

Quiz 3

Telecom ParisTech

19 novembre 2010

Premier exercice

Soit X une variable aléatoire à valeur entière strictement positive, et soit $(Z_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires réelles indépendantes identiquement distribuées, d'espérance finie, et indépendantes de X . Montrer la *formule de Wald* :

$$\mathbb{E} \left[\sum_{k=1}^X Z_k \right] = \mathbb{E}[X] \mathbb{E}[Z_1].$$

Deuxième exercice

Alice joue au jeu suivant :

- elle choisit l'option 1 ou l'option 2 ;
- elle tire trois variables aléatoires indépendantes X_1, X_2, X_3 uniformes sur l'intervalle $[0, 1]$;
- si elle a choisi l'option 1, elle gagne le maximum M des trois valeurs tirées ;
- si elle a choisi l'option 2, elle gagne la somme P des deux plus petites valeurs tirées.

Elle se demande quelle option est la plus avantageuse.

1. Quelle est la loi de M ?
2. Calculer l'espérance de M , puis celle de P .
3. Quelle option lui conseillez-vous ? On pourra comparer les variances de M et de P .