L'Oscillation Atlantique Nord (NAO) et son influence sur le climat européen

Théodora ANTONIADOU, Philippe BESSE
Anne-Laure FOUGÈRES, Caroline LE GALL
Laboratoire de Statistique et Probabilités — UMR CNRS 5583
Université Paul Sabatier, 31062 — Toulouse cedex 4
David B. STEPHENSON
Département de Météorologie
Université de Reading

Résumé Cet article a pour objet l'étude de l'impact des variations de pressions en Atlantique nord sur le climat européen. Il regroupe les études de trois séries, de pressions mensuelles en Islande, et de températures mensuelles et journalières en Angleterre. Ces séries sont à la fois examinées sous un angle descriptif et de prédictibilité, puis sous un aspect multidimensionnel, par le biais de différentes analyses en composantes principales, et finalement du point de vue plus particulier du comportement des valeurs extrêmes. Nous retrouvons des résultats bien connus concernant une tendance au réchauffement mais, de façon plus précise, nous mettons en évidence une modification sensible du climat en hiver et plus particulièrement en ce qui concerne les températures extrêmes les plus froides.

Mots-clefs : Analyse en composantes principales, longue dépendance, données fonctionnelles, valeurs extrêmes, climat, NAO.

Abstract This study addresses climate variations in the North Atlantic and European regions. It is based on 3 time series: monthly mean sea-level pressure in Iceland, and monthly and daily mean temperatures in central England. The series are explored using descriptive techniques to examine predictability, multivariate techniques such as Principal Component Analysis, and extreme value model fits. The changes in Iceland pressure are responsible for the well-known warming trend in winter temperatures since the 1960s, particularly on extremely cold values.

Key-words: Principal component analysis, long memory process, extreme values, climate, NAO.

Introduction

Le travail décrit dans cet article est développé dans le cadre du projet européen STOEC[1] (Storm-Track upper Ocean interaction and the impact on European Climate) qui vise à mettre en relation des indicateurs et modèles climatologiques de l'Atlantique nord avec les évènements météorologiques observés en Europe. L'un des indicateurs le plus utilisé est le N.A.O. (North Atlantic Oscillation) dont l'acronyme désigne les variations des champs de pression atmosphérique dans l'Atlantique nord. Il est provoqué par la présence d'un anticyclone dans la région des Açores et d'un système dépressionnaire près de l'Islande. Des indices de NAO sont habituellement construits en considérant la différence entre séries normalisées de pressions : une station islandaise (Stykkisholmur/Reykjavik) et une de celles de la zone des hautes pressions (Açores, Lisbonne, ou Gibraltar). Néanmoins, du fait des très fortes corrélations et afin de simplifier certains problèmes de saisonnalité ainsi que de limiter les causes de bruits, cette étude se focalise sur la seule série des moyennes mensuelles des pressions en Islande au niveau de la mer.

Wanner (1999) propose une présentation "grand public" [2] de NAO. Une valeur très positive correspond à un système dépressionnaire en Islande qui provoque l'entrée de masses d'air humides mais tempérées sur l'Europe du nord. En revanche, pour des valeurs de NAO négatives, les flux maritimes sont déviés vers le sud en association, l'hiver, à un climat froid et sec. L'étude de ce phénomène a débuté il y a de nombreuses années (Teisserenc de Bort 1883, Walker 1924, van Loon et Rogers 1978), elle connaît un regain d'intérêt important (Hurrell 1995, 1996) conjointement à celui suscité par son très médiatique cousin *El Niño*. Les différents auteurs ont montré, par des outils élémentaires (corrélations, analyse en composantes principales), les liaisons intervenant entre la série de NAO et d'autres mesures (précipitations, températures) réalisées sur le continent (voir figure 1). D'autre part, des éléments de comparaison des caractéristiques de NAO avec *El Niño* sont obtenus en considérant, non pas le phénomène lui-même, qui est mesuré par une série de températures à la surface de la mer, mais la série des moyennes mensuelles des pressions au niveau de la mer à Darwin (Australie) qui lui est directement reliée.

Il est évidemment de première importance d'étudier l'impact climatique d'un phénomène comme NAO et d'être capable d'en prévoir l'évolution à

1. Il fait partie du projet de l'Union Européenne ENV4-CT97-0499 et a été financé par la Commission Européenne. http://www.met.rdg.ac.uk/cag/STOEC.

2. voir aussi le site www.met.rdg.ac.uk/cag/NAO.

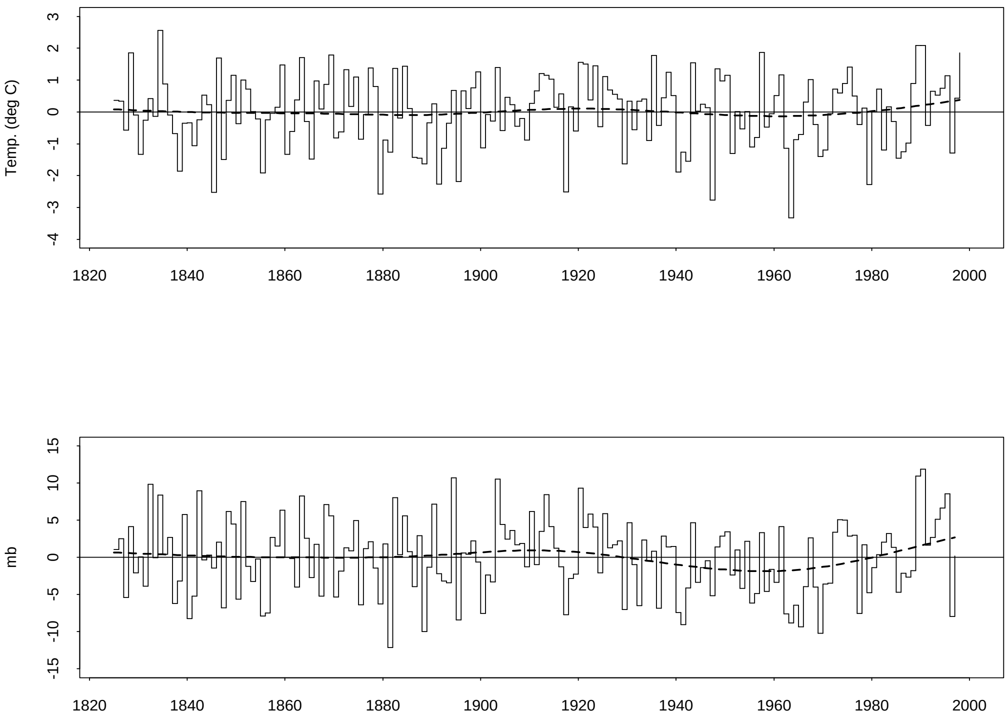

FIG. 1: *Évolution conjointe d'une température centrale (moyenne de plusieurs stations) en Angleterre l'hiver (moyenne de décembre à mars) et de la pression observée en Islande au niveau de la mer. La corrélation linéaire est de 0,71.*

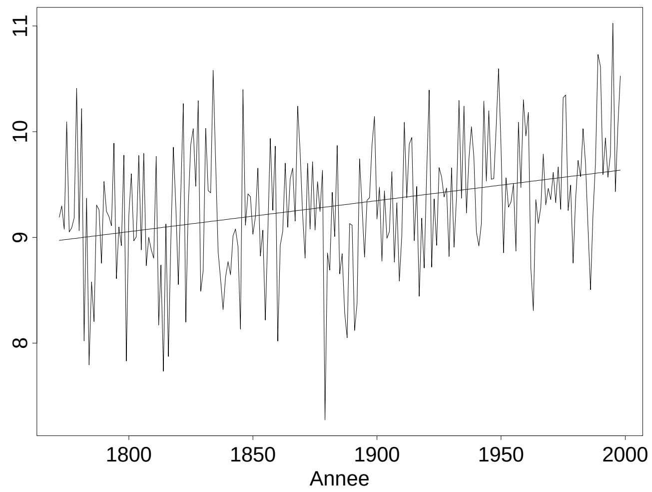

FIG. 2: *Tendance linéaire explicitant le réchauffement des moyennes hivernales des températures centrales en Angleterre.*

court et même long terme. Cet article précise les difficultés d'un tel objectif et fournit des premiers résultats. Nous nous intéressons donc à différentes séries :

- Les séries liées à NAO (pression en Islande) sont accessibles à partir du site : World Monthly Surface Station Climatology [3].
- La série CET des moyennes mensuelles des températures centrales en Angleterre débute en 1659. C'est la plus longue des séries de températures enregistrées disponibles pour des études climatiques. Le Professeur Gordon Manley est à l'origine de la construction de cette précieuse série. Elle est maintenant régulièrement mise à jour par le Bureau Météorologique du Royaume Uni. Elle représente une moyenne calculée sur plusieurs stations du centre de l'Angleterre. Manley (1974) et Parker et col. (1992) en décrivent la construction. Le principe de considérer une moyenne plutôt que la simple observation d'une station permet entre autres de suppléer à des valeurs manquantes. Cette série fait apparaître une tendance linéaire montrant un réchauffement de l'ordre de 0,5 $^\circ$ C par siècle pour les moyennes des mois d'hiver (figure 2) mais seulement de 0,2 $^\circ$ C pour les mois d'été. La série mensuelle complète est accessible [4].

