

Quiz n°3

Telecom ParisTech

21 Novembre 2008

1. Soit X une variable aléatoire réelle ayant pour densité

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } x \in [1, 4], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (a) Déterminer la constante k .
 - (b) Calculer l'espérance de X .
 - (c) Quelle est la loi de $Y = (X - 2)^2$?
2. Soit X une variable aléatoire réelle dont la fonction de répartition F est continue et strictement croissante sur \mathbb{R} .
- (a) Quelle est la loi de $Y = F(X)$?
 - (b) Montrer qu'il existe $G :]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que $\forall x \in]0, 1[, F \circ G(x) = x$.
 - (c) Soit U une variable de loi uniforme sur $]0, 1[$, et soit $Y = G(U)$. Quelle est la loi de Y ?
3. Soit X une variable aléatoire à valeur entière strictement positive, et soit $(Z_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées, et indépendantes de X . Montrer la *formule de Wald* :

$$\mathbb{E} \left[\sum_{k=1}^X Z_k \right] = \mathbb{E}[X] \mathbb{E}[Z_1].$$