

Modélisation et Filtrage non-linéaire des mesures discrètes sur un fluide turbulent. Application au débruitage des mesures du vent atmosphérique.

Christophe Baehr

*Météo-France / CNRS
CNRM - GMEI / GAME - URA 1357
42 Avenue de Coriolis 31057 Toulouse Cedex 1
christophe.baehr@meteo.fr*

Résumé :

Considérant l'écoulement d'un fluide turbulent comme un flot stochastique discret, on peut apporter une description probabiliste des mesures réalisées sur le fluide. On obtient alors un processus à saut du type prédiction/correction familier des méthodes de filtrage non-linéaire. Cette modélisation permet ainsi d'aborder le filtrage des mesures faites sur un fluide turbulent. Pour le cas de l'observation des vitesses d'un fluide, on utilisera un modèle Lagrangien comme ceux développés par S.B. Pope. Le processus de filtrage nécessite alors un conditionnement des lois de probabilité à la série d'observation pour estimer les quantités Eulériennes de grandes échelles. Ce conditionnement à l'observation du noyau d'évolution Markovien constitue une nouvelle méthode de fermeture d'un modèle stochastique. L'algorithme d'estimation particulière à sélection génétique que nous avons développé nous permettra de présenter des applications de la méthode à des données simulées et réelles pour des écoulements géophysiques uni, bi ou tridimensionnels. Notre technique permet alors d'obtenir une estimation à haute cadence de quantités caractérisant la turbulence.

Mots-clefs :

Turbulence, Modélisation Lagrangienne, Filtrage stochastique, méthode Monte-Carlo

1 Introduction

La mesure des grandeurs caractéristiques d'un fluide turbulent, dans un dispositif expérimental ou dans le milieu naturel, nécessite de séparer les bruits de mesures du signal physique d'intérêt. Cet article va présenter la méthode que nous avons développée, permettant de débruiter les observations de la vitesse d'un fluide dans le domaine inertiel à l'aide d'un algorithme d'estimation particulière stochastique fournissant une solution au problème de filtrage non-linéaire. Dans l'analyse des champs vectoriels stochastiques multidimensionnels, on peut définir la notion d'acquisition du champ le long d'un chemin aléatoire. Nous allons pouvoir donner une structure particulière au flot de probabilité du processus discret d'acquisition qui va nous autoriser à développer un algorithme de filtrage des mesures issues de la turbulence. Dans un deuxième temps un modèle de turbulence Lagrangien (modèle de Pope simplifié pour la turbulence homogène isotrope) va être transformé pour servir de modèle de comportement au système de filtrage particulière. L'algorithme obtenu sera optimisé en le conditionnant aux observations et au processus d'acquisition ce qui nous fournit une fermeture naturelle de ce système dynamique à champs moyen. Le filtre particulière sur arbre aléatoire que l'on présente utilisera une sélection génétique des trajectoires les plus pertinentes, le filtrage s'effectuera de manière trajectorielle. Pour éprouver notre méthode nous la soumettrons au débruitage de mesures simulées ou réelles de vitesses de vents artificiellement perturbées. On terminera par le cas d'un écoulement atmosphérique tridimensionnel où un modèle de turbulence stratifiée pour un fluide pesant sera déduit du modèle de dispersion turbulente de Das & Durbin (2005).

2 Processus d'acquisition d'un champ aléatoire multidimensionnel

Pour pouvoir filtrer les mesures réalisées ponctuellement dans un fluide présentant un écoulement bi ou tridimensionnel, nous devons d'abord définir une quantité nouvelle, l'acquisition d'un champ multidimensionnel le long d'un chemin. Cette acquisition est une notion assez générale pouvant servir en filtrage mais aussi en modélisation locale des champs aléatoires. On considère pour tout T fini le temps $0 \leq t \leq T$ dans un domaine de définition $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d$, $d \geq 2$, et pour tout point $x \in \mathcal{D}$, on se donne un champ $X'_{t,x}$ de vecteurs aléatoires, par exemple solution d'une équation différentielle stochastique (EDS). Soit φ_t un chemin aléatoire sur le domaine \mathcal{D} ($t \in [0, T] \rightarrow \varphi_t \in \mathcal{D}$) sur lequel le champ va être examiné. On définit alors l'acquisition de $X'_{t,x}$ le long de φ_t comme la fonction aléatoire du temps $A_t = X'_{t,\varphi_t}$. Nous pouvons donner un exemple touchant au fluide en prenant le champ $U_{t,x}$ de vitesses Eulériennes du fluide aléatoire et en considérant $X_t^{x_0}$ le flot stochastique partant au temps initial d'une position x_0 du domaine \mathcal{D} . La vitesse Lagrangienne d'un élément de fluide $V_t = U_{t,X_t^{x_0}}$ est alors une acquisition.