3. `www.scd.ucar.edu/dss/datasets/ds570.0.html`
4. `www.cru.uea.ac.uk/ mikeh/datasets/uk/cet.htm`

- Les valeurs *journalières*[5] de la température centrale en Angleterre ont également été recensées depuis 1772 sur la base d'enregistrements historiques (Parker et col. 1992) et ont été exploitées dans des études climatiques récentes (Jones et col. 1999).
- Enfin, la série disponible de 1882 à 1998 participant à l'indice décrivant SO (Southern Oscillation) c'est-à-dire les systèmes de régimes dépressionnaires du Pacifique sud associés à *El Niño*. Les données sont disponibles sur un site du NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration)[6].

La climatologie a, historiquement, contribué au développement de certains outils statistiques (Walker, 1924 par exemple) et une grande palette de méthodes est mise en œuvre dans cette discipline. L'objet du travail, dont cet article est une première étape, est de montrer en quoi certains outils statistiques plus récents peuvent apporter des éclairages nouveaux sur les phénomènes étudiés. Une première partie s'intéresse aux propriétés intrinsèques des séries (autocorrélation) et fournit ainsi des indications sur leur prédictibilité saisonnière et interannuelle. La deuxième partie décrit les aspects multidimensionnels ; des analyses en composantes principales, considérant les séries découpées en courbes annuelles, donnent des premières indications sur l'impact de NAO sur la température. Cet impact est précisé en étudiant plus finement les distributions des valeurs extrêmes des températures journalières dans une troisième partie.

1 Description et prédictibilité des séries

Dans ce paragraphe, nous cherchons à représenter la structure de dépendance de ces données en étudiant tout d'abord des fonctions de corrélation des séries chronologiques. Alors que le phénomène tropical *El Niño* présente de bonnes propriétés de prédictibilité (Besse et col. 2000), il semble que l'instabilité des systèmes climatiques sous des latitudes moyennes rende toute prévision à l'horizon d'une ou deux saisons beaucoup moins fiable. Ceci est illustré en comparant les propriétés stochastiques de deux séries saisonnières similaires : la pression moyenne observée au niveau de la mer à Darwin en Australie (Southern Oscillation), directement liée à *El Niño*, avec la pression en Islande.

5. Elles nous ont été aimablement communiquées par Briony Horton du Bureau Météorologique du Royaume Uni et sont soumises à des restrictions d'utilisation.

6. nic.fb4.noaa.gov/data/cddb/

1.1 Prédictibilité saisonnière

Soit

$$\{X_k;\ k = (i-1) \times p + j;\ i = 1, \ldots n;\ j = 1, \ldots, p\}$$

l'ensemble des observations d'un processus aléatoire à valeurs dans $\mathbb{R}$ effectuées $p = 12$ fois dans l'année pendant une période de n années. Ces données sont représentées par la série chronologique $\{X_k; k = 1, \ldots, T = p \times n\}$.

Nous considérons d'abord la fonction d'autocorrélation (normée) de la série :

$$\rho_X(X_k, X_{k'}) = \frac{\mathbb{E}(X_k - \mathbb{E}(X_k))\mathbb{E}(X_{k'} - \mathbb{E}(X_{k'}))}{\sqrt{Var(X_k)Var(X_{k'})}}. \tag{1}$$

Sans perte de généralité, on peut supposer que $k = (i-1) \times p + j \leq k' = (i'-1) \times p + j'$ et donc $i \leq i'$. L'estimateur de la fonction d'autocorrélation, $\hat{\rho}_X$, est donné en fonction de j, j' et du décalage annuel $h = i' - i$, par la relation suivante :

$$\hat{\rho}_X(h, j, j') = \frac{\hat{\gamma}_{XX}(h, j, j')}{\sqrt{\hat{\gamma}_{XX}(0, j', j')\hat{\gamma}_{XX}(0, j, j)}}, \tag{2}$$

où

$$\hat{\gamma}_{XX}(h, j', j) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-h-1} (X_{ip+j} - \overline{X}_j)(X_{(i+h)p+j'} - \overline{X}_{j'}) \tag{3}$$

est l'estimateur de la covariance et $\overline{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} X_{ip+j}$. Le graphique de la figure 3 illustre l'estimateur $\hat{\rho}_X$ de la série des pressions en Islande, sur un intervalle de trois ans. Les différentes courbes représentent les autocorrélations estimées entre la pression moyenne d'un mois particulier et les pressions moyennes de tous les mois de l'intervalle. On remarque que la série mensuelle des pressions en Islande se caractérise par de très faibles autocorrélations ; on observe le même type de résultats pour la série des températures. En revanche, celle correspondant à *El Niño* (figure 4) présente des autocorrélations relativement élevées jusqu'à une décroissance générale appelée "barrière de printemps". Cette autocorrélation autorise une prévision correcte de *El Niño* plusieurs saisons à l'avance (Besse et col. 2000) sans néanmoins franchir cette fameuse barrière de printemps. En revanche, pour NAO, très peu de cohérence apparaît d'un mois à l'autre à cause de très fortes instabilités aux latitudes moyennes. Le défi d'une prévision de NAO semble donc difficile à relever. Différents outils sont testés dans un travail en cours.

Nous considérons maintenant deux séries chronologiques $\{X_k; k = 1, \ldots, T = p \times n\}$ et $\{Y_k; k = 1, \ldots, T = p \times n\}$, issues de l'observation de processus réels. La fonction de corrélation croisée $\rho_{XY}(X_k, Y_{k'})$ entre les termes des séries est définie de manière analogue à la fonction d'autocorrélation (1) et son estimateur est donné par la relation (4).

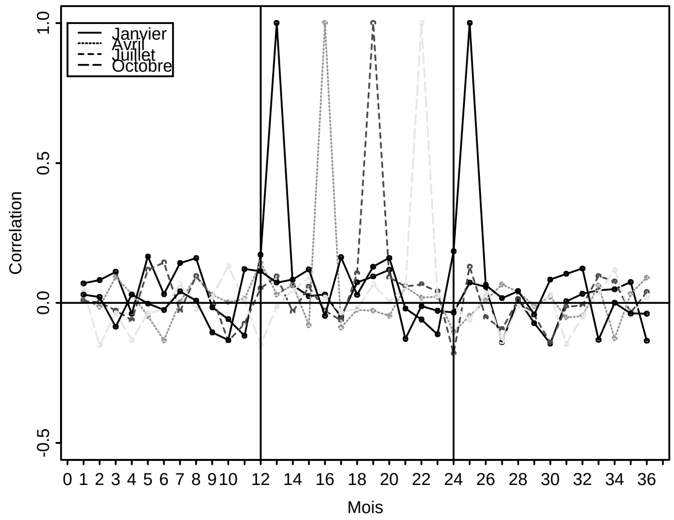

FIG. 3: *Autocorrélations de la série mensuelle des pressions en Islande sur 3 ans.*

