Université Paul Sabatier
Année 2003-2004
1ère Année de Licence

TD1- Rudiment sur les ensembles

1 Ensemble des parties-Inclusion-Appartenance

1) Soit l'ensemble $\mathbb{N}$ et l'ensemble $\mathcal{P}(\mathbb{N})$. Remplacer les pointillés par l'un des symboles $\in, \subset$, ou $\notin$.

$$2 \ldots \mathbb{N} \ ; \ 2 \ldots \mathcal{P}(\mathbb{N}) \ ; \ \{2\} \ldots \mathcal{P}(\mathbb{N}).$$

$$\{2,4,6\} \ldots \mathbb{N} \ ; \ \{2,4,6\} \ldots . \mathcal{P}(\mathbb{N}).$$

2) Soit E un ensemble à deux éléments :
$E = \{a, b\}$,
et F un ensemble à quatre éléments :
$F = \{d, e, f, g\}$. Décrire totalement l'ensemble des parties de E, noté $\mathcal{P}(E)$, et l'ensemble des parties de F, noté $\mathcal{P}(F)$.
Dire combien d'éléments ont chacun de ces deux ensembles de parties.

3) Soient E et F deux ensembles.

   a) Montrer que $E \subset F$ équivaut à $\mathcal{P}(E) \subset \mathcal{P}(F)$.
   b) En déduire que $E = F$ équivaut à $\mathcal{P}(E) = \mathcal{P}(F)$.

4) Soit C l'ensemble des étudiants du groupe. On note C_1 le sous-ensemble de ceux qui ont un ordinateur à la maison, C_2 le sous-ensemble de ceux qui habitent Toulouse, F le sous-ensemble des filles et G le sous-ensemble des garçons.

   Que signifie (en français !!) :

$$F \subset C_2 \ ; \quad \text{non } [C_1 \subset G].$$

5) Soit E l'ensemble des fonctions continues sur les réels. On note

$$A = \{f \in E \text{ telle que } f(0) = 0\}.$$

Traduire $g \notin A$.

2 Union-Intersection

1) Soit A et $B \in \mathcal{P}(E)$; comparer

$$\mathcal{P}(A \cup B) \text{ et } \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B),$$

$$\mathcal{P}(A \cap B) \text{ et } \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B).$$

2) On reprend l'exercice 4) de la Section précédente. Que signifie

$$C_1 \cap F \neq \emptyset \ ; \ C_2 \cup G = C \ ; \ C_1 \cap C_2 \subset G \ ?$$

3) Montrer que

$$A \cup B = A \cap C \text{ équivaut à : } B \subset A \text{ et } A \subset C.$$