Revenant au cas général, si le système générant le champ aléatoire $X'_{x,t}$ n'est pas décrit de manière Eulérienne mais ponctuellement par un modèle Lagrangien discret de pas de temps $\Delta t > 0$, on peut exploiter la structure du processus d'acquisition pour décrire le flot stochastique discret sous la forme de mesures de Feynman-Kac.

En effet on considère une position initiale X_0 dans le domaine \mathcal{D} . Jusqu'au pas de temps $n > 0$, le flot Lagrangien passe par les positions successives X_0, \dots, X_n . En chacune de ces positions on relève les valeurs du champ X'_0, \dots, X'_n . On suppose la dynamique du couple (X_n, X'_n) donnée par le noyau de transition Markovien M_{n+1,π_n} où π_n est la loi de probabilité du champ moyen. Indépendamment, on se fixe le chemin d'acquisition φ_n pour tout instant n . La valeur du champ dérivé X'_{n+1} sur au point du chemin φ_{n+1} est la combinaison de sa valeur en φ_n , de l'incrément donné par l'évolution lagrangienne et d'un terme d'écart aléatoire (ζ_n, ζ'_n) dépendant du chemin choisi. (ζ_n, ζ'_n) est la correction à apporter au modèle Lagrangien pour suivre l'acquisition (voir figure 1). On choisit de modéliser cette compensation par un processus de conditionnement avec redistribution dans une boule B_{n+1} centrée en φ_{n+1} et de rayon R_n . On obtient pour les vecteurs d'état (X_n, X'_n) conditionné à la trajectoire d'acquisition le schéma d'évolution :

$$(X_n = \varphi_n, X'_n) \xrightarrow{\text{Prédiction}} (X_{n+1}, X'_{n+1}) \xrightarrow{\text{Correction}} (\hat{X}_{n+1} \in d\varphi_{n+1}, \hat{X}'_{n+1})$$

La correction par conditionnement est une méthode de sélection et peut être décrite par le noyau de transition $S_{n+1,\mu_{n+1}}((x, x'), d(z, z')) = \mathbb{1}_{B_{n+1}} \delta_{(x,x')}(d(z, z')) + [1 - \mathbb{1}_{B_{n+1}}] \mu_{n+1}(d(z, z'))$.

Alors pour une fonction test bornée f , on définit la mesure de Feynman-Kac ρ_{n+1} et l'espérance du processus d'acquisition :

$$\rho_{n+1}(f) = \mathbb{E}[f(X_{n+1}, X'_{n+1}) | X_0 \in B_0 \dots X_n \in B_n]$$

Le flot du processus d'acquisition Lagrangien discret se décrit alors par le système dynamique $\rho_{n+1} = \rho_n S_{n,\mu_n} M_{n+1,\pi_n}$ avec la donnée de la loi initiale $\rho_0 = \text{Loi}(V_0 | X_0 \in B_0)$. Il nous reste à expliciter la probabilité μ_n de la redistribution dans la boule qui est modélisée par :

$$\mu_n(d(z, z')) = \frac{\mathbb{1}_{B_n}(z) \rho_n(d(z, z'))}{\rho_n(B_n)}$$

En définissant la probabilité de mise à jour $\hat{\rho}_n(f) = \mathbb{E}[f(X_n, X'_n) | X_0 \in B_0 \dots X_n \in B_n]$ on obtient l'évolution du flot d'acquisition discret :

$$\rho_n \xrightarrow{S_{n,\mu_n}} \hat{\rho}_n \xrightarrow{M_{n+1,\pi_n}} \rho_{n+1}$$

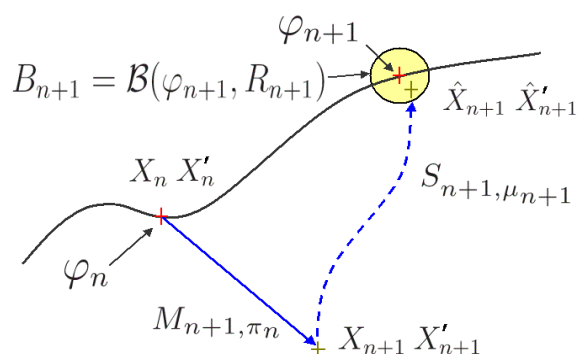


FIG. 1 – Schéma d'évolution discrète du processus d'acquisition pour une dynamique Lagrangienne

Pour comprendre la structure des mesures de Feynman-Kac, nous renvoyons le lecteur au livre de Pierre Del Moral (2004) sur ce sujet. Ce processus de prédiction/correction du flot discret nous ouvre alors la possibilité de réaliser des estimations sur un fluide turbulent par un filtrage stochastique.