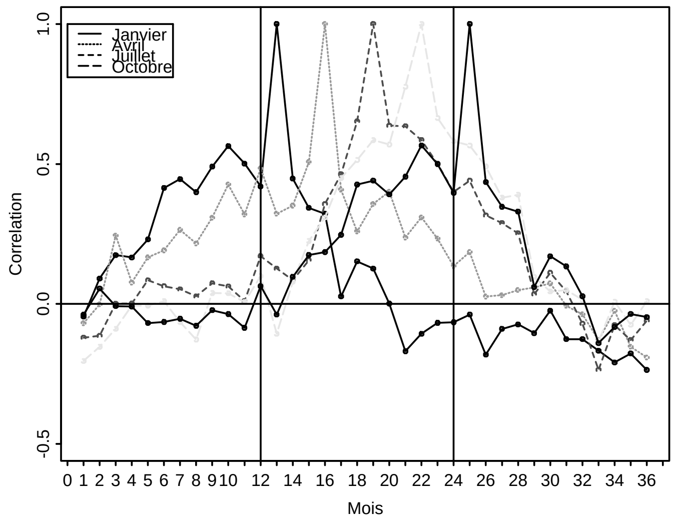

FIG. 4: *Autocorrélations de la série mensuelle des pressions en Australie sur 3 ans.*

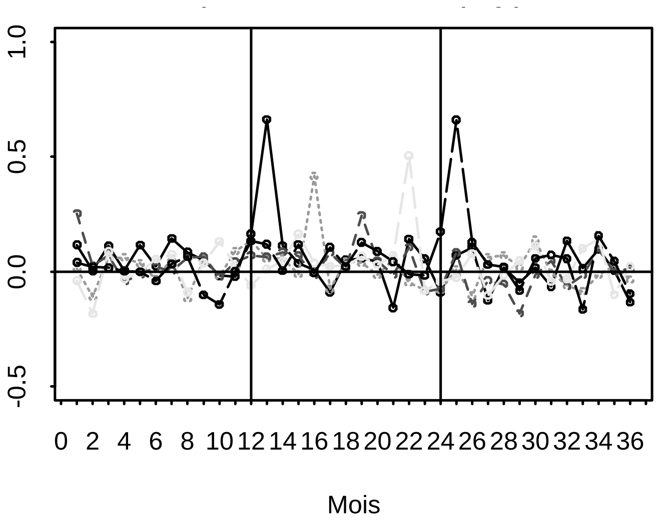

FIG. 5: *Corrélations croisées entre les deux séries mensuelles (pressions en Islande et températures en Angleterre) pour différents décalages. La légende associant types de ligne et mois est identique à celle des graphes précédents.*

$$\hat{\rho}_{XY}(h,j,j') = \frac{\hat{\gamma}_{XY}(h,j',j)}{\sqrt{\hat{\gamma}_{XX}(0,j',j')\hat{\gamma}_{YY}(0,j,j)}}. \tag{4}$$

Le graphique de la figure 5 illustre l'estimateur de la corrélation croisée entre la série mensuelle des pressions en Islande et celle des température en Angleterre pour différents décalages. La pression en janvier est successivement corrélée avec la température en janvier puis en février, mars.... Même chose pour avril, juillet et octobre. On remarque que la pression est corrélée avec la température à la même période et que cette corrélation est plus importante pour les mois d'hiver. Ceci montre que la connaissance d'une des deux séries peut fournir des indications sur le comportement de l'autre à la même période. En revanche, les corrélations entre mois décalés sont très faibles. Il semble peu vraisemblable que la connaissance d'une série mensuelle aide à la prévision saisonnière de l'autre.

Enfin, le graphique de la figure 6 illustrant l'évolution de la corrélation croisée entre les séries, montre que celle-ci augmente en valeur absolue avec le temps. Ceci a été obtenu en considérant les séries des moyennes hivernales (décembre à mars) de pression et de température. L'estimation de la corrélation croisée (4) sans décalage de ces séries est calculée sur une fenêtre glissante fixée arbitrairement aux 50 années précédent l'année de référence. Elle met donc en évidence un accroissement sensible en valeur absolue de cette corrélation avec le temps révélant une relation de plus en plus présente entre les deux séries pendant l'hiver.

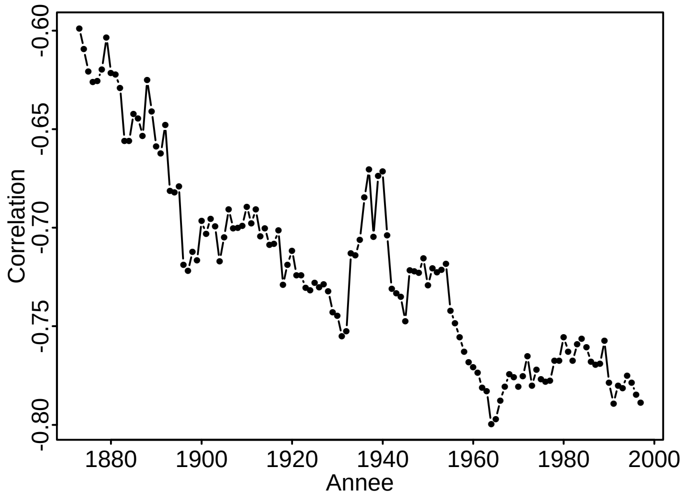

FIG. 6: *Évolution de la corrélation croisée et sans décalage entre la pression et la température moyennes d'hiver.*

1.2 Prédictibilité interannuelle

Nous nous intéressons maintenant aux séries annuelles agrégeant les moyennes mensuelles d'hiver (décembre à mars) en une seule valeur moyenne afin de comparer le comportement à plus long terme des séries de pression. Les figures 7 et 8 présentent le spectre, la fonction d'autocorrélation et la variance empirique agrégée de ces séries annuelles de pressions hivernales. Pour la pression en Islande, le spectre n'est pas "plat" comme on l'attendrait pour un phénomène associé à un bruit blanc mais croît pour les faibles fréquences. L'autocorrélation décroît rapidement avec le décalage mais révèle des persistances de même signe jusqu'à 10 ans. La variance empirique d'un échantillon de n années successives (variance agrégée) décroît plus lentement que la fonction $1/n$ attendue pour la moyenne d'un bruit blanc ou de celle d'un processus à courte dépendance (AR1). Ces résultats ont conduit Stephenson et col. (2000) à suggérer que la série des indices de NAO l'hiver présente une longue dépendance caractérisée par un exposant de Hurst de 0,64. Cet exposant prend ses valeurs entre 0,5 correspondant à l'absence de longue dépendance et 1. Différentes méthodes d'estimation sont décrites par Beran (1994). Ce comportement se retrouve dans de nombreux autres phénomènes naturels (débits de rivières) ou économiques (indices de prix). Il sera intéressant d'étudier si cette propriété de longue dépendance peut être modélisée et aider à la prévision de la série.

La comparaison avec la même série des pressions en Australie est instructive (figure 8). Contrairement à NAO, le spectre reste plat aux basses

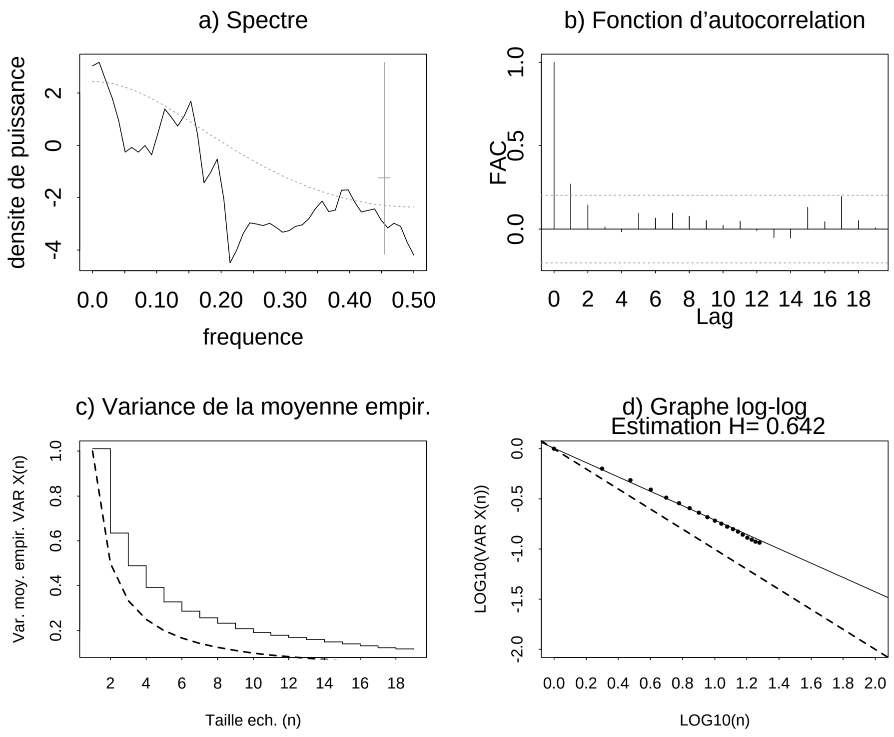

FIG. 7: *Indicateurs de longue dépendance de la série des moyennes hivernales en Islande. Dans chacune des figure, la courbe en pointillés correspond à la courte dépendance : a) le spectre d'un AR(1), b) l'intervalle de confiance à 95% pour la nullité des autocorrélations, c) hyperbole* $1/n$ *et d) en coordonnées logarithmiques.*

fréquences, l'autocorrélation ne persiste pas avec le décalage, et la variance agrégée décroît bien comme $1/n$.

