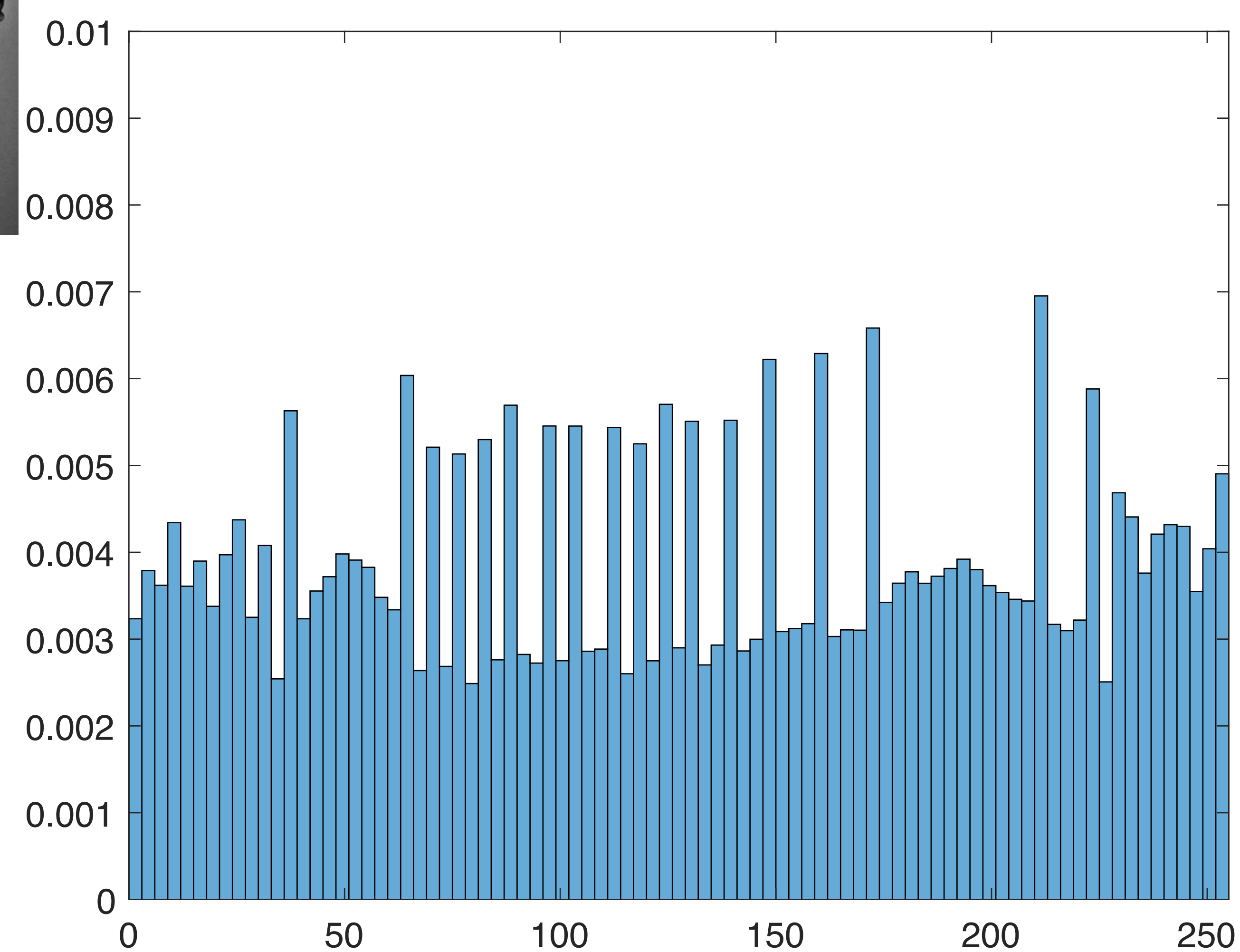
ce qui donne en discret

$$f(u_{m,n}) = \frac{255}{N} \sum_{i=0}^{u_{m,n}} h_i$$

Egalisation d'histogramme

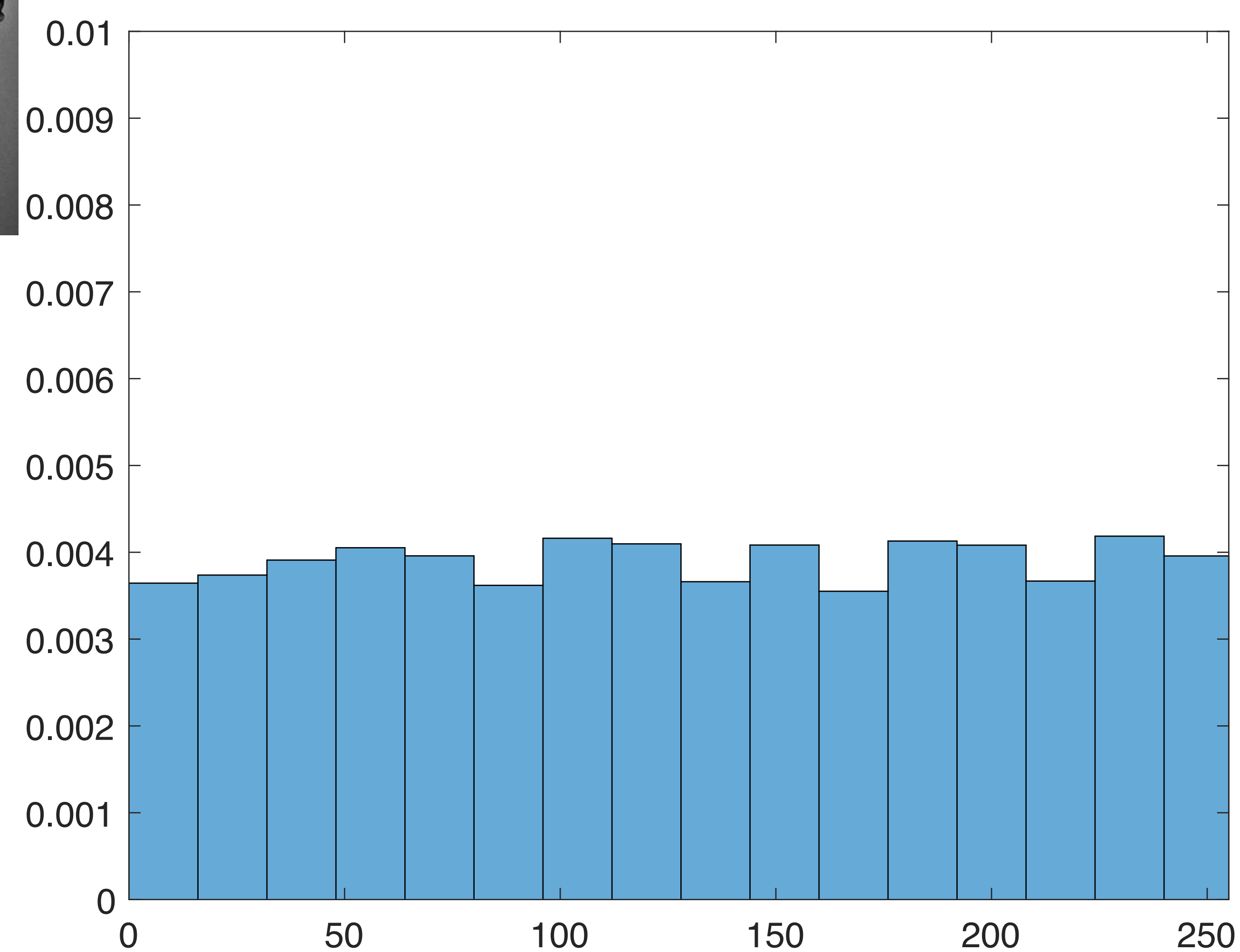


Egalisation d’histogramme



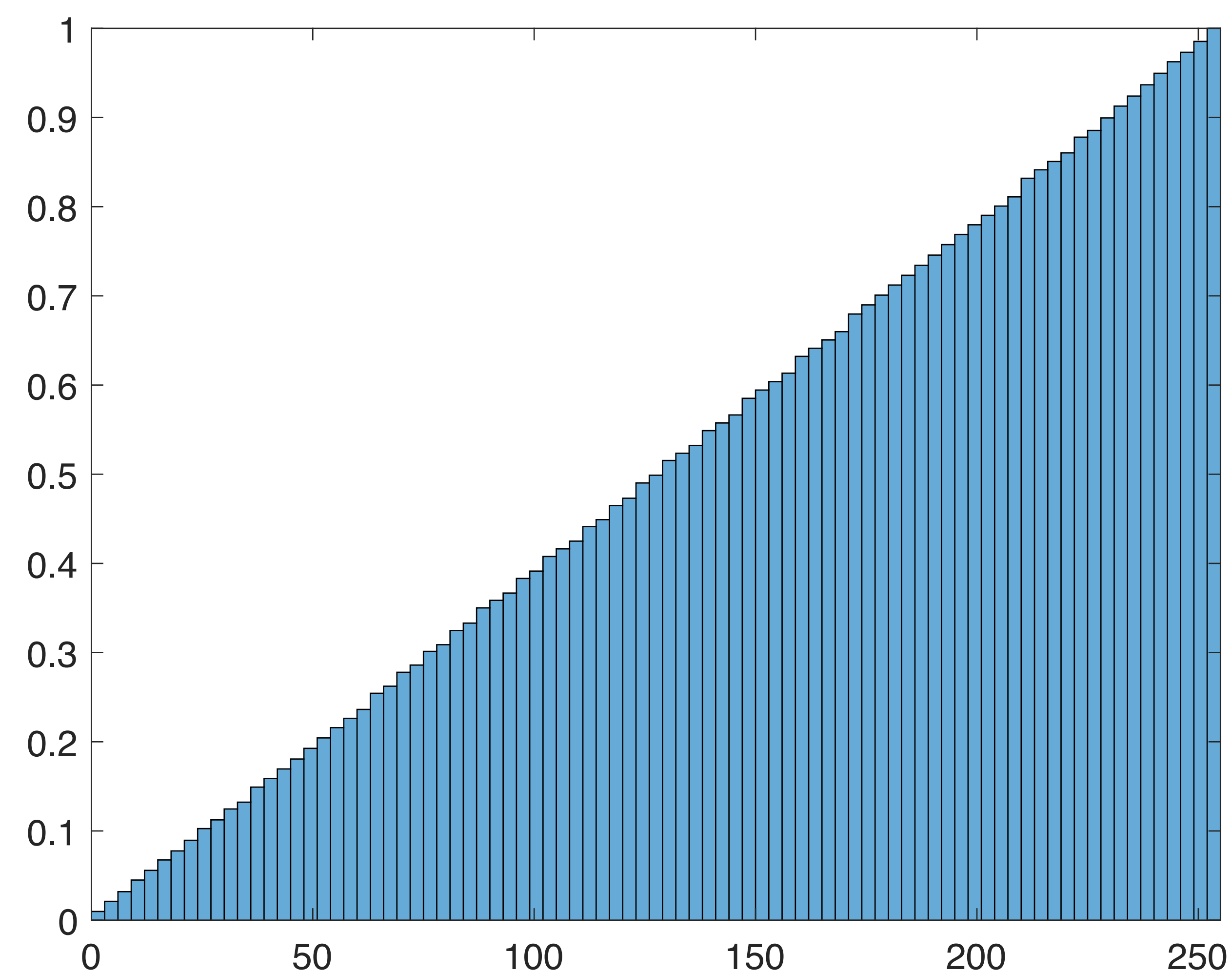
Egalisation d'histogramme

16 classes

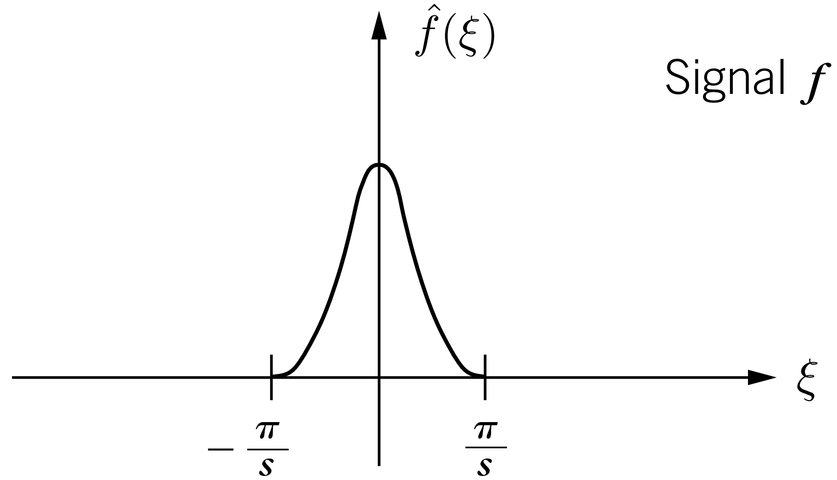