Le champ d'application du flot discret d'acquisition est plus large que le seul filtrage. En effet en modélisation d'écoulement sur grille de Gauss, en utilisant une modélisation sous-maille Lagrangienne et des chemins d'acquisition stationnaires, son utilisation rend possible la restitution sur les points de grille de l'ensemble des moments de paramètres du fluide. L'évolution Lagrangienne se fait selon le modèle de transition et dans un second temps on conditionne au point de grille les particules permettant ainsi d'échantillonner les pdf.

3 Filtrage conditionnel non-linéaire d'un fluide observé

S.B. Pope a développé (voir Pope (2000)) une classe de modèles Lagrangiens utilisant les grandeurs Eulériennes du fluide afin de modéliser le comportement des suies dans les phénomènes de combustion. Ces modèles sont des équations de Langevin faites pour relâcher la vitesse Lagrangienne vers le champ moyen Eulérien. L'expression du temps Lagrangien T_L a été recherchée pour correspondre à la fois à l'équation de Navier-Stokes et aux lois statistiques de Kolmogorov pour la turbulence localement homogène. On obtient des EDS à champ moyen. Dans le cas de la turbulence isotrope en écoulement incompressible le modèle de Pope simplifié s'écrit en temps continu :

$$dV_t = -\nabla_x \langle p \rangle dt - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0\right) \frac{\varepsilon_t}{k_t} (V_t - \langle v \rangle) dt + \sqrt{C_0 \varepsilon_t} dB_t$$

où les quantités $\langle \cdot \rangle$ sont les moyennes Eulériennes du paramètre, V_t est la vitesse Lagrangienne, $\nabla_x \langle p \rangle$ le gradient spatial de pression moyenne, k_t l'énergie cinétique turbulente moyenne, ε_t le taux moyen de dissipation turbulente, B_t est un processus de Wiener et enfin C_0 la constante de Kolmogorov.

Les modèles Lagrangiens de Pope sont des cas particuliers des équations de McKean-Vlasov qui ont largement été étudiées par exemple par S. Méléard (1996) et A.S. Sznitman (1991), mais ces EDS sont mal posées. Récemment M. Bossy et J.F. Jabi (2007) ont établi pour un modèle approché l'existence et l'unicité des solutions en trajectoire et la propriété de propagation

du chaos qui permet d'affirmer qu'un système particulaire fini se comporte comme le système réel de taille infinie.

Pour notre application on va considérer le système d'équations discrètes associé et l'appliquant au filtrage stochastique nous évaluerons les grandeurs Eulériennes, en utilisant un ensemble de particules test nécessaire au filtre. Ces particules ont la dynamique du fluide, on les duplique ou les élimine en fonction de leur performance relativement aux observations. Le filtre ne connaît que ses particules et ne dispose pas d'information sur l'écoulement Eulérien dont les géométries nous échappent. Ayant une équation différentielle stochastique nous utilisons un schéma d'Euler explicite. Ce type de discrétisation est la mieux adaptée aux processus de Itô. La vitesse V_n est donc discrétisée avec un pas de temps Δt .

Dans notre problème, la loi de probabilité Eulérienne est inconnue aussi nous l'approchons par la probabilité Lagrangienne conditionnée à la position x , et $\langle Q \rangle \sim \mathbb{E}^\delta(Q(V_n)|X_n = x)$, avec le noyau de régularisation faible G^δ . Les intégrales \mathbb{E}^δ sont alors calculées par des moyennes empiriques sur l'ensemble des particules.

Deux termes agissent comme des commandes exogènes du système, le gradient de pression et le taux de dissipation turbulent. Supposant que l'on ait les moyens d'estimer les espérances, ils peuvent être évalués par $\mathbb{E}(\Delta V_n) = -\nabla_x \langle p \rangle \Delta t$, que l'on notera $\mathbb{E}(Z_n)$, et par $\mathbb{E}(\Delta V_n \Delta V_n)/(C_0 \Delta t) = \mathbb{E}(\varepsilon_n)$. Remplaçant les 2 commandes par $\mathbb{E}(Z_n)$ et $\mathbb{E}(\varepsilon_n)$, on rompt les caractéristiques du modèle, notamment l'incompressibilité, mais elles seront restaurées par l'observation du fluide qui lui aura ces traits.

On peut remarquer que la série de vitesses discrètes $V_0 \dots V_n$ ne permet de voir que les structures portées par 2 pas de temps (Théorème de l'échantillonnage de Shannon). Le processus de positions des éléments du fluide subit quant à lui l'influence des phénomènes sous la maille du pas d'acquisition. Il faut donc corriger l'équation de Newton et lui adjoindre un terme d'erreur qui sera modélisé en première approximation par un bruit blanc Gaussien $\sigma^X \Delta B_n^X$. D'autres processus aléatoires physiquement pertinents pourraient être considérés.