2 ACP des séries lissées

Les moyennes mensuelles de la pression en Islande et celles de la température en Angleterre ont été considérées dans la section précédente comme des observations de processus aléatoires réels et représentées par des séries chronologiques. Ces données peuvent également être considérées comme des observations discrétisées d'un processus aléatoire $(\mathbf{X}_i)_{i\in\mathbb{Z}}$ à valeurs dans un espace fonctionnel. Supposons que n trajectoires $\mathbf{x}_i$, $i = 1, \ldots, n$ du processus ont été mesurées en p instants de discrétisation $\{t_1, t_2, \ldots, t_p\}$. Ainsi, les données peuvent être rangées dans une matrice $\mathbf{X}$ d'éléments : $x_{ij} = \mathbf{x}_i(t_j)$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, p$.

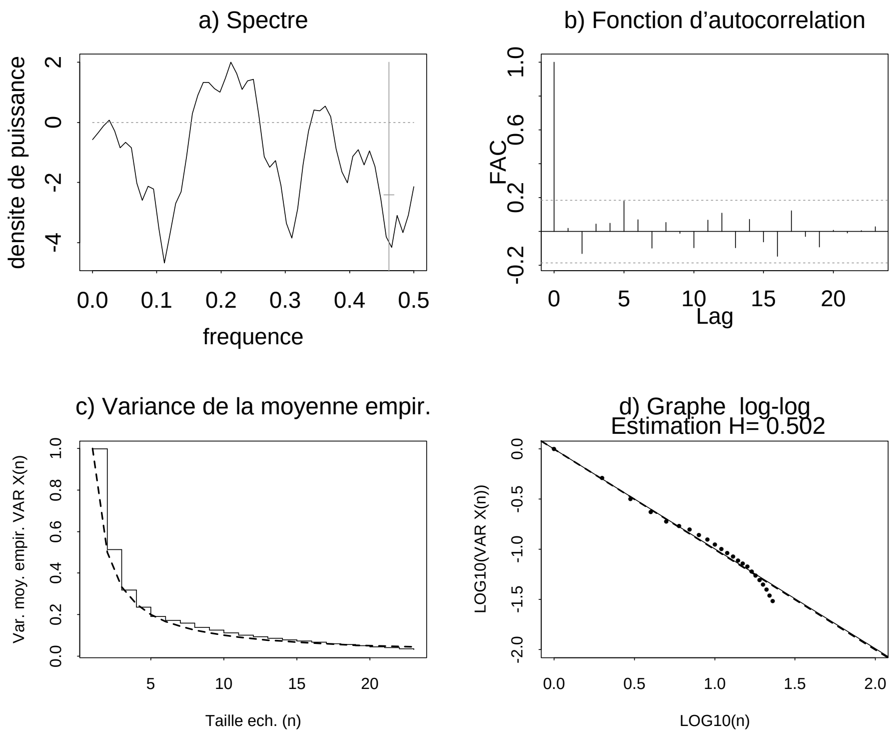

FIG. 8: *Indicateurs de longue dépendance de la série des moyennes hivernales en Australie. Dans chacune des figure, la courbe en pointillés correspond à la courte dépendance : a) le spectre d'un AR(1), b) l'intervalle de confiance à 95% pour la nullité des autocorrélations, c) hyperbole* $1/n$ *et d) en coordonnées logarithmiques.*

Nous nous intéressons à l'analyse en composantes principales de ces données fonctionnelles. Différentes approches ont été proposées (Ramsay et Siverman, 1997 pour une revue) pour construire un estimateur des éléments propres. Elles reposent, la plupart du temps, sur l'hypothèse que les trajectoires $\mathbf{x}_i$, $i = 1, \ldots, n$ présentent des propriétés de régularité et que les observations $\mathbf{x}_i(t_j)$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, p$ sont bruitées aux points de mesures. Une approche récente (Besse et col., 1997) consiste à intégrer les contraintes de régularité sur les trajectoires dans le problème de réduction de la dimension de l'espace qui les contient. Plus précisément, le paramètre de lissage et la dimension sont sélectionnés simultanément par minimisation d'un critère lié à la qualité de l'espace estimé.

2.1 Lissage optimal

Afin d'étudier conjointement les deux processus (de pression et de température) et de mettre en évidence leur liaison, nous proposons une approche similaire à celle de Besse et col. (1997) mais décomposée en deux étapes. Elle consiste à réaliser dans un premier temps une approximation non paramétrique des trajectoires des processus puis à estimer les éléments propres. Cette approche nécessite de préciser les valeurs de deux paramètres de lissage correspondant aux deux processus. Le principe adopté dans ce travail a pour but de maximiser la corrélation entre les processus. Intuitivement, il s'agit d'extraire la partie régulière des trajectoires du processus la plus en relation avec l'autre processus.

Dans la pratique, l'approximation non paramétrique est un lissage des séries $\{X_k; k = 1, \ldots, T = p \times n\}$ et $\{Y_k; k = 1, \ldots, T = p \times n\}$ centrées : les moyennes climatiques sont retranchées afin d'éliminer la forte composante saisonnière. Le lissage par la méthode du noyau a été utilisé car mieux adapté à des longues séries que le lissage spline. Les paramètres de lissage δ et ℓ sont obtenus en maximisant la corrélation linéaire et sans décalage $\rho(\delta, \ell)$ des deux séries lissées centrées.

Le tableau 1 présente un extrait des valeurs du critère $\rho(\delta, \ell)$ calculé en faisant varier les paramètres de lissage. Celui-ci exhibe un optimum global. Les valeurs des paramètres $\delta = 1.8$ et $\ell = 2.0$ sont alors retenues.

L'ACP des tableaux $\mathbf{X}_Y^\ell$ et $\mathbf{X}_X^\delta$, contenant respectivement les données lissées de température $Y_k^\ell, k = 1, \ldots, T$ et celles de pression $X_k^\delta, k = 1, \ldots, T$, sont présentées dans les sections suivantes. Les résultats obtenus sont comparés à ceux de l'ACP classique des données brutes.

2.2 ACP de courbes de température

L'ACP des données brutes, qui apparaissent très bruitées, ne présente que peu d'intérêt. La décroissance des valeurs propres (cf. figure 9) est très lente, seul le premier vecteur propre, un peu trivial, semble fiable. L'axe as-

TAB. 1: *Corrélation des séries en fonction des paramètres de lissage h et l.*

$\ell \backslash \delta$	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
1.6	0.547	0.542	0.533	0.524	0.514	0.504
1.8	0.549	0.548	0.543	0.537	0.529	0.521
2.0	0.549	0.550	0.548	0.544	0.538	0.531
2.2	0.545	0.549	0.549	0.548	0.544	0.538
2.4	0.540	0.547	0.549	0.549	0.546	0.543
2.6	0.534	0.543	0.547	0.548	0.547	0.545

socié (effet taille) distingue entre années chaudes et années froides. Lorsque l'ACP est combinée à un lissage, d'autres axes apparaissent comme pertinents dans la décomposition (figure 9). Compte tenu de la forme particulière des vecteurs propres, celle-ci ressemble beaucoup à une décomposition en série de Fourier. Cela signifie, qu'une fois lissée, la série centrée se comporte approximativement comme un processus stationnaire à accroissements indépendants avec décalage à l'origine.