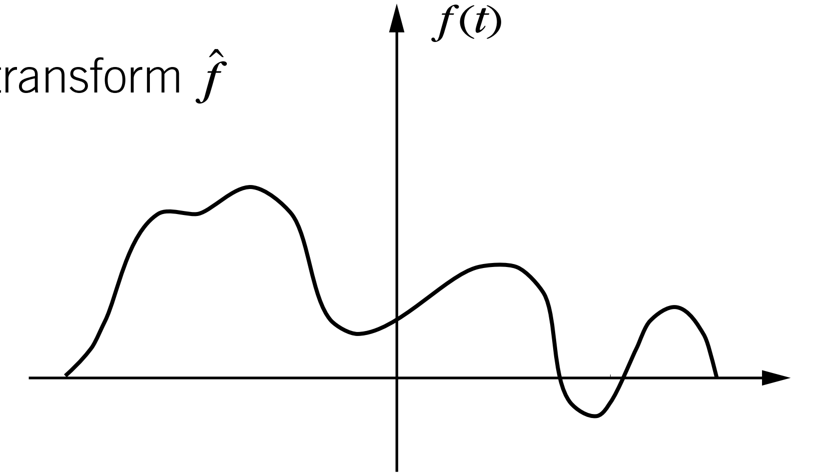
Egalisation d'histogramme

Histogramme cumulé linéaire

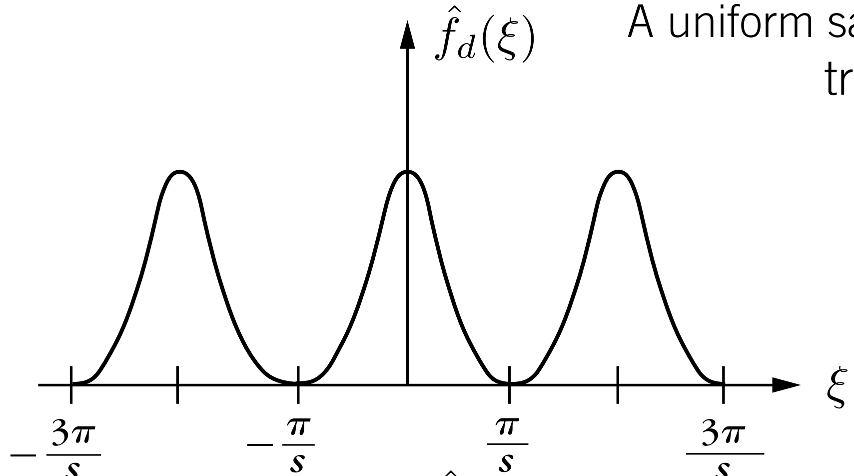


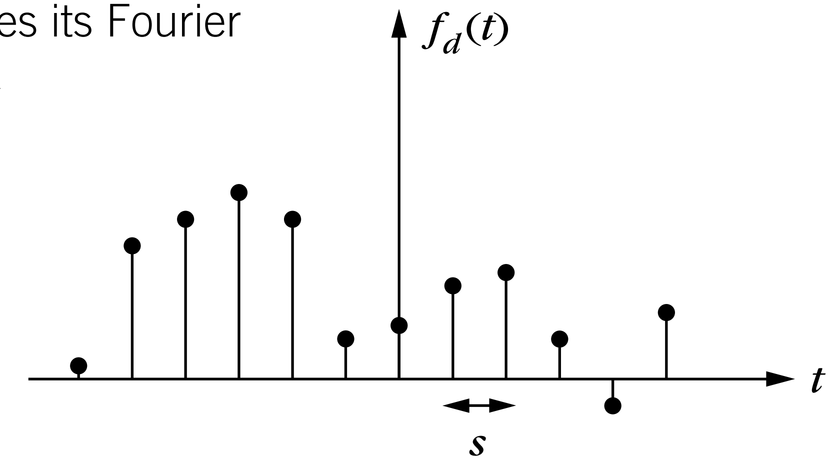
Signal f and its Fourier transform $\hat{f}$



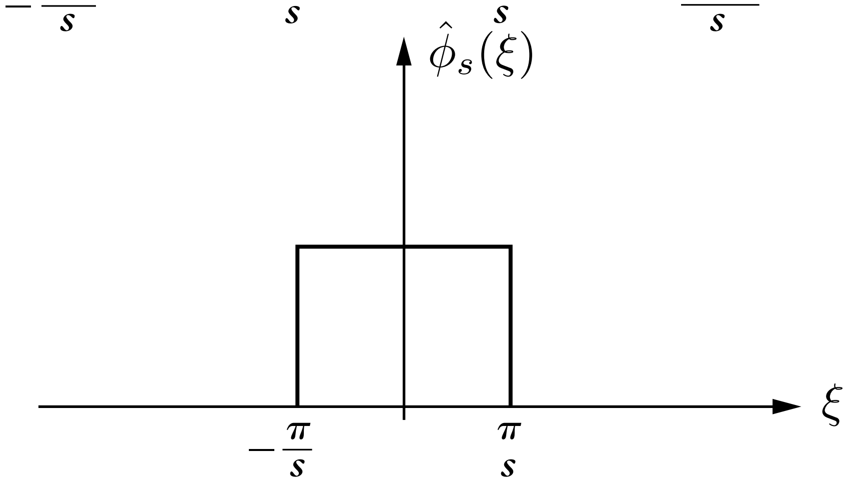


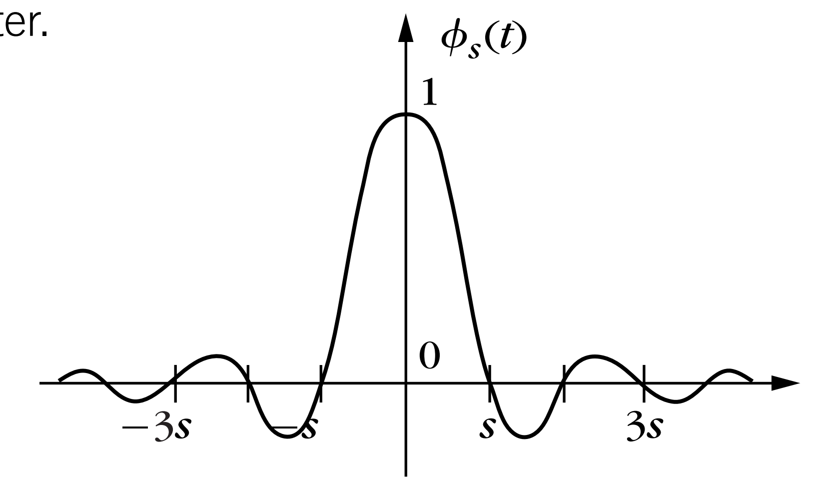
A uniform sampling of f makes its Fourier transform periodic



