

## TD 6 : DL et intégration

**Exercice 1** Trouver les développements limités suivants en 0, à l'ordre 5 des fonctions suivantes :

$$\arctan(x) \quad \arcsin(x) \quad \arccos(x) \quad \tan(x)$$

**Exercice 2** Trouver les développements limités suivants en 0, à l'ordre indiqué entre parenthèse :

1.  $\sqrt{1+x} \times \ln(1+x)$  (ordre 3)
2.  $\sin(x)/(1+x)$  (ordre 4)
3.  $\frac{\tan(x)}{1+\arctan(x)}$  (ordre 3)
4.  $e^{\cos(x)}$  (ordre 4)

**Exercice 3** Trouver les développements limités suivants en  $a$  :

1.  $\frac{\ln(x)}{x^2}$  à l'ordre 3 en  $a = 1$ .
2.  $\sin^2(\frac{x}{2})$  à l'ordre 3 en  $a = \pi/3$ .

**Exercice 4** Calculer les limites suivantes.

1.  $\frac{1}{x \cos(x) - \sin(x)}$  (en  $0^+$  et  $0^-$ )
2.  $e^{1/x} \sqrt{x^2 + 2x} - x$  (en  $+\infty$ )
3.  $\frac{e^x - \tan(x) - \cos(x)}{\sin(x^2) \ln(1+x)}$  (en 0)
4.  $\frac{\ln(\sin(x))}{(\pi - 2x)^2}$  (en  $\frac{\pi}{2}$ )

**Exercice 5** Soit  $f(x) = \cos(x) - 1 + (e^x - 1)^3$ . Donner le DL de  $f$  en 0. En déduire que  $f(x)$  admet un maximum local en 0.

**Exercice 6** Étudier les branches infinies des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} - f(x) &= \sqrt{x^2 + 2} - \frac{x^2}{1+2x} \\ - g(x) &= x^2 \arctan \frac{1}{1+x} \end{aligned}$$

**Exercice 7**

1. Donner l'ensemble des primitives des fonctions

$$f_1 : t \mapsto (2t + 1)^2 \quad \text{et} \quad f_2 : t \mapsto \left(t^2 + \frac{1}{t^2}\right)^2.$$

2. Calculer

$$\int_0^\pi \sin^2(t) dt.$$

**Exercice 8**

1. En effectuant des intégrations par parties, déterminer les primitives des fonctions

$$f_1 : t \mapsto t^2 \ln(t), \quad f_2 : t \mapsto \ln(t), \quad f_3 : t \mapsto \frac{t}{\cos(t)^2},$$

$$f_4 : x \mapsto x \arctan(x), \quad f_5 : t \mapsto \cos(t) \exp(t).$$

2. Calculer

$$\int_0^\pi t \sin(t) dt.$$

**Exercice 9**

1. En effectuant un changement de variables, déterminer les primitives des fonctions

$$f_1 : t \mapsto \frac{t^5}{1+t^6}, \quad f_2 : t \mapsto \frac{t}{\sqrt{t+1}},$$

$$f_3 : t \mapsto \frac{1}{e^t + e^{-t}}, \quad f_4 : t \mapsto \ln(\sqrt[3]{t} - 1).$$

2. Calculer

$$\int_0^1 \frac{1}{3t^2 + 2} dt.$$