La représentation des individus dans l'ACP des courbes de température mensuelle (figures 10 et 11) révèle la tendance déjà signalée et amplement médiatisée : la majorité des 25 dernières années apparaissent parmi celles qui sont en moyenne plus chaudes (Axe 1). Le plan (2,3) de cette même ACP apporte des résultats plus originaux. Il attribue principalement ce "réchauffement" moyen aux hivers. En effet, les 25 dernières années se projettent dans le demi-plan associé à des hivers plus doux que la moyenne générale.

2.3 ACP de courbes de pression

L'étude des courbes annuelles de pression conduit aux mêmes conclusions quant à l'intérêt de lisser les données. Du fait de leur plus forte perturbation, le lissage doit être plus important. La comparaison des deux analyses révèle quelques différences dans la structure de corrélation (premier vecteur propre) : les mois les plus corrélés sont juillet, août, septembre, pour les températures et février, mars, avril, pour les pressions. Les vecteurs propres suivants sont très similaires.

Ces ACP ne sont qu'une première approche, d'autres pistes sont en cours d'investigation pour mettre en relation les aspects fonctionnels des séries climatiques comme, par exemple, l'analyse canonique incluant une contrainte de régularité sur les facteurs canoniques (voir Leurgans et col., 1993). L'objectif est alors de décomposer les séries en deux composantes, l'une révélant la partie corrélée du signal, l'autre son complémentaire.

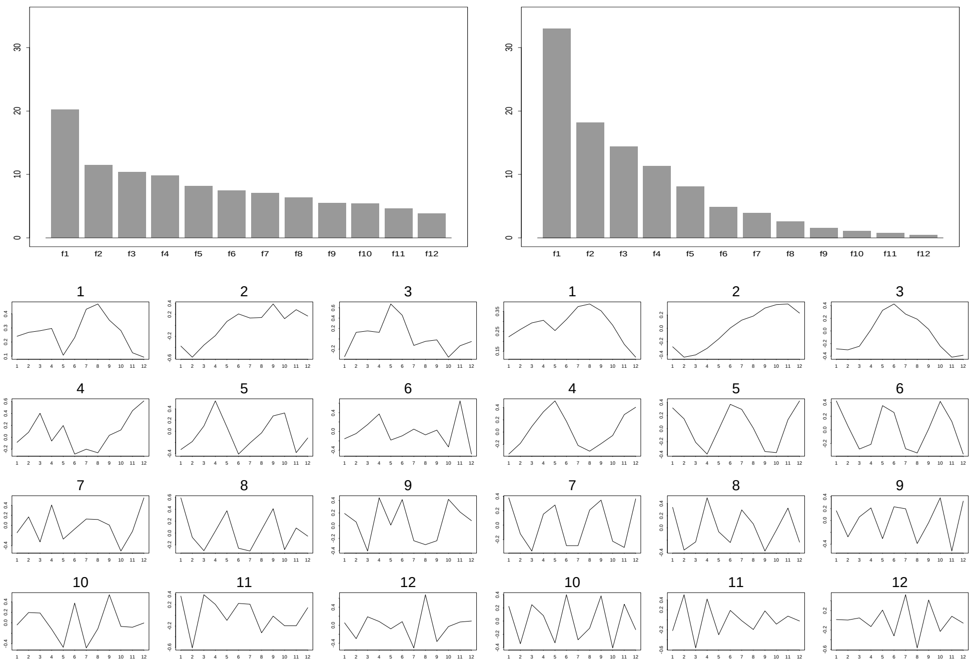

FIG. 9: *Éboulis des valeurs et fonctions propres de l'ACP des tableaux des données brutes (à gauche) et lissées (à droite) de température.*

3 Minima des températures hivernales journalières en Angleterre

Une mise en relation de la série des températures en Angleterre et de la série des pressions en Islande a été effectuée dans la section précédente en terme de valeurs "centrales", en faisant usage de l'ensemble des deux séries. Cette liaison peut également être envisagée en terme de valeurs "extrêmes", l'objectif étant alors de répondre à des questions du type : la pression en Islande influe-t-elle sur la distribution des températures minimales en Angleterre? Ce point de vue nécessite un recours à d'autres modèles, relevant de la théorie des valeurs extrêmes.

3.1 Modélisation

À la base de toute modélisation des valeurs extrêmes se trouve l'hypothèse fondamentale d'existence d'un domaine d'attraction, présentée ici dans le cadre univarié et pour les maxima : étant donné un échantillon $X_1, \ldots, X_n$ de fonction de répartition F, on suppose qu'il existe des suites réelles $(a_n)_n$, $(b_n)_n$, avec $a_n > 0$, et une fonction de répartition non dégénérée

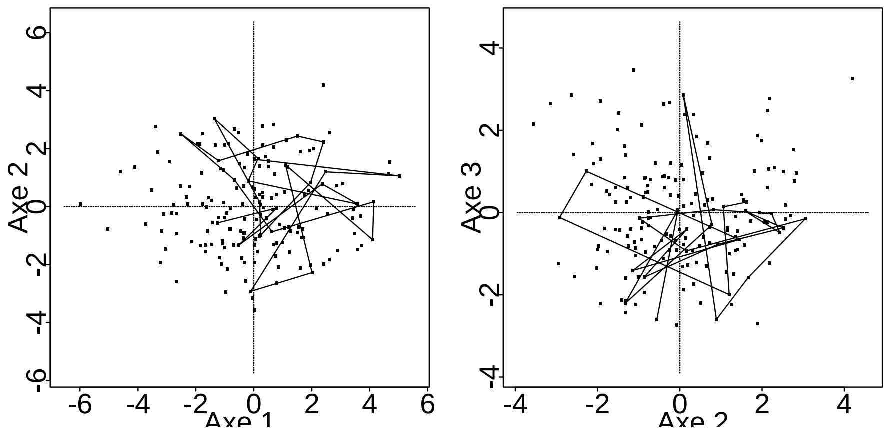

FIG. 10: *Représentation des individus sur les deux premiers plans de l'ACP des courbes annuelles lissées de température. La ligne brisée relie les 25 dernières années.*

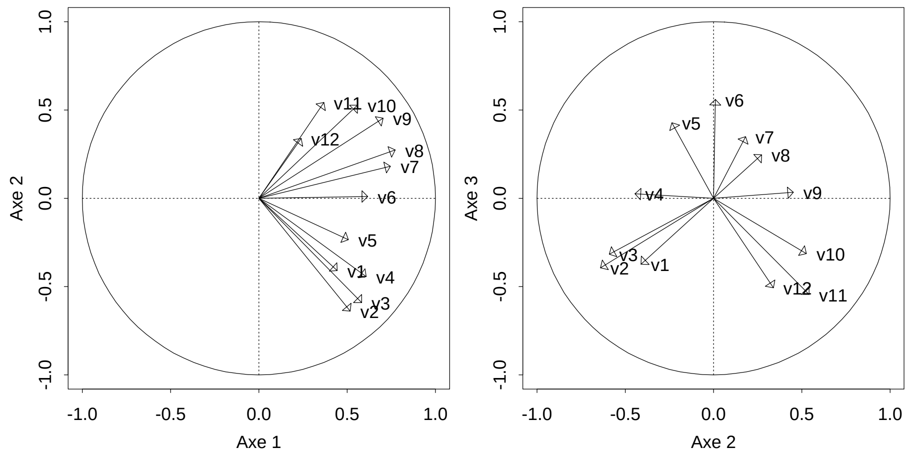

FIG. 11: *Représentation des variables (les mois) de l'ACP des courbes annuelles lissées de température.*

G telles que

$$P\left(\max_{i=1,\ldots,n} X_i \leq a_n x + b_n\right) = F^n(a_n x + b_n) \xrightarrow[n\to\infty]{} G(x). \qquad (5)$$

