

Probabilités - Quizz 1

Telecom ParisTech Groupe F - Garivier

28 novembre 2011

Exercice 1

On suppose que l'on a autant de chances d'avoir un garçon ou une fille à la naissance, et que les sexes des enfants de la fratrie sont indépendants. Votre voisin de palier vous dit qu'il a deux enfants.

- 1) Quelle est la probabilité qu'il ait au moins un garçon ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'il ait un garçon sachant qu'il a au moins une fille ?
- 3) Vous téléphonez à votre voisin. Une fille décroche le téléphone. Or, dans les familles avec un garçon et une fille, la fille décroche avec une probabilité p . Quelle est la probabilité que votre voisin ait un garçon ?

Exercice 2

Une tortue donne naissance à un nombre N de bébés : on note M le nombre de mâles et F le nombre de femelles. On suppose que N est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ (λ désignant un nombre réel strictement positif), et on suppose que chaque bébé a (indépendamment des autres) une chance sur deux d'être une femelle.

1. Calculer la loi du couple (N, F) .
2. Calculer la loi de F , puis celle de M .
3. Les variables M et F sont-elles indépendantes ?

Exercice 3

Au photomaton, vous cherchez à obtenir la meilleure photo possible. Vous avez droit à trois essais : après le premier, vous pouvez soit accepter le cliché, soit y renoncer et en faire un deuxième. Dans ce cas, vous pourrez à nouveau refuser le deuxième cliché, mais alors vous serez obligé d'accepter le troisième. Dans tous les cas, il est impossible de revenir en arrière : un cliché refusé est définitivement perdu.

Pour guider votre choix, vous évaluez chaque cliché par une note comprise entre 0 (exécration) et 5 (parfaite). Pour faire simple, on considère que les notes obtenues par les clichés sont des variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

1. On suppose d'abord que vous adoptez une stratégie "perfectionniste" qui consiste à n'accepter le premier ou le deuxième cliché que s'il est noté 5. En moyenne, quelle note aura la photo avec laquelle vous repartirez ?
2. Dans une deuxième stratégie, vous renoncez systématiquement à la première photo. Discuter, en fonction de la note obtenue par le deuxième cliché, l'opportunité d'en faire un troisième pour maximiser l'espérance de la note de la photo avec laquelle vous partirez.
3. Déterminer la stratégie optimale qui vous permettra de repartir avec la photographie la mieux notée possible en moyenne.

4. Généralisation : que dire s'il y a k clichés ? Que peut-on dire quand k tend vers l'infini ?