Le problème de filtrage d'une série d'observations bruitées ($Y_0 \dots Y_n$) d'un état caché ($\mathcal{X}_0 \dots \mathcal{X}_n$) se résout en calculant la loi ($\mathcal{X}_0 \dots \mathcal{X}_n | Y_0 \dots Y_n$). Ce problème fonctionnel trouve une solution asymptotique dans l'approche particulaire (on pourra lire Del Moral et al (2001) ou Del Moral (2004)).

On va pouvoir terminer la mise en forme du système de Pope pour réaliser le filtre particulaire. Pour filtrer les mesures de vitesses d'un fluide, on suppose que le couple (X_n, V_n) est Markovien et suit le noyau de transition M_{n,π_n} où π_n est la loi de (X_n, V_n) . Le filtrage est un processus d'acquisition le long de la trajectoire du capteur, et comme la section 2 nous l'a montré, il est nécessaire de conditionner le processus à vivre dans des boules autour des points de mesures. La loi de probabilité a priori est alors inatteignable et nous choisissons de conditionner la dynamique aux observations. On formule alors un nouveau problème où le processus évolue selon le noyau $M_{n,\hat{\eta}_n}$, où $\hat{\eta}_n$ est la loi de (X_n, V_n) sachant le chemin d'acquisition et sachant les observations ($Y_0 \dots Y_n$). Avec ces 2 conditionnements les équations de Pope discrètes ont été fermées. Le système de la dynamique discrétisé et conditionné aux boules $B_n = \{(x, v) : d(x, m_n) \leq R_n\}$ avec m_n la position du capteur, s'écrit alors :

$$\begin{cases} X_{n+1} = X_n + V_n \Delta t + \sigma_n^X \Delta B_n^X \\ V_{n+1} = V_n + \mathbb{E}(Z_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n) \Delta t \\ \quad - C_1 \frac{\mathbb{E}(\varepsilon_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}{k_n} \left[V_n - \frac{\int v G^\delta(X_n - x) \mathbb{P}^{(X_n, V_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}(d(x, v))}{\int 1 G^\delta(X_n - x) \mathbb{P}^{(X_n, V_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}(d(x, v))} \right] \Delta t \\ \quad + \sqrt{C_0} \mathbb{E}(\varepsilon_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n) \Delta B_n^V \end{cases}$$

avec les notations $(X_0^n \in B_0^n) = (X_0 \in B_0, \dots, X_n \in B_n)$, $Y_0^n = (Y_0, \dots, Y_n)$ et

$$k_n = \frac{1}{2} \int [w - \frac{\int v G^\delta(z-x) \mathbb{P}^{(X_n, V_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}(d(x, v))}{\int 1 G^\delta(z-x) \mathbb{P}^{(X_n, V_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}(d(x, v))}]^2 \mathbb{P}^{(X_n, V_n | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)}(d(z, w)).$$

Afin de minimiser les variances d'erreur nous avons choisi d'effectuer les estimations par arbre généalogique avec une sélection génétique (voir Del Moral (2004)). L'étape de sélection des particules utilise l'équation d'observation $Y_n = X_n + Bruit$. C'est la densité de la loi du bruit qui fournit le potentiel de sélection. L'étape de mutation utilise le noyau markovien conditionné aux observations que l'on vient de voir. Par ces 2 étapes, le filtre reconstitue de manière récursive la loi $((X_0, V_0) \dots (X_n, V_n) | X_0^n \in B_0^n, Y_0^n)$ recherchée en utilisant un ensemble de N particules $(X_n^{i,N}, V_n^{i,N})$.

4 Application de la méthode à des mesures réelles ou simulées

Pour valider la technique sur des données réelles ou simulées, nous proposons de prendre un signal de référence que l'on perturbe artificiellement pour avoir un signal bruité et pour lequel on demande à notre filtre de retrouver la valeur référence. Deux types de signaux référents sont présentés dans cet article.

4.1 Filtrage de mesures unidimensionnelles

Le modèle de Pope discret valable pour un système de particules est utilisé pour simuler un signal 1D de vitesse d'un fluide turbulent. Pour chaque instant on fournit à l'algorithme de construction une valeur pour Z_n et pour ε_n . ε_n a été simulé par la dérivée d'un processus de Levy α -stable croissant. Pour bruiteur notre signal nous utilisons un simple bruit blanc de loi gaussienne de variance connue. Notons que l'aspect gaussien du bruit n'est pas nécessaire au fonctionnement du filtre, il pourrait avoir une loi de probabilité quelconque. Notre filtre utilise alors 100 particules pour ses estimations. On voit sur la figure (2) en noir le signal de référence à retrouver, en bleu clair le signal bruité, et en rouge les valeurs estimées. On peut remarquer que les structures de grandes échelles ont été parfaitement retrouvées, le bruit artificiel a été éliminé. Sur la vue de détail, on note que les structures rapides ont été restituées mais que très finement il y a des différences qui s'interprète par l'existence de trajectoires équiprobables. 100 particules ont été utilisées pour obtenir ce résultat, c'est significativement faible pour des MMC. Cela est dû au choix du conditionnement à l'observation du noyau de transition Markovien.