On dit alors que F appartient au *domaine d'attraction* de G. L'équation (5) entraine (Fisher & Tippett (1928), Von Mises (1954), Jenkinson (1955)) que G est du type suivant :

$$G(x) = \exp\left\{-[1+\xi\,(x-\mu)/\sigma]^{-1/\xi}\right\},$$

pour tout x tel que $1+\xi(x-\mu)/\sigma > 0$, les paramètres $\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$ et $\xi \in \mathbb{R}$ étant respectivement des paramètres de localisation, d'échelle et de forme. De telles distributions sont appelées *distributions de valeurs extrêmes*, et leur forme diffère suivant le signe de ξ : si $\xi > 0$, les queues de la distribution sont de type *Fréchet*, à décroissance polynomiale. Si $\xi < 0$, la distribution, de type *Weibull*, admet une borne supérieure du support finie $\mu - \sigma/\xi$, et est par suite à queues courtes. Enfin, le cas $\xi = 0$ (cas limite lorsque $\xi \to 0$) est le type *Gumbel*, représentant les queues à décroissance exponentielle. Sous l'hypothèse de l'existence d'un domaine d'attraction, différentes méthodes de modélisation du comportement des valeurs extrêmes ont été proposées dans la littérature, faisant appel à la structure particulière des distributions des extrema (voir par exemple Smith, 1989, ou Coles & Tawn, 1991). Si l'estimation de cette loi peut être abordée dans une première approche en utilisant les maxima sur une période de temps fixée, une alternative beaucoup plus efficace consiste à ajuster sur les observations dépassant un certain seuil un processus de Poisson non homogène d'intensité caractérisée par les trois paramètres μ, σ et ξ (voir Smith, 1989, ou Davison & Smith, 1990) : l'équation (5) équivaut en effet à la convergence du processus ponctuel $\{(i/(n+1), X_i), i = 1, \ldots, n\}$ dans des régions de la forme $(s,t) \times (u, +\infty)$ vers un processus de Poisson non homogène d'intensité

$$\Lambda\left\{(s,t) \times (u, +\infty)\right\} = (t-s)(1+\xi\,(x-\mu)/\sigma)^{-1/\xi}.$$

Le comportement des observations dépassant un certain seuil u peut ainsi être modélisé, l'ajustement se faisant par exemple par maximisation de la vraisemblance du processus ponctuel.

Les résultats asymptotiques standards motivant cette méthode supposent des séries d'observations indépendantes et stationnaires. Le contexte environnemental dans lequel nous nous trouvons ici rend ces hypothèses fortement improbables ; différents types de dépendance sont à prévoir, comme une non-stationnarité, pouvant inclure tendance et saisonnalité, et une dépendance temporelle à court terme et à long terme.

En vue de pallier le problème de non-stationnarité, nous examinerons le comportement des températures hivernales en Angleterre, entre le 1er décembre et le 31 mars, après suppression d'une tendance linéaire estimée à 0.67°C sur l'ensemble de la série. Signalons l'existence de résultats asymptotiques concernant les maxima de processus ayant des formes spécifiques de non-stationnarité (voir par exemple Leadbetter, Lindgren & Rootzen, 1983), toutefois difficiles à utiliser en pratique, lorsque la forme de la non-stationnarité est inconnue. Une façon usuelle de procéder consiste à incorporer la non-stationnarité dans la structure même des paramètres : ainsi, la prise en compte d'un changement dans la variabilité des extrêmes est rendue possible en considérant un paramètre d'échelle σ de la forme $\sigma = \sigma(t) = \alpha + \beta t$. L'introduction de cette dépendance linéaire au niveau des différents paramètres μ, σ et ξ n'ayant quasiment pas modifié les résultats, nous n'avons pas retenu ce modèle pour la suite.

Le deuxième type de dépendance fondamental à considérer est celui de la dépendance temporelle à court et long terme. Les méthodes de valeurs extrêmes étant relativement robustes en cas de faible dépendance à long-terme (voir par exemple Leadbetter, Lindgren & Rootzen, 1983), nous négligerons cette dépendance dans le cadre de cette première approche. La dépendance à court-terme constitue quant à elle une évidence : les températures en-dessous d'un certain seuil ont tendance à être groupées, formant des "zones de froid" à l'intérieur desquelles la dépendance est importante. Même si de nouvelles approches de modélisation de cette dépendance à l'aide de chaînes de Markov (voir par exemple Bortot & Tawn, 1999), ont été proposées, elles font encore l'objet de recherches. La principale approche utilisée en pratique pour l'étude de maxima consiste à identifier des groupes d'observations au-dessus d'un certain seuil pouvant être considérés comme indépendants, et à ne conserver que le maximum sur chaque groupe. Deux groupes seront considérés comme indépendants s'ils sont séparés par un nombre "suffisant" de jours, définissant un *intervalle de classe* (Smith, 1989). L'examen de différents intervalles de classe d'une part, et de différents seuils d'autre part [7], a été effectué, conduisant à retenir un intervalle de classe de 4 jours, ainsi que la valeur seuil de 0° C, au-delà de laquelle une relative stabilité des estimations des paramètres de la loi extrême a pu être constatée (voir figure 12). Cette valeur présente de plus une connotation naturelle de seuil physique.

3.2 Évolution temporelle

L'utilisation des données de températures hivernales détendancialisées entre l'hiver 1799-1800 et l'hiver 1997-1998 a conduit, après un ajustement du processus ponctuel des observations dépassant 0 comme décrit dans la section précédente, à un comportement de l'opposé du minimum de température sur un hiver en Angleterre de type *Weibull* ($\xi < 0$). L'étude de ce comportement a été successivement réalisée en considérant la série des

7. Nous remercions S. Coles pour la mise à disposition de ses programmes Splus, sur le site http://www.maths.lancs.ac.uk/ coless.

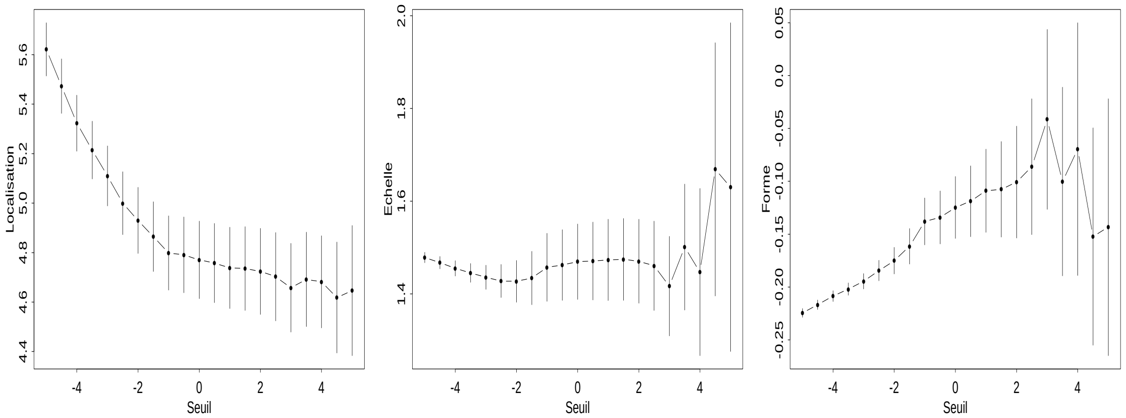

FIG. 12: *Estimations par maximum de vraisemblance des paramètres* μ, σ *et* ξ *en fonction du seuil, avec les intervalles de confiance correspondant à* ± 1.96 *fois les erreurs standardisées.*

températures sur les deux siècles, puis sur le 19ème siècle et sur le 20ème siècle. Les différentes valeurs des paramètres obtenus sont regroupées dans le tableau 2, qui présente également la valeur estimée de la borne supérieure du support $\mu - \sigma/\xi$. Dans chacun des cas, le quantile d'ordre $1-p$ de la fonction de répartition extrême, soit $x_p = G^{-1}(1-p)$, appelé *niveau retour*, a été estimé et est représenté en fonction de sa période retour $-1/\log(1-p)$ (figure 13), définie comme le temps moyen d'attente entre 2 dépassements successifs de x_p par le processus de Poisson.

L'étude faite siècle par siècle tend à révéler une évolution de la distribution des minima entre le 19ème et le 20ème siècle. La figure 14 permet de vérifier la relative qualité de l'ajustement du modèle, à l'aide du graphe des quantiles.

