TD 1 : interpolation polynômiale et phénomène de Runge

1 Objectifs

- Utilisation de l'aide en ligne.
- Manipulations élémentaires des listes et des séquences.
- Syntaxes racourcie et classique des fonctions.
- Maîtrise des boucles simples avec `for`.

Au niveau mathématique, une bonne connaissance des polynômes d'interpolation de Lagrange sera nécessaire.
On découvrira expérimentalement leurs limites et comment les utiliser au mieux.

2 Interpolation de Lagrange

1. (facile) Ecrire une procédure prenant en entrée une liste et calculant le produit de ses éléments.
2. (plus dur) En déduire une procédure prenant en entrée deux listes de même longueur de points lx et ly et calculant le polynôme passant par tous les points $(lx[i], ly[i])$.

3 Phénomène de Runge

1. (facile) Ecrire une procédure prenant en arguments x_{min}, x_{max} et N qui retourne la liste des $N+1$ points uniformément répartis entre x_{min} et x_{max}.
2. (très facile) Ecrire avec la syntaxe rapide la fonction
$$runge : x \to \frac{1}{1+16x^2}$$
3. (moyen) Dessiner en même temps la fonction $runge$ et son interpolant sur N points uniforméments répartis entre -1 et 1 pour différentes valeurs de N. Que remarque-t-on ?
4. (à peu près pareil) Faire la même chose avec au lieu des points uniformément distribués les points $\cos\left(\frac{k\pi}{N}\right), 0 \leqslant k \leqslant N$. Que se passe-t-il ?