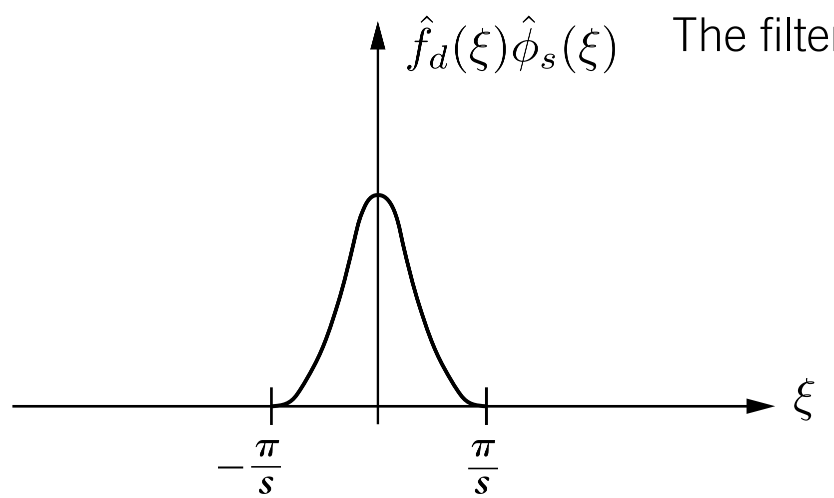


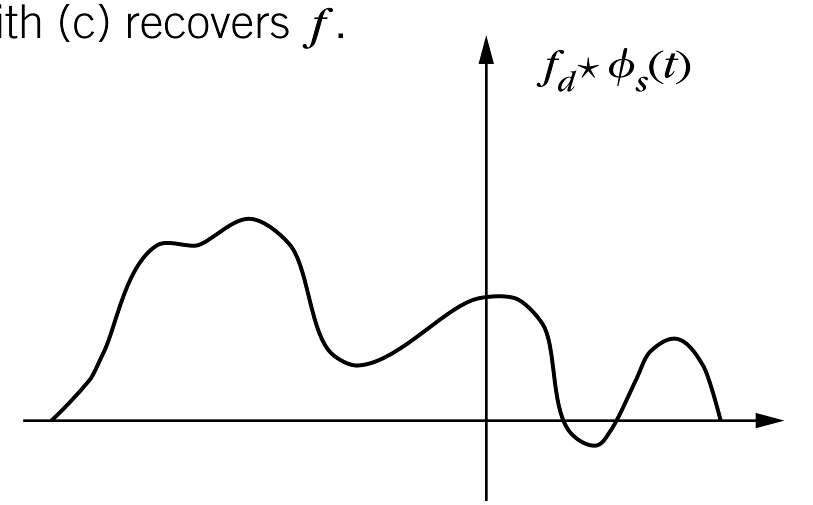
Ideal low-pass filter.

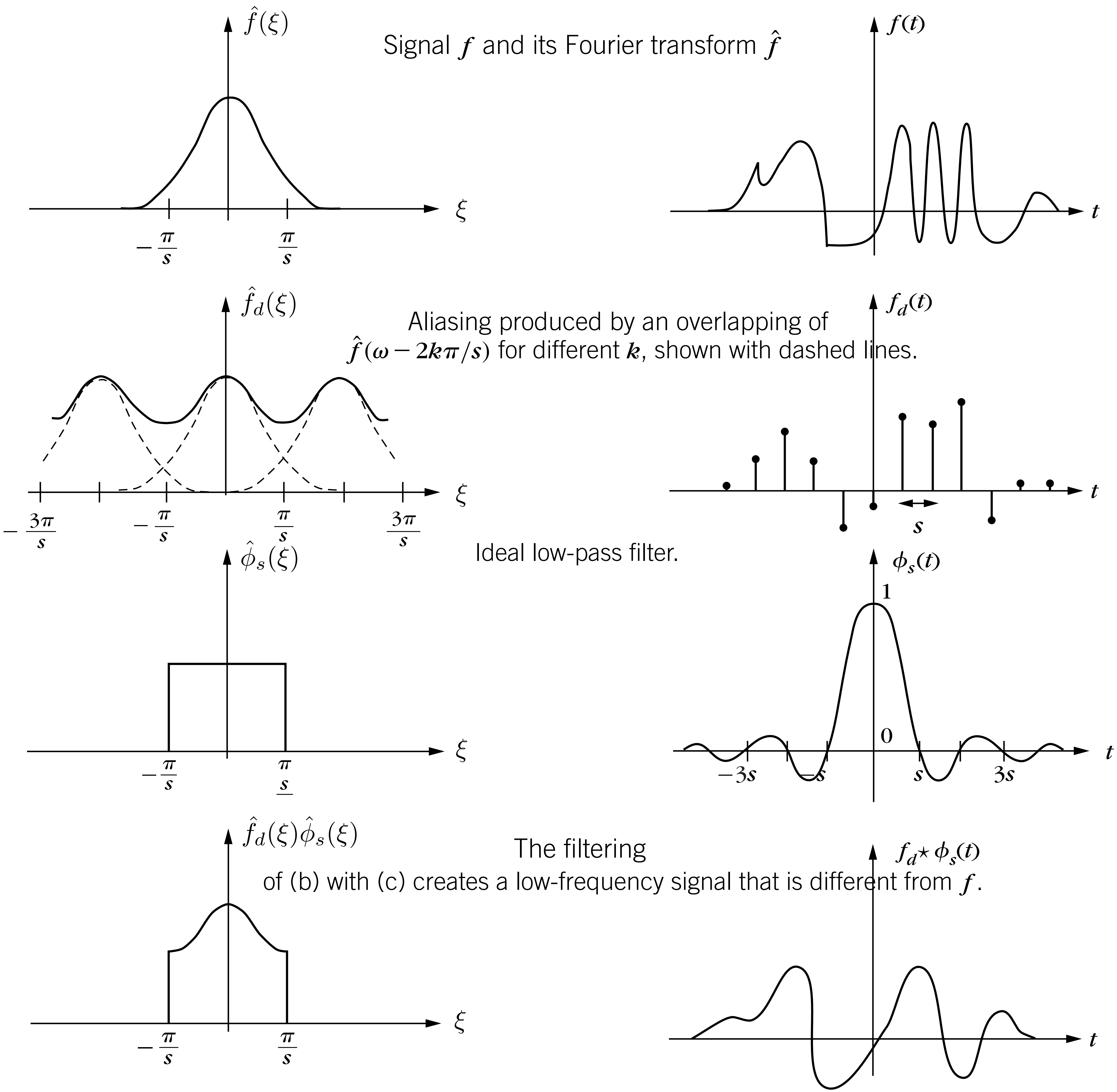




The filtering of (b) with (c) recovers f.