3.3 Influence de NAO

Afin de mesurer l'influence de la pression en Islande sur le comportement des minima de températures hivernales en Angleterre, les observations journalières de température ont été scindées en deux groupes, l'un correspondant aux jours "à forte pression" en Islande, et l'autre aux jours "à faible pression". La pression est dite "forte" lorsqu'elle est supérieure à la médiane des moyennes de pressions sur un hiver. Notons ici que l'étude est faite en utilisant les données de l'hiver 1823-1824 à l'hiver 1996-1997, période pour laquelle des pressions mensuelles étaient disponibles. L'estimation du niveau retour pour les opposés des minima de températures hivernales en Angleterre entre 1823 et 1997, effectuée en partitionnant ainsi les observations en deux groupes à "forte" et " faible" pression, a conduit aux résultats illustrés

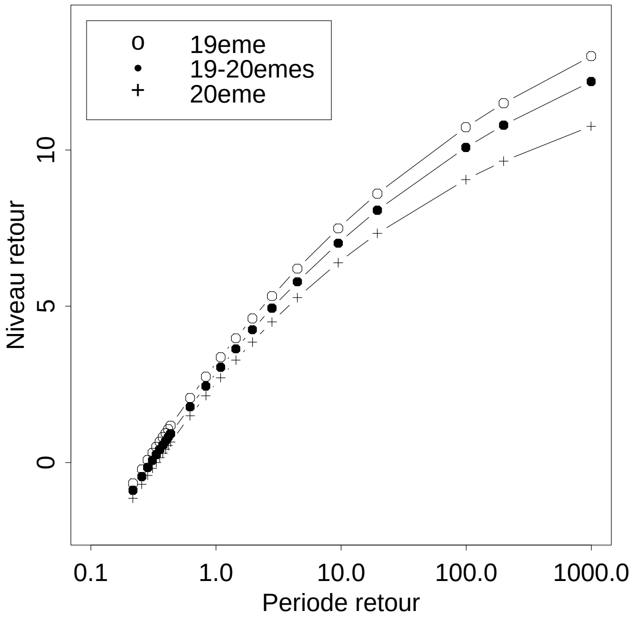

FIG. 13: *Graphe des estimations des niveaux retour pour les opposés des minima de températures hivernales en Angleterre, au 19ème siècle, au 20ème siècle, et sur les deux siècles.*

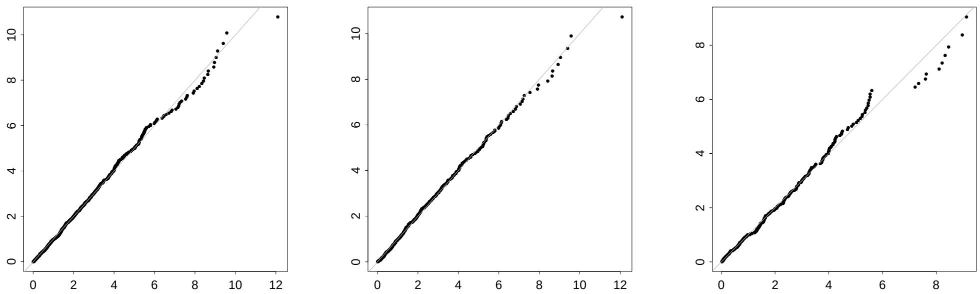

FIG. 14: *Diagnostic graphique des ajustements par la méthode du seuil ayant conduit à la* figure 13 *: de gauche à droite, graphe des quantiles pour les 2 siècles, le 19ème et le 20ème siècles.*

TAB. 2: *Estimations par maximum de vraisemblance des paramètres de la distribution de valeurs extrêmes, utilisées pour les figures* 13, 15 *et* 16, *et estimation de la borne supérieure du support de la loi de Weibull obtenue. L'erreur standardisée associée est donnée entre parenthèses.*

	μ	σ	ξ	$\mu - \sigma/\xi$
Figure 13				
19-20èmes	2.857 (0.138)	2.181 (0.072)	-0.152 (0.033)	17.206
19ème	3.17 (0.2)	2.248 (0.1)	-0.144 (0.046)	18.781
20ème	2.532 (0.189)	2.089 (0.1)	-0.181 (0.05)	14.073
Figure 15				
Basses pressions	0.372 (0.159)	2.224 (0.194)	-0.236 (0.065)	9.796
Fortes pressions	1.999 (0.174)	2.536 (0.122)	-0.166 (0.044)	17.276
Figure 16				
Basses pressions (19ème)	0.499 (0.193)	1.819 (0.229)	-0.077 (0.109)	24.122
Fortes pressions (19ème)	2.410 (0.281)	2.747 (0.183)	-0.196 (0.059)	16.425
Basses pressions (20ème)	0.205 (0.286)	2.899 (0.399)	-0.471 (0.106)	6.36
Fortes pressions (20ème)	1.680 (0.218)	2.336 (0.162)	-0.152 (0.07)	17.048

figure 15.

Le modèle ajusté aurait tendance à refléter une différence de comportement des minima de températures suivant la pression, avec notamment une concavité plus marquée de la courbe correspondant aux basses pressions. Un tel phénomène peut ne pas sembler étonnant, les périodes anticycloniques étant généralement propices à des froids plus marqués. La même analyse effectuée en considérant séparément les 19ème et 20ème siècles apporte les résultats illustrés par la figure 16.

Le changement de comportement des opposés des minima de températures évoqué plus haut entre le 19ème et le 20ème semblerait par ces ajustements être principalement dû au sous-groupe correspondant aux "basses pressions", avec une augmentation très marquée de la concavité de la courbe des niveaux retour. Notons toutefois que l'examen des graphes des quantiles amène à conclure que si l'ajustement de ce modèle sur les données des deux siècles peut sembler relativement satisfaisant, il est de moins bonne qualité lorsque les deux siècles sont ajustés séparément. Néanmoins, sans se focaliser sur la précision des estimations des paramètres, il est possible de considérer comme fiables les tendances affichées.

L'analyse de l'influence de la pression en Islande sur les minima de températures hivernales en Angleterre effectuée ici n'est certes qu'une première approche du problème. Le recours aux modèles bivariés de valeurs extrêmes semble beaucoup plus prometteur (voir par exemple de Haan & de Ronde, 1998, de Haan & Sinha, 1999, ou Capéraà & Fougères, 2000), permettant une étude précise de la dépendance entre pressions extrêmes en Islande et

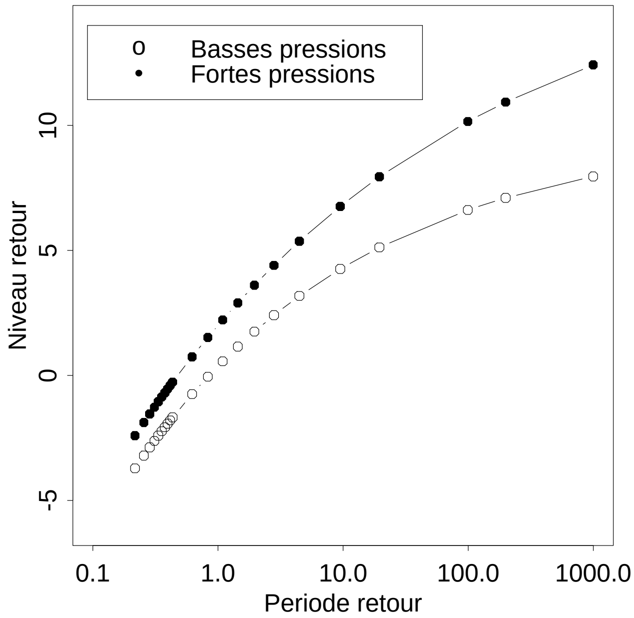

FIG. 15: *Graphe des estimations des niveaux retour pour les opposés des minima de températures hivernales en Angleterre, sur les deux siècles, correspondant aux jours à "forte" ou à "faible" pression en Islande.*

