

# Quiz n°1

Telecom ParisTech

28 Septembre 2009

1. Montrer la formule de Bayes : soit  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  un espace probabilisé et soit  $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une partition dénombrable de  $\Omega$  telle que  $B_n \in \mathcal{A}$  et  $\mathbb{P}(B_n) > 0$  pour tout entier  $n$ ; pour tout  $A \in \mathcal{A}$  tel que  $\mathbb{P}(A) > 0$ , on a :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \mathbb{P}(B_k|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}{\sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(A|B_n)\mathbb{P}(B_n)}.$$

2. Trois lots A, B et C de pièces contiennent des pièces défectueuses en proportion de 5%, 10% et 15% respectivement (les lots ne contiennent pas nécessairement le même nombre de pièces). On choisit un lot au hasard, de façon équiprobable, puis on tire une pièce dans ce lot, de nouveau de façon équiprobable. Cette pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité que cette pièce ait été tirée dans le lot A ?
3. Tribus :
  - Soit  $\Omega$  un ensemble quelconque et  $A$  une partie de  $\Omega$ . Quelle est la plus petite tribu contenant  $A$  ?
  - Soit  $\mathcal{A} = \{B \subset \mathbb{Z} : -B = B\}$ . Montrer que  $\mathcal{A}$  est une tribu sur  $\mathbb{Z}$ . Caractériser les fonctions mesurables de  $(\mathbb{Z}, \mathcal{A})$  dans  $(\mathbb{Z}, \mathcal{P}(\mathbb{Z}))$ .