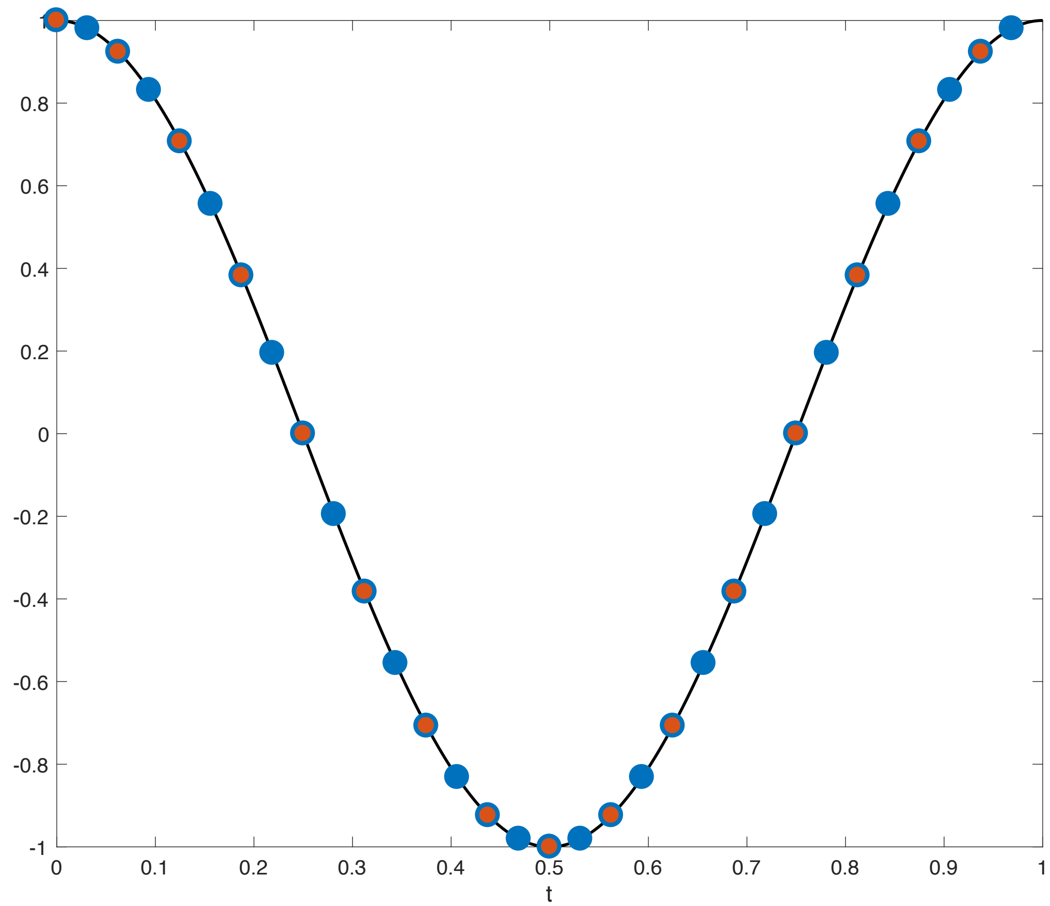
Signal f and its Fourier transform $\hat{f}$

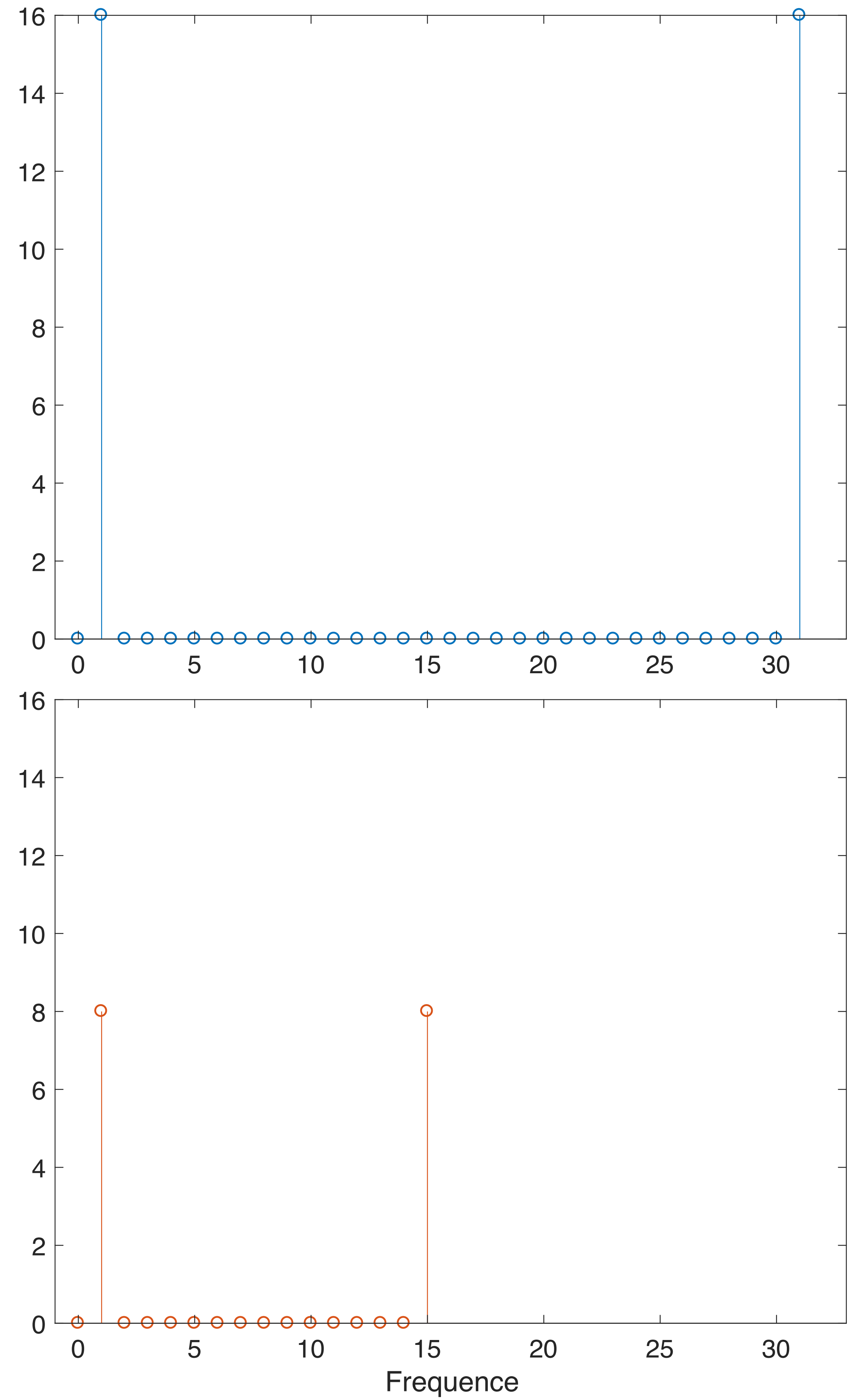
Aliasing produced by an overlapping of $\hat{f}(\omega - 2k\pi/s)$ for different k, shown with dashed lines.

Ideal low-pass filter.

The filtering of (b) with (c) creates a low-frequency signal that is different from f.

$u(t) = \cos(2\pi k t)$ k=1, N=16, K=2 $u_n = f_{Kn}$





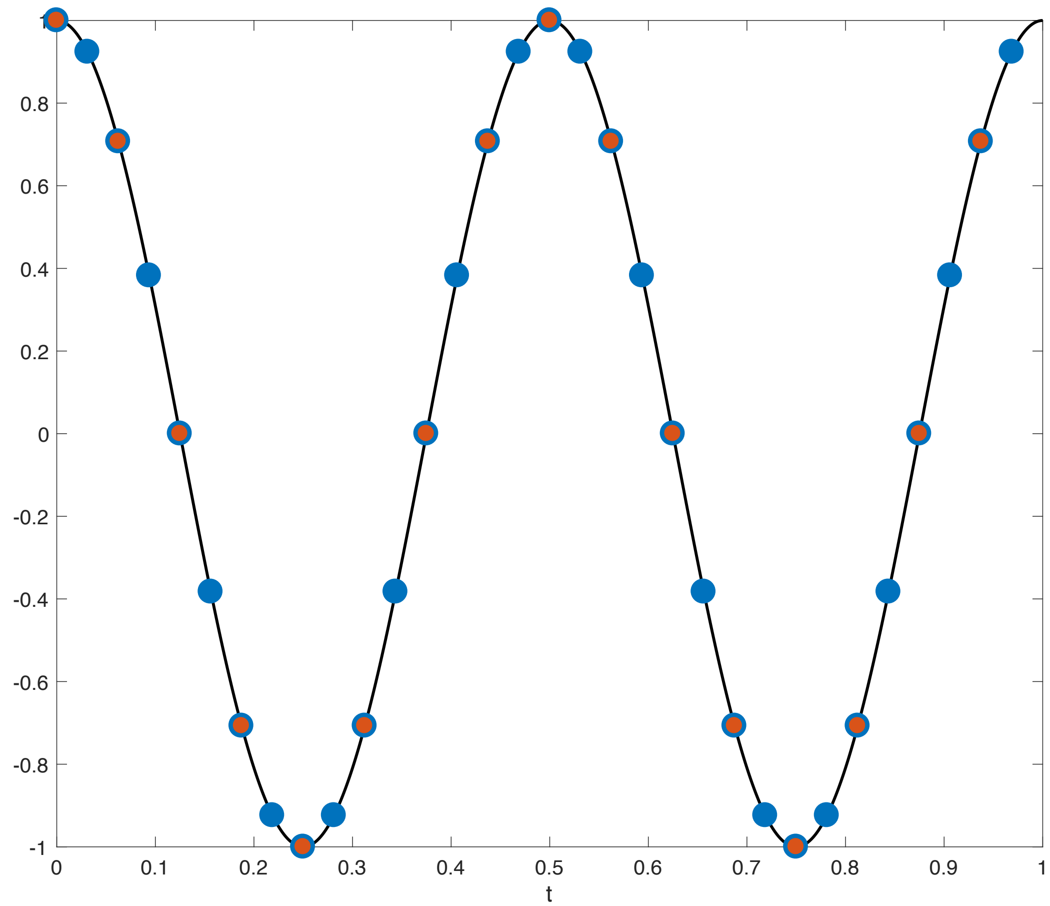
$$\hat{u}_k = \frac{1}{K} \sum_{\ell=0}^{K-1} \hat{f}_{k+\ell N}$$