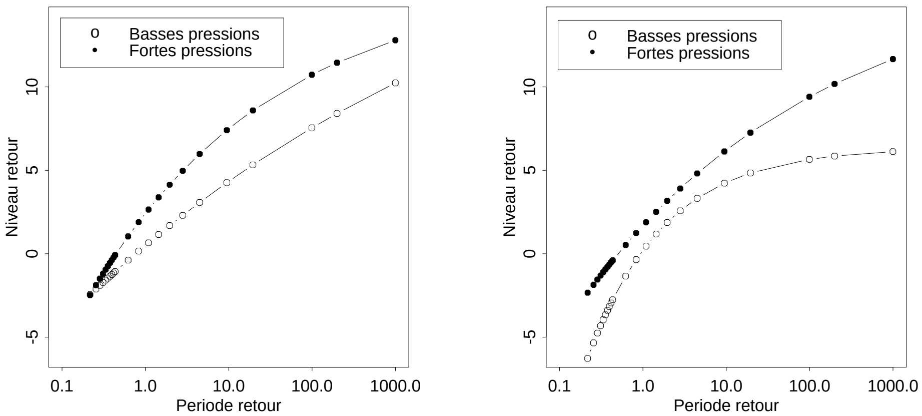

FIG. 16: *Graphe des estimations des niveaux retour pour les opposés des minima de températures hivernales en Angleterre, au 19ème siècle à gauche, et au 20ème siècle à droite, correspondant aux jours à "forte" ou à "faible" pression en Islande.*

températures extrêmes en Angleterre. Ceci nécessite l'obtention des données journalières de pression, et fera prochainement l'objet d'une étude. D'autres méthodes d'analyse plus fines pourront être mises en œuvre, comme celles de Ledford & Tawn (1997, 2000) et Coles, Currie & Tawn (1999).

Conclusion

L'observation d'une tendance au réchauffement du climat est un phénomène qui est largement médiatisé, nous le retrouvons ici aussi lors du premier examen des données. De façon plus précise ce travail, par l'utilisation de techniques statistiques récentes, révèle des aspects moins triviaux de l'évolution climatique.

- Les comportements des fonctions d'autocorrélation des différentes séries rendent sceptique vis à vis de leur prédictibilité saisonnière. Néanmoins, les enjeux liés à la prévision sont tels que cet objectif ne peut être abandonné sans étude plus approfondie prenant notamment en compte les propriétés de longue dépendance.

- Nous avons noté un accroissement de la corrélation entre les deux séries de pression et de température. S'explique-t-il par un accroissement de l'effet de NAO sur l'évolution des températures ou plus simplement par un renforcement de NAO associé à une plus grande variance de ce phénomène? Les données étudiées, trop agrégées, ne permettent pas de décider. Ceci nécessite l'étude des distributions des séries journalières de pression.

- Les analyses multidimensionnelles montrent que l'élévation des températures moyennes mensuelles est plus sensible l'hiver. Elles correspondent donc à une évolution vers des hivers plus doux.

- Ceci est confirmé par les différences de comportement des valeurs extrêmes entre les deux siècles. Des hivers très rigoureux semblent de moins en moins probables.

Il ne nous appartient pas d'avancer des hypothèses de nature climatique susceptibles d'expliquer les observations précédentes. L'impact de NAO sur les extrêmes de température semble établi. Une augmentation antropogénique du taux de CO2 provoque-t-elle un réchauffement engendrant une activité atmosphérique plus intense (Wanner, 1999) et donc un plus fort NAO? L'évolution de NAO n'est-elle que l'errance d'un processus à longue dépendance liée à des périodes plus ou moins longues de réchauffement ou glaciation (Stephenson et al. 2000)? Les séries sont trop courtes pour trancher avec assurance alors que les conséquences politiques et écologiques d'une telle décision sont de première importance.

En revanche, ce travail montre l'intérêt d'étudier plus finement le comportement des lois des valeurs extrêmes des séries considérées et les évènements climatiques de la fin de l'année 1999 en soulignent même l'importance. Aussi, l'étude sera-t-elle étendue à des séries journalières de vent et de précipitation conjointement à des séries journalières de pression afin d'expliciter une approche bidimensionnelle des phénomènes climatiques extrêmes.

Références

Beran, J. (1994). *Statistics for Long-Memory Processes*, Chapman & Hall.

Besse, P., Cardot, H. & Ferraty, F. (1997). Simultaneous non-parametric regressions of unbalanced longitudinal data, *Computational Statistics & Data Analysis*, **24**, 255-270.

Besse, P., Cardot, H. & Stephenson, D. (2000). Autoregressive forecasting of some functional climatic variations, *Scandinavian Journal of Statistics*, à paraître.

Bortot, P. & Tawn, J. A. (1999). Models for the extremes of Markov chains, *Biometrika*, à paraître.

Capéraà, P.& Fougères, A.-L. (2000). Estimation of a bivariate extreme value distribution, soumis.

Coles, S. G. & Tawn, J. A. (1991). Modelling multivariate extreme events, *J. R. Statist. Soc.* B, **53**, 377-92.

Coles, S. G., Currie, J. & Tawn, J. A. (1999). Dependence measures for extreme value analyses, soumis.

Davison, A. C. & Smith, R. L. (1990). Models for exceedances over high thresholds (with discussion). *J. R. Statist. Soc.* B, **52**, 393-442.

Dixon, M.J. & Tawn, J.A. (1999). The effect of non-stationarity on extreme sea-level estimation, *Appl. Statist.*, **48**, 135-151.

Fisher, R. A. & Tippett, L. H. C. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proc. Camb. Phil. Soc.* **24**, 180-90.

de Haan, L. & de Ronde, J. (1998). Sea and wind: Multivariate extremes at work, *Extremes*, **1**, 7-45.

de Haan, L. & Sinha, A. K. (1999). Estimating the probability of a rare event, *Ann. Statist.*, **27**, 732-759.

Hurrell, J. W. (1995). Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: regional temperatures and precipitations, *Science*, **269**, 676-679.

Hurrell, J. W. (1996). Influence of variations in extratropical wintertime teleconnections on Northern hemisphere temperature, *Geo. Res. Lett.*, **23**, 665-668.

Jenkinson, A. F. (1955). The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Q. J. Roy. Meteorol. Soc.* **87**, 158-171.

Jones, P., Horton, B., Folland, C. K., Hulme, M., Parker, D., & Basnett, (1999). The use of indices to identify changes in climatic extremes. *Climatic Change*, **42**, 131-149.

Leadbetter, M. R., Lindgren, G. & Rootzén, H. (1983). *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Series*, Springer Verlag, New York.

Ledford, A. W. & Tawn, J. A. (1997). Modelling dependence within joint tail regions, *J. R. Statist. Soc.* B, **59**, 475-99.

Ledford, A. W. & Tawn, J. A. (2000). Diagnostics for dependence within time-series extremes, Soumis.

Leurgans, S. E., Moyeed, R. A. & Silverman, B. W. (1993). Canonical correlation analysis when the data are curves, *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, **55**, 725-740.

van Loon, H. & Rogers, J. C. (1978). The seasaw in Winter temperatures between Greenland and Northern Europe. Part I: general description, *Mon. Weather Rev.* B, **106**, 296-310.

Manley, G. (1974). Central England Temperatures: monthly means 1659 to 1973, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **100**, 389-405.

Mises, R., von (1954). La distribution de la plus grande de n valeurs. *Selected papers*, Vol. II, p. 271-294. Providence, R. I.: Amer. Math. Soc.

Parker, D. E., Legg, T. P. & Folland, C. K. (1992). A new daily Central England Temperature Series, 1772-1991, *Int. J. Clim.*, **12**, 317-342.

Ramsay, J. & Silverman, B. W. (1997). *Functional Data Analysis*, Springer-Verlag.

Smith, R. L. (1989). Extreme value analysis of environmental time series: An application to trend detection in Ground-Level Ozone, *Statist. Sc.*, **4**, 367-393.

Stephenson, D. B., Pavan, V. & Bojarriu, R. (2000). Is the North Atlantic Oscillation a random walk?, *Int. J. Climatology*, à paraître.

Teisserenc de Bort, M.M. (1883). Étude sur l'hiver de 1879-80 et recherches sur l'influence de la position des grands centres d'action de l'atmosphère dans les hivers anormaux, *Ann. de la Soc. Météor. de France*, **31**, 70-79.

Walker, G. T. (1924). Correlations in seasonal variations of weather IX, *Mem. Indian Meteorol. Dept.* B, **24**, 275-332.

Wanner, H. (1999). Le balancier de l'Atlantique nord, *La Recherche*, **321**, 72-73.