Concernant les paramètres dynamiques de la turbulence, on examine souvent leurs spectres de puissance, les comparant à la pente en $-5/3$ de la loi de Kolmogorov. La figure 3 montre les spectres du signal simulé original, du signal artificiellement bruité et du signal filtré par l'algorithme particulaire. Il est remarquable dans ce premier exemple que le spectre du signal filtré rejoint parfaitement celui de référence. L'intégralité du bruit y a été extrait.

Toujours dans le cas unidimensionnel, on peut examiner sur la figure 4 le filtrage d'une série de vent réel (1 composante horizontale) relevée par le thermo-anémomètre sonique installé sur le site de St-Sardos (Hte-Garonne). On lit sur cette figure en noir le signal réel référent, en cyan le signal bruité et en rouge le signal estimé filtré. Là encore on note la bonne concordance entre les signaux de référence et filtrés par notre algorithme. Toutes les structures du vent réel petites ou grandes ont été retrouvées par le filtre.

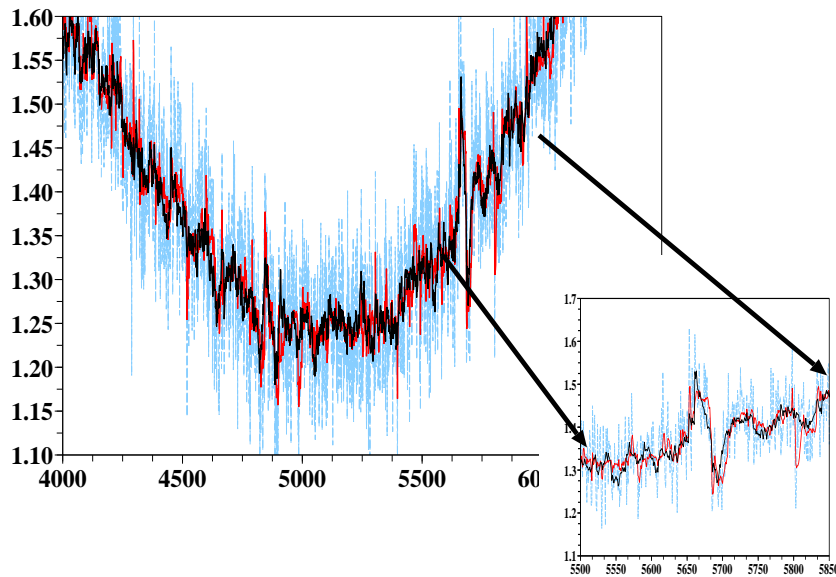


FIG. 2 – Filtrage d'un vent 1D simulé filtré par algorithme particulaire conditionnel avec 100 particules. En pointillé bleu le signal bruité, en noir le signal de référence et en rouge le vent estimé.

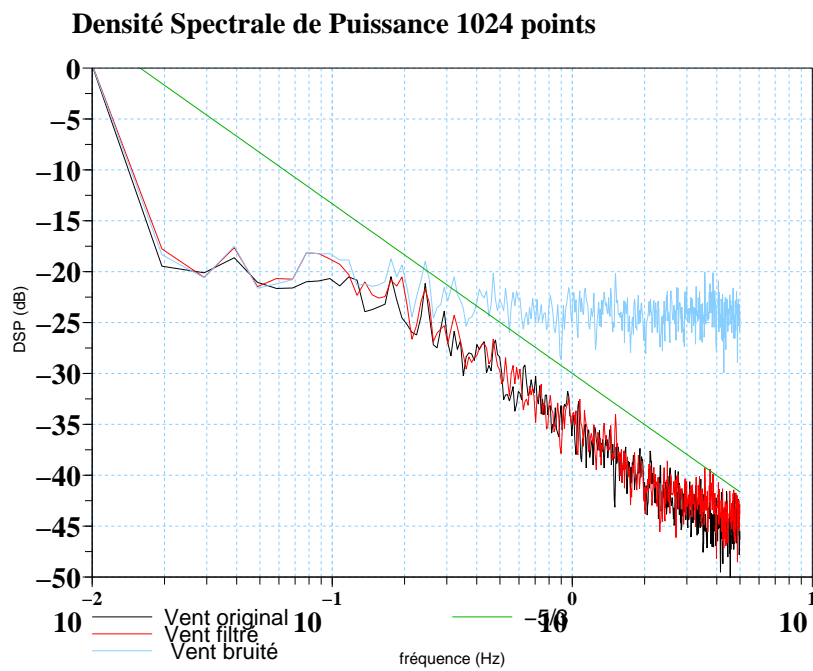


FIG. 3 – DSP du signal simulé original en noir, du signal artificiellement bruité en cyan et du signal filtré par l'algorithme particulaire en rouge.