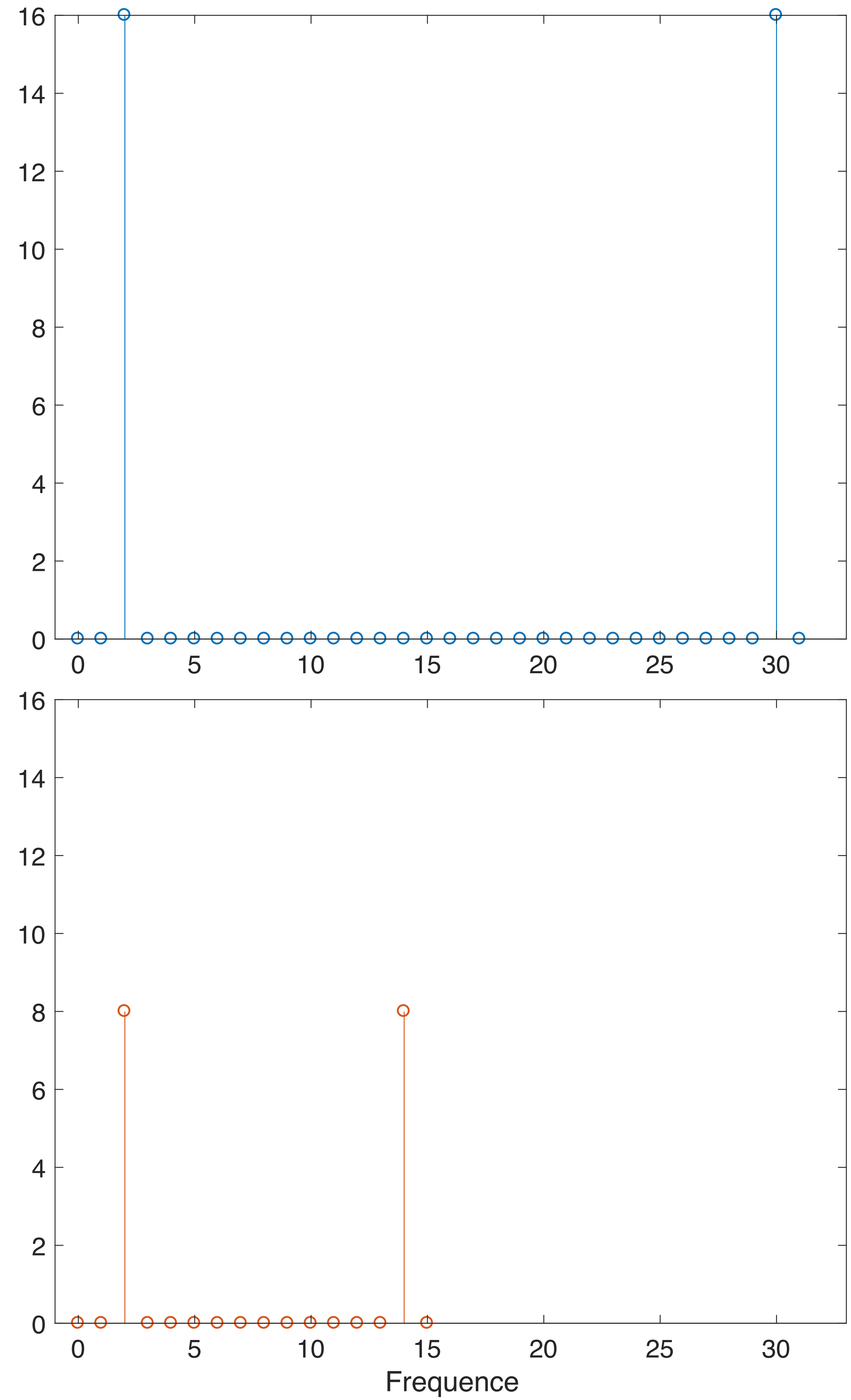
$$\hat{u}_1 = \frac{1}{2}(\hat{f}_1 + \hat{f}_{17})$$

$$\hat{u}_{15} = \frac{1}{2}(\hat{f}_{15} + \hat{f}_{31})$$

$$u(t) = \cos(2\pi k t)$$

k=2, N=16, K=2 $\quad u_n = f_{Kn}$





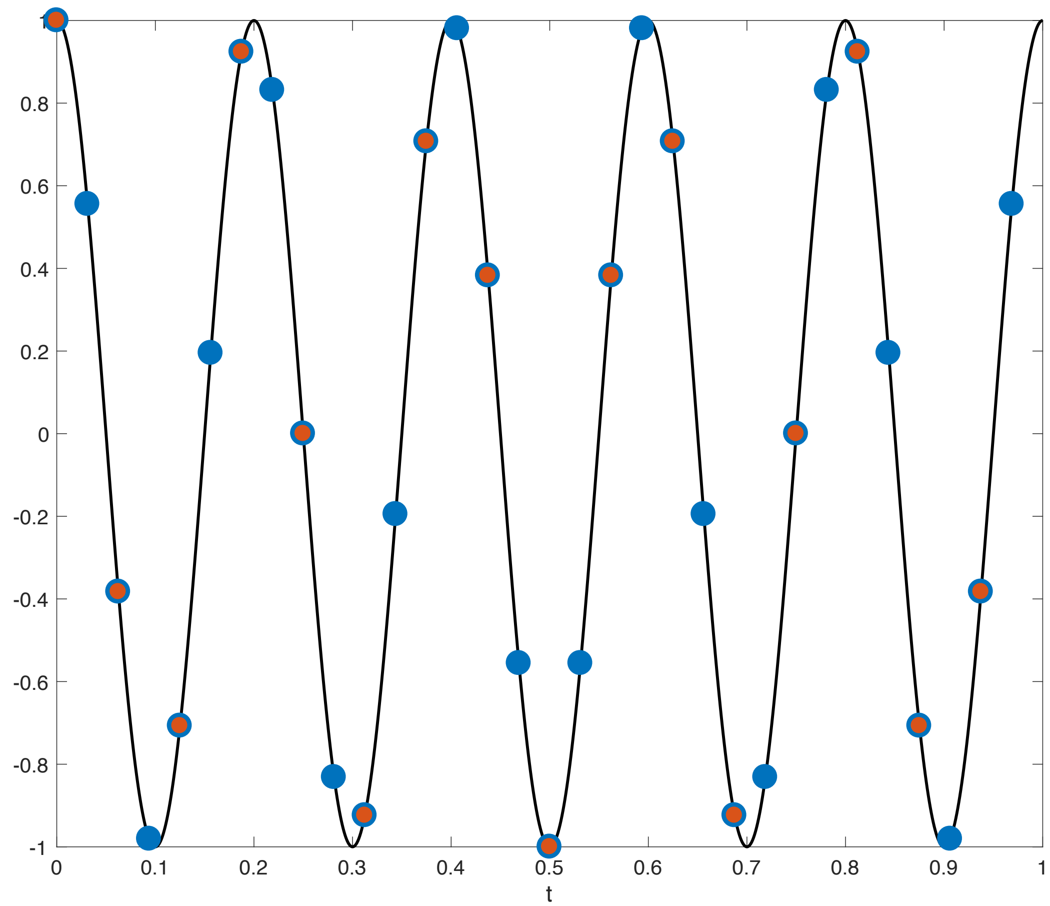
$$\hat{u}_k = \frac{1}{K}\sum_{\ell=0}^{K-1} \hat{f}_{k+\ell N}$$

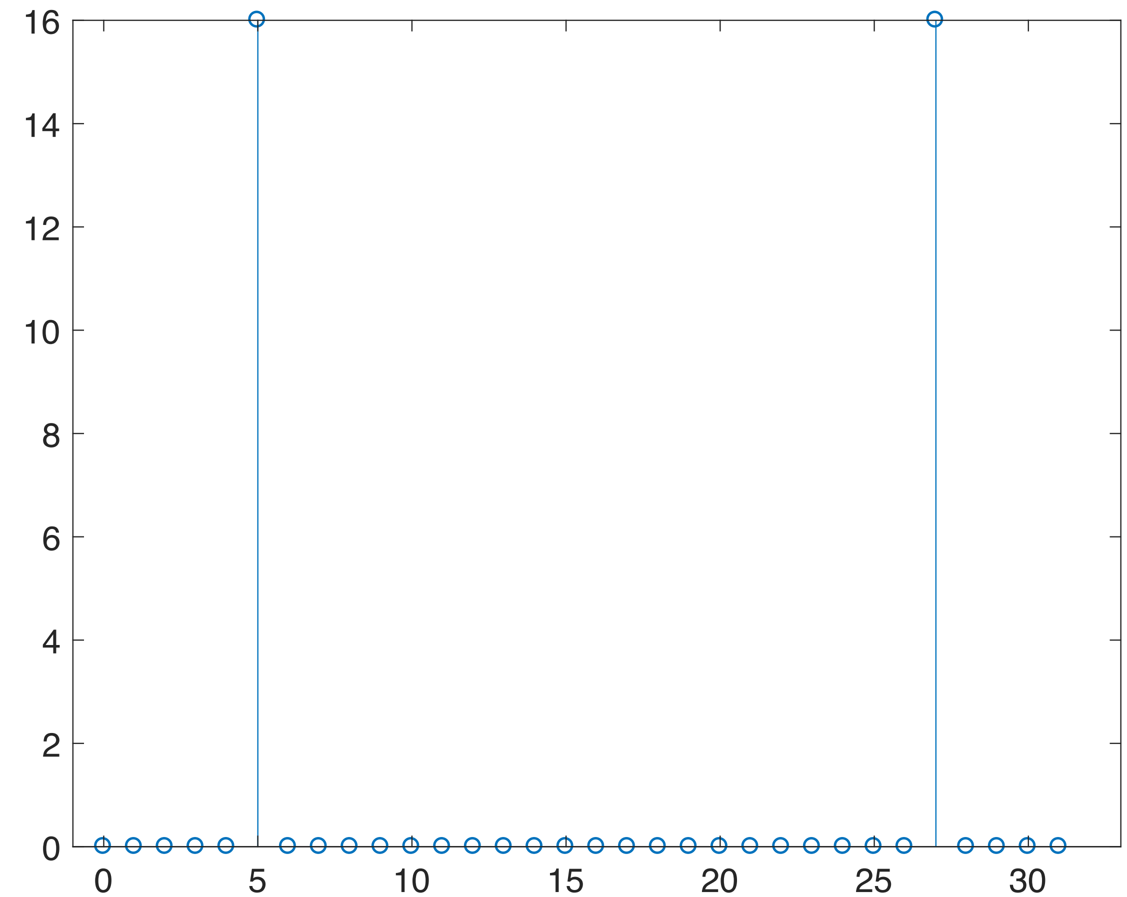
$$\hat{u}_2 = \frac{1}{2}(\hat{f}_2 + \hat{f}_{18})$$

