Corrigé

1. Donner l'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ où $m \in \mathbb{R}$ est un paramètre réel.

> *Réponse* :
>
> En utilisant la formule $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A}\mathrm{Com}(A)^T$ on obtient $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{m}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

2. Soit $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ une base de $\mathbb{R}^2$. On définit $\mathcal{F} = (f_1, f_2)$ une autre base de $\mathbb{R}^2$ en posant $f_1 = e_1 + e_2,\ f_2 = e_1$. Soit v le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$. Donner les coordonnées de v dans la base $\mathcal{F}$.

> *Réponse* :
>
> On a $v = 2e_1 + e_2 = (e_1 + e_2) + e_1 = f_1 + f_2$, donc les coordonnées de v dans la base $\mathcal{F} = (f_1, f_2)$ sont $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Donner un exemple de suite $(u_k)_{k\geq 1}$ tel que $u_k > 0$ pour tout k, et $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ converge.

> *Réponse* :
>
> La suite $u_k = \dfrac{1}{k^2}$ convient.

4. Donner un équivalent simple de la suite $u_n = \dfrac{\sin\left(\frac{1}{n^3}\right)}{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$.

> *Réponse* :
>
> À partir des équivalents en 0 $\sin x \sim_0 x$ et $\ln(1+x) \sim_0 x$, on obtient
>
> $$u_n \sim \frac{1/n^3}{1/n} \text{ et donc finalement } u_n \sim \frac{1}{n^2}$$