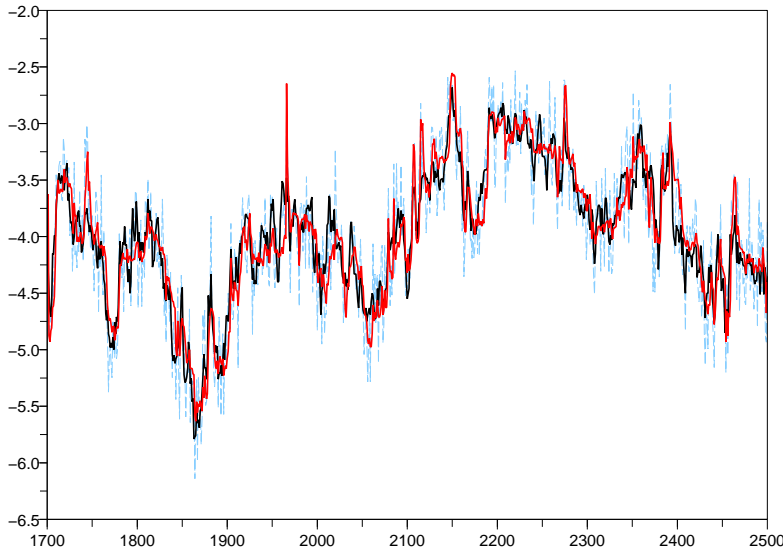


FIG. 4 – Filtrage d'un vent 1D réel à 20 Hz mesuré sur le site de Saint-Sardos le 10 janvier 2005 à 12h00 filtré par algorithme particulaire conditionnel avec 100 particules. En pointillé bleu le signal bruité, en noir le signal de référence et en rouge le vent estimé.

4.2 Cas de mesures réelles pour un écoulement atmosphérique tridimensionnel

Dans le cas d'un écoulement 3D pour un fluide pesant et stratifié comme dans l'atmosphère, il faut adapter le modèle de Pope et on s'inspire du modèle de dispersion turbulente de Das & Durbin (2005). Le modèle que l'on propose est couplé sur la verticale et utilise la température locale du fluide. Il a pour expression continue a priori :

$$\left\{ \begin{array}{l} dV_{h,t} = -\nabla_h \langle p \rangle .dt - \frac{C_1}{2} \frac{\varepsilon_t}{k_t} (V_{h,t} - \langle V \rangle_{h,t}) .dt \\ \quad + (C_{2\theta} - 1) .(W_t - \langle W \rangle_t) . \frac{d\langle V \rangle_{h,t}}{dz} .dt \\ \quad + (C_0 .\varepsilon_t)^{\frac{1}{2}} dB_t^{V_h} \\ dW_t = d\langle W \rangle_t - \frac{C_1}{2} \frac{\varepsilon_t}{k_t} (W_t - \langle W \rangle_t) .dt \\ \quad + (1 - C_{5\theta}) .\beta .g .(\theta_t - \langle \theta \rangle_t) .dt + (C_0 .\varepsilon_t)^{\frac{1}{2}} dB_t^W \\ d\theta_t = d\langle \theta \rangle_t - (C_{1\theta} - \frac{C_1}{2}) \frac{\varepsilon_t}{k_t} (\theta_t - \langle \theta \rangle_t) .dt \\ \quad - (W_t - \langle W \rangle_t) . \frac{d\langle \theta \rangle_t}{dz} .dt + (C_\theta)^{\frac{1}{2}} dB_t^\theta \end{array} \right.$$

où $V_{h,t}$ est la vitesse 2D horizontale, W la vitesse verticale, θ la température, β le coefficient de flottabilité. Pour les constantes, voir Das & Durbin (2005).

Usant de la même technique nous approchons les grandeurs cachées de l'observation, comme les gradients verticaux, ou le coefficient de flottabilité, par des estimées sur le système de particules. C'est au cours de l'étape de sélection en retenant les particules les mieux adaptées que l'on garde celles qui présentent les bonnes caractéristiques dynamiques. Alors l'estimé de ces grandeurs Eulériennes cachées sur le système de particules prend un sens physique. L'application se fait sur des mesures réelles du vent tridimensionnel et de température en un point. Nous avons perturbé le signal de référence par un bruit gaussien dont la variance augmente avec le niveau de turbulence. Sur la figure 5 nous retrouvons les signaux de référence en noir, les signaux

bruités en bleu ciel et filtrés en rouge.