$$\hat{u}_{14} = \frac{1}{2}(\hat{f}_{14} + \hat{f}_{30})$$

$u(t) = \cos(2\pi k t)$

k=5, N=16, K=2 $\quad u_n = f_{Kn}$

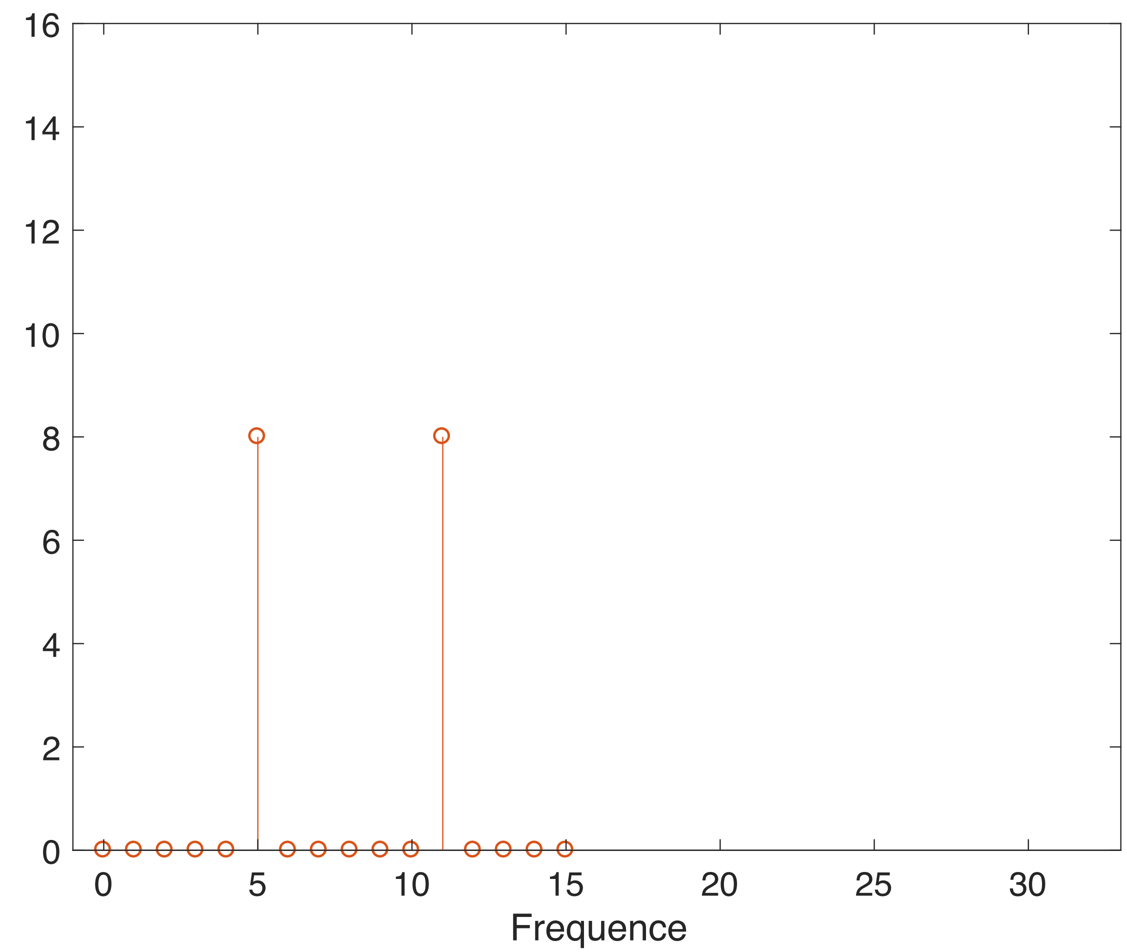




$$\hat{u}_k = \frac{1}{K}\sum_{\ell=0}^{K-1} \hat{f}_{k+\ell N}$$

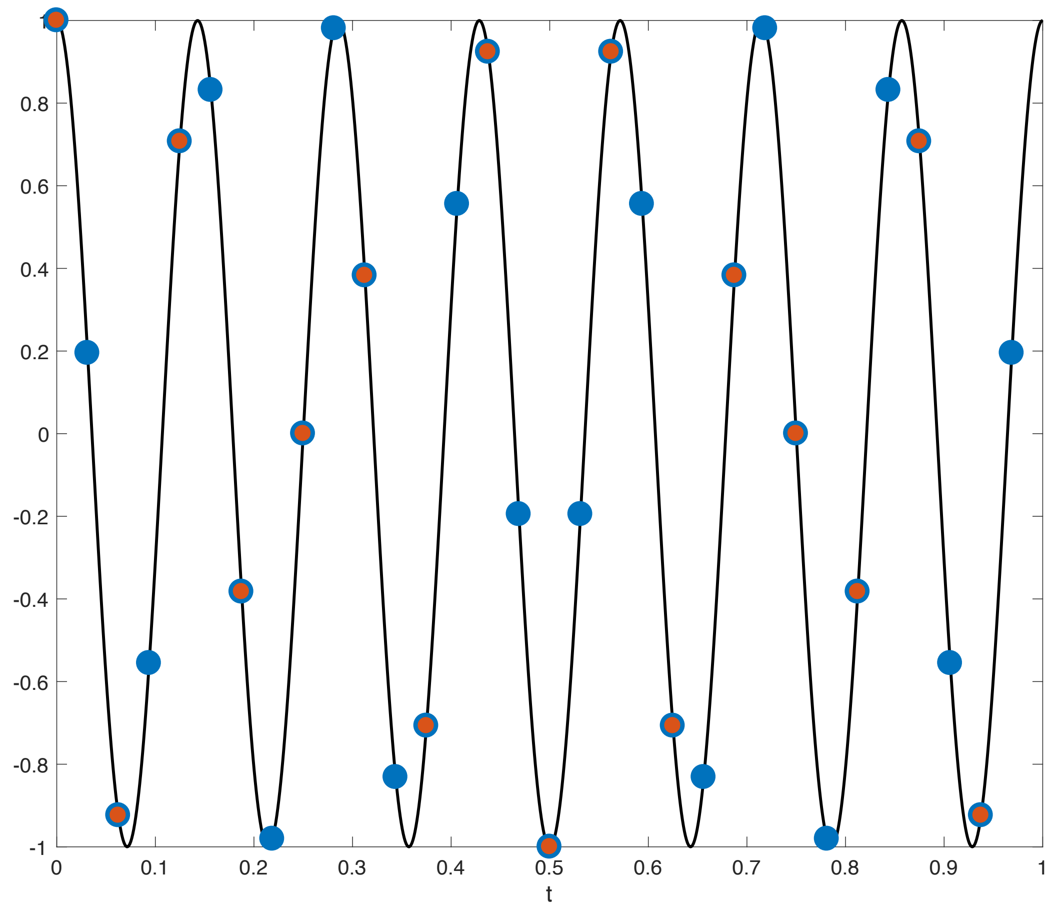
$$\hat{u}_5 = \frac{1}{2}(\hat{f}_5 + \hat{f}_{21})$$

