

Introduction aux probabilités

1 Formule de Poincaré.

- 1) Soit A et B deux événements aléatoires avec $P(A)=1/2$ et $P(B)=1/4$. Déterminer $P(A \cup B)$ lorsque A et B sont incompatibles puis lorsque $P(A \cap B) = 1/3$.
- 2) Soit A et B deux événements aléatoires. Donner un encadrement de $P(A \cup B)$ et $P(A \cap B)$ lorsque $P(A) = 1/2$ et $P(B) = 1/4$.
- 3) 4 marins ivres regagnent de nuit leur bateau. Quelle est la probabilité qu'aucun d'eux ne couche dans son propre hamac?

2 Calculs de probabilités dans le modèle uniforme

- 1) Dans un tiroir se trouvent 3 paires de gants noirs et 2 paires de gants blancs, tous de même taille. Quelle est la probabilité de sortir une paire de gants mettables en tirant au hasard 2 gants du tiroir?
- 2) On tire au hasard 5 cartes dans un jeu de 52. Quelle est la probabilité que les 5 cartes soient d'une même couleur?
- 3) On jette 3 dés non pipés. Calculer la probabilité
 - a) d'avoir au moins un 6,
 - b) d'avoir exactement un 6,
 - c) d'avoir au moins 2 faces identiques,
 - d) que la somme des points des 3 faces soit paire.
- 4) Au comptoir d'un saloon, il y a 7 places alignées. 3 cowboys arrivent pour boire un verre. Quelle est la probabilité qu'ils ne s'assoient pas côte à côte?
- 5) Dans un jeu de 32 cartes, un tricheur remplace une autre carte que l'as de coeur par un second as de coeur. Un joueur prend au hasard 3 cartes du jeu. Quelle est la probabilité qu'il s'aperçoive que le jeu est truqué?
- 6) Un savant fou permute au hasard les 100 livres de sa bibliothèque. Quelle est la probabilité que les livres 1 et 2 se retrouvent côte à côte dans le bon ordre?
- 7) On considère des dés non pipés. Est-il plus probable d'obtenir au moins une fois un 6 en jetant 4 fois un dé, ou d'obtenir au moins une fois le double 6 en jetant 24 fois deux dés?
- 8) On considère une année non bissextile. Quelle est la probabilité pour que n personnes prises au hasard aient toutes leur anniversaire des jours différents? Calculer cette probabilité lorsque n vaut 8. Trouver n pour que cette probabilité soit $< \frac{1}{2}$.