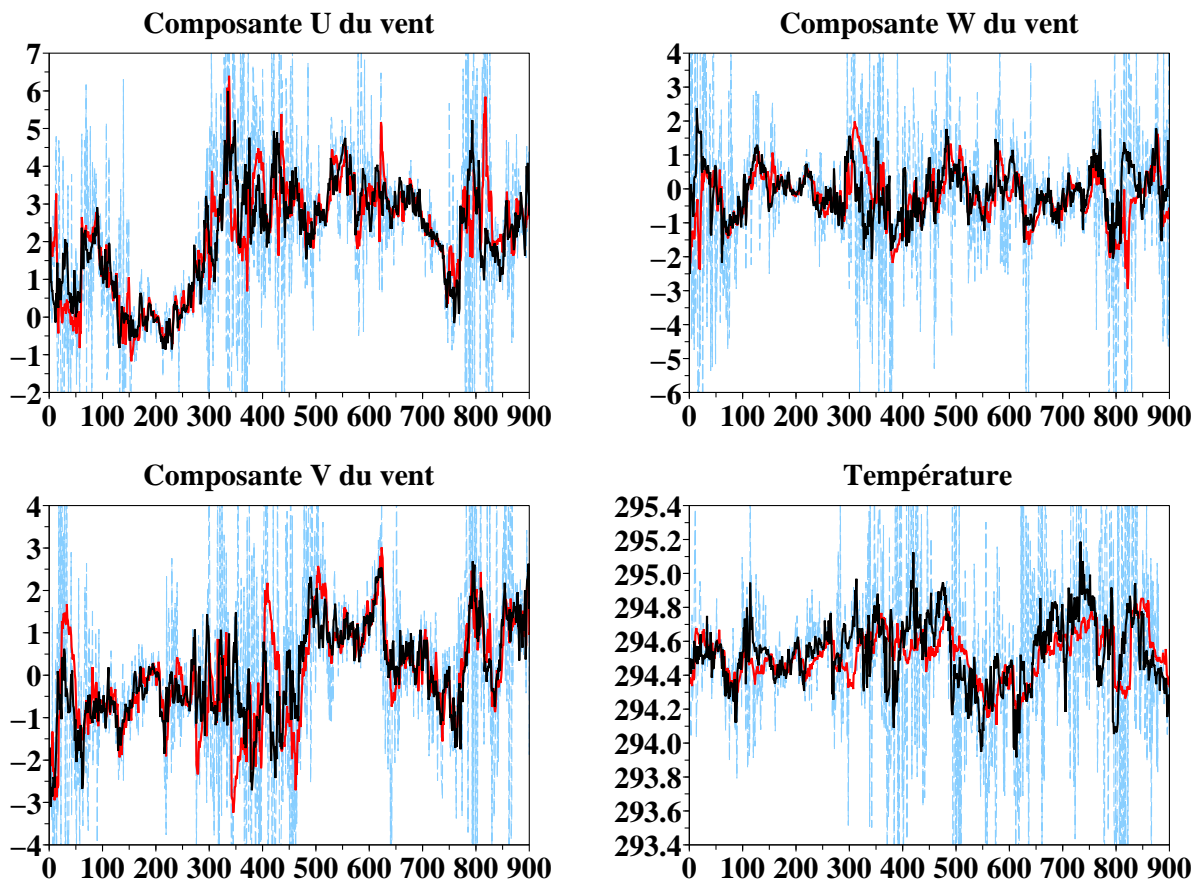


FIG. 5 – Filtrage d'un vent 3D et de la température réels par algorithme particulière conditionnel avec 800 particules. En pointillé bleu les signaux bruités, en noir ceux de référence et en rouge les valeurs estimées par l'algorithme

Comme dans le cas 1D, il existe un bon accord entre les signaux de référence et les signaux filtrés. On peut alors considérer que l'algorithme est utilisable pour filtrer les mesures turbulentes. L'un des avantages de la techniques est de permettre de restituer a posteriori les grandeurs cachées (gradients divers, taux de dissipation, coefficient de flottabilité, etc) qui ont été calculé pour ajuster le modèle de dynamique. Sur la figure 6 on peut examiner, par exemple, le taux de dissipation correspondant aux mesures filtrées précédemment ainsi que la pseudo-trajectoire d'acquisition du capteur dans le fluide considéré là comme stationnaire (turbulence figée).

5 Conclusions et perspectives

Nous avons mis en avant une quantité nouvelle, l'acquisition d'un champ multidimensionnel le long d'un chemin qui peut s'exprimer en temps discret par un flot de mesures de Feynman-Kac. Cette notion nous a permis de développer une méthode originale qui au travers d'un modèle de comportement assure le débruitage des mesures de vitesses d'un fluide turbulent inertiel, et en estime les paramètres caractéristiques. La puissance des méthodes particulières stochastiques a été mise en valeur, notamment en permettant la fermeture du système par les observations et par le chemin d'acquisition. Nous avons vu l'apport du conditionnement du modèle aux ob-