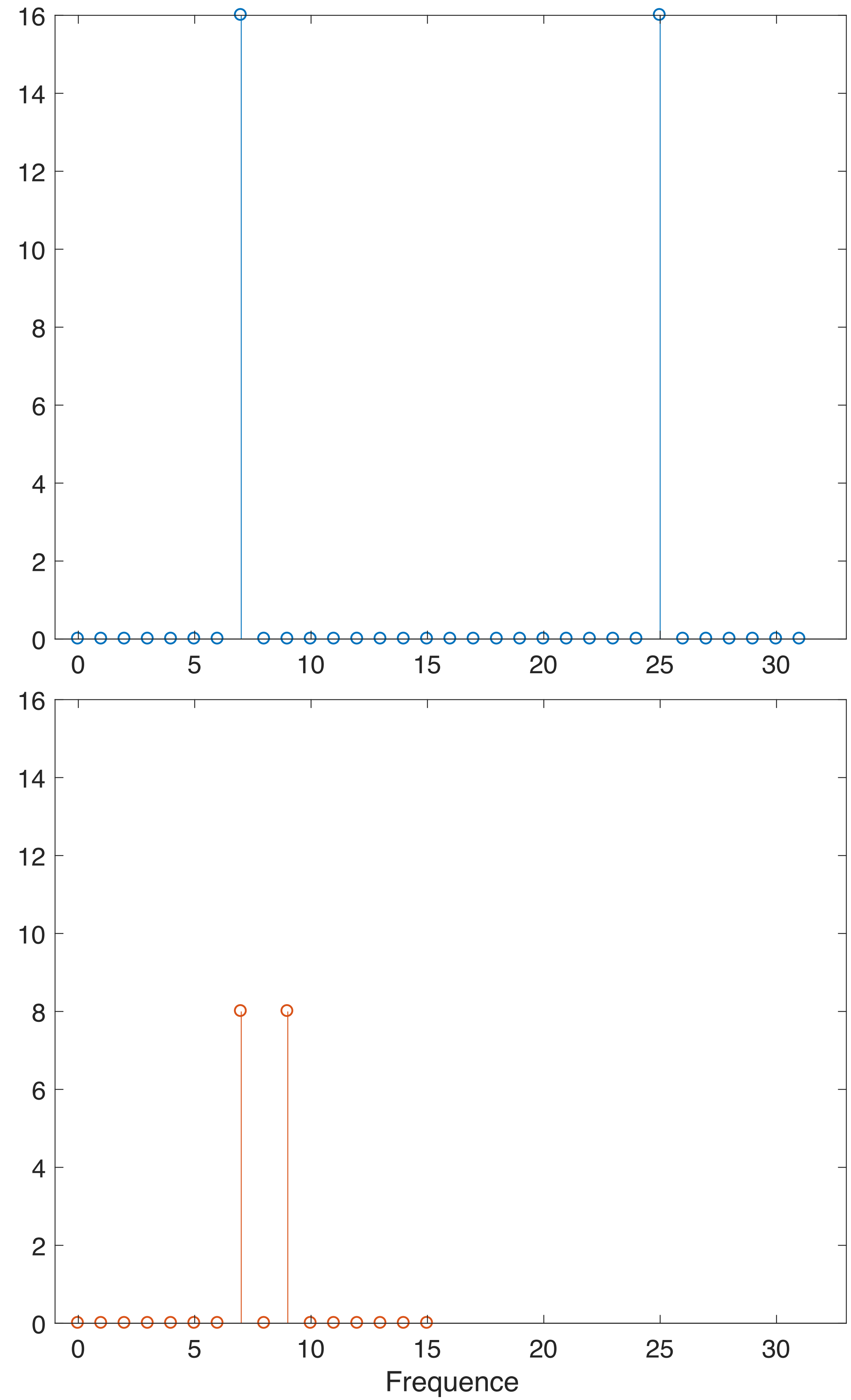
$$\hat{u}_{11} = \frac{1}{2}(\hat{f}_{11} + \hat{f}_{27})$$



$u(t) = \cos(2\pi k t)$

k=7, N=16, K=2 $\qquad u_n = f_{Kn}$





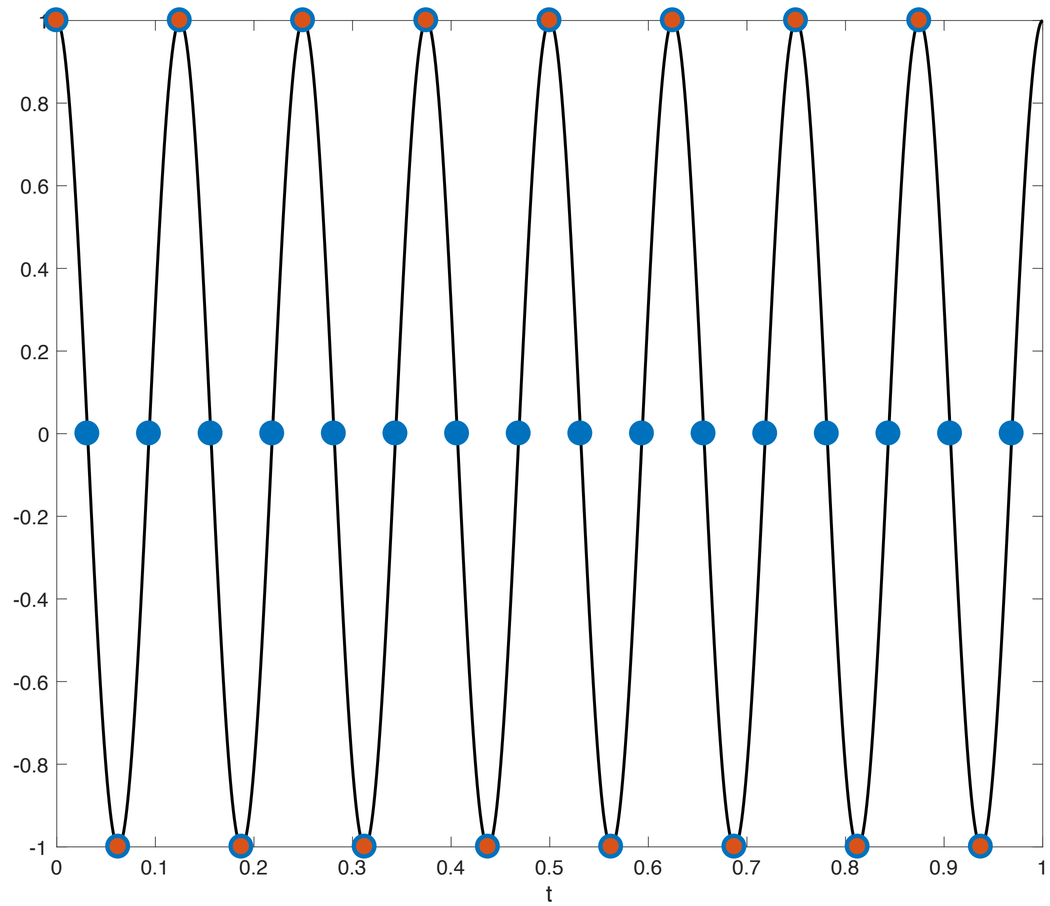
$$\hat{u}_k = \frac{1}{K} \sum_{\ell=0}^{K-1} \hat{f}_{k+\ell N}$$

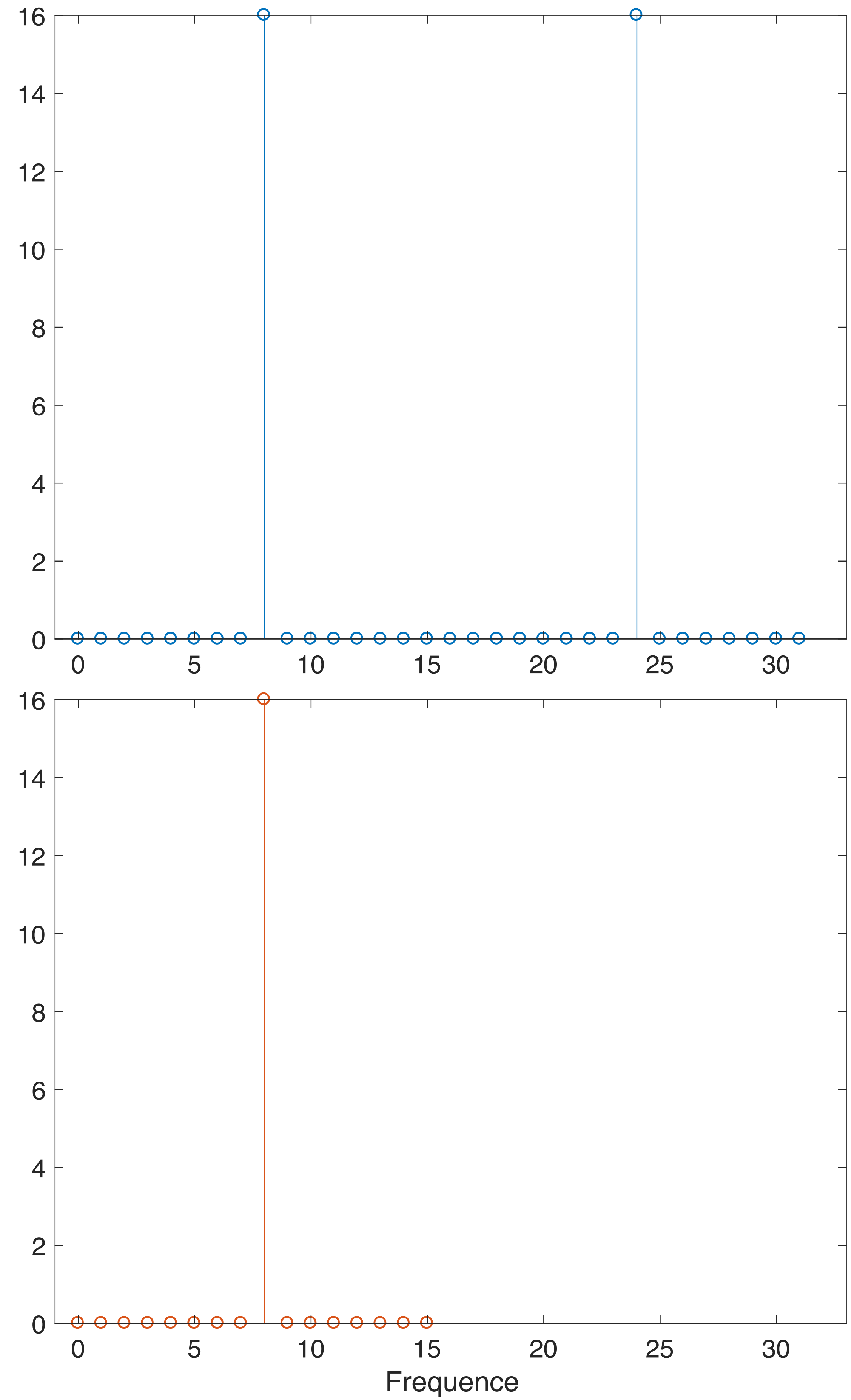
$$\hat{u}_7 = \frac{1}{2}(\hat{f}_7 + \hat{f}_{23})$$

$$\hat{u}_9 = \frac{1}{2}(\hat{f}_9 + \hat{f}_{25})$$

$$u(t) = \cos(2\pi k t)$$

k=8, N=16, K=2 $\quad u_n = f_{Kn}$





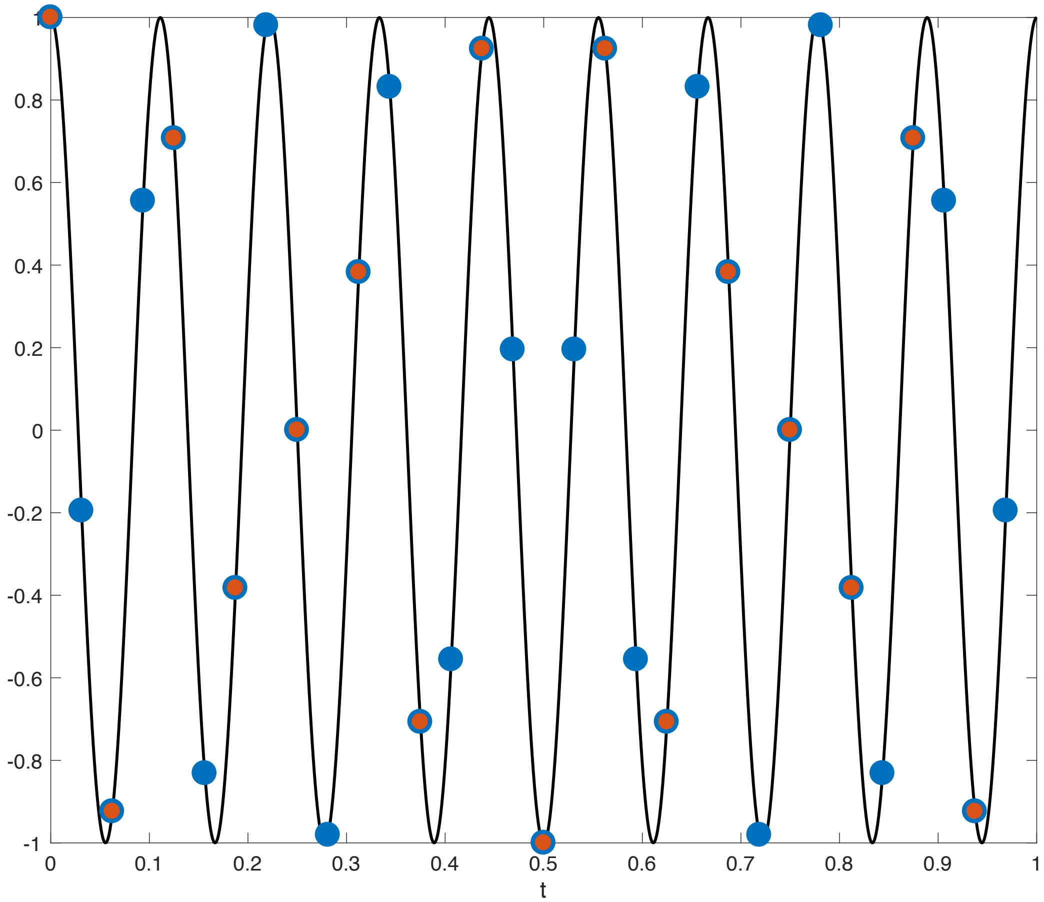
$$\hat{u}_k = \frac{1}{K}\sum_{\ell=0}^{K-1} \hat{f}_{k+\ell N}$$

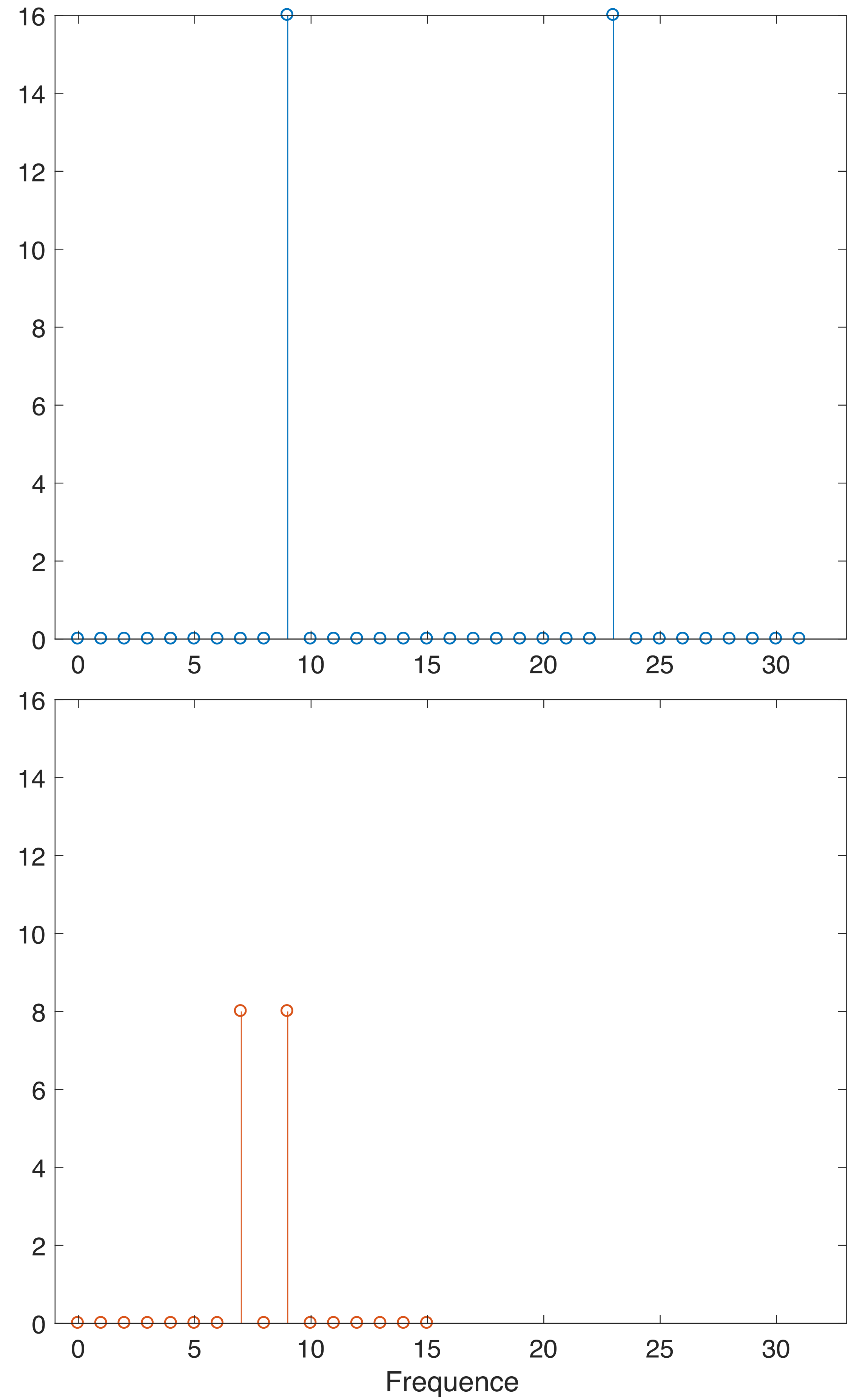
$$\hat{u}_8 = \frac{1}{2}(\hat{f}_8 + \hat{f}_{24})$$

Fréquence max pour u : 8

$$u(t) = \cos(2\pi k t)$$

k=9, N=16, K=2 $\quad u_n = f_{Kn}$





aliasing

$$\hat{u}_7 = \frac{1}{2}(\hat{f}_7 + \hat{f}_{23})$$

$$\hat{u}_9 = \frac{1}{2}(\hat{f}_9 + \hat{f}_{25})$$