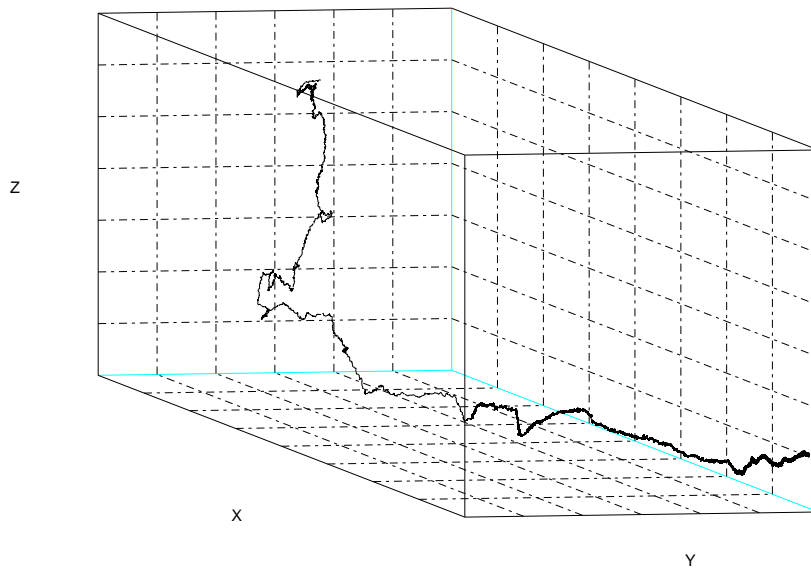
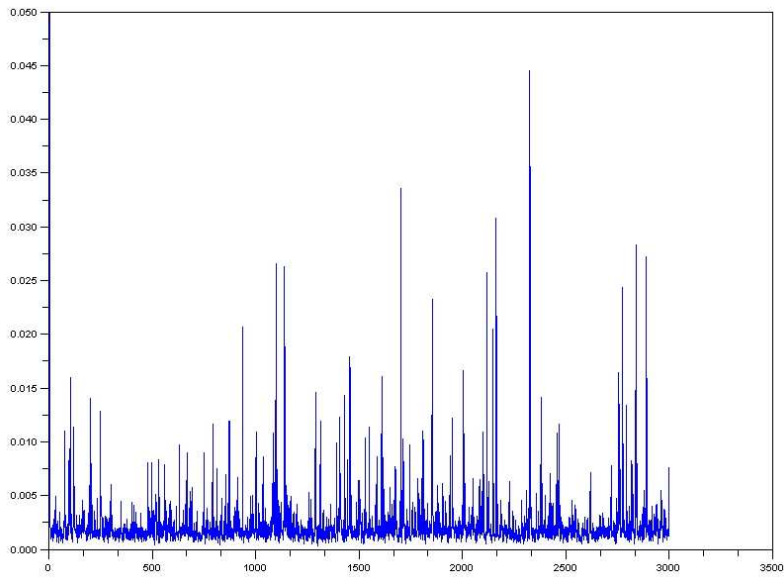


FIG. 6 – Série de taux de dissipation estimé en haut. Pseudo-trajectoire d'acquisition en bas

servations qui réduit fortement les temps de calculs par la résolution sur un seul système de particules peu nombreuses et permet de donner un sens physique aux particules. Ces techniques autorisent alors le filtrage des mesures simulées ou réelles faites dans l'atmosphère, avec un système de mesures fixes. Les résultats probants obtenus ici, nous permet d'envisager la prochaine étape qui portera sur l'application de la méthode à des mesures effectuées à partir de plateformes mobiles. Le processus d'acquisition doit s'exprimer ainsi avec plus d'acuité, notamment en prenant en compte le croisement de trajectoires. Une fois ce travail achevé, nous pourrons passer aux mesures de vitesses indirectes tel que réalisées par les avions expérimentaux échantillonnant l'atmosphère, mais dans un cadre plus large de fusion de données multi-capteurs.

Références

Pope, S.B. 2000 *Turbulent Flows*. Cambridge University Press

Del Moral, P. 2004 *Feynman-Kac Formulae, Genealogical and Interacting Particle Systems with Applications*. Series : Probability and its Applications, Springer-Verlag, Berlin

Méléard, S. 1996 Asymptotic Behaviour of some interacting particle systems. In *Probabilistic Models for nonlinear partial differential equations, LNM 1627* pp. 42-95, Springer-Verlag, Berlin.

Sznitman, A.S. 1991 Topics in propagation of chaos In *Ecole d'été de Probabilités de St Flour XIX - 1989, LNM 1464* pp. 165-251, Springer-Verlag, Berlin.

Del Moral, P. & Kallel, L. & Rowe, J. 2001 Modeling Genetic Algorithm with Interacting Particle Systems. *Rev. Mat. Teoria apl.* 8 pp. 19-78

Das, S.K. & Durbin P.A. 2005 A Lagrangian stochastic model for dispersion in stratified turbulence. *Physics of Fluids* 17-2 025109