

TD6 : Test de Wilcoxon et fonction de répartition

Exercice 1

Une classe de 18 élèves a été séparée en deux groupes de 10 et 8 élèves respectivement. Chacun de ces groupes a suivi une formation particulière et, à l'examen final, nous obtenons les notes suivantes dans chacun des groupes :

Groupe 1 : 7.3, 8.1, 9.9, 8.0, 10.7, 2.5, 15.8, 12.6, 5.6, 12.8

Groupe 2 : 5.2, 15.4, 16.4, 14.8, 14.3, 15.3, 10.3, 11.6

Nous souhaitons comparer ces notes afin de déterminer si une formation est meilleure que l'autre.

1. Classer les observations et calculer les rangs.
2. Construire et appliquer un test de Wilcoxon de niveau 5% pour tester si les notes sont similaires contre le fait que le groupe 2 ait eu de meilleurs résultats que le groupe 1.
3. Même question en inversant les groupes.
4. Conclure.

Exercice 2

Nous rappelons que la fonction de répartition d'une variable aléatoire X est l'application $F_X : t \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{P}(X \leq t)$.

1. Calculer la fonction de répartition F_U d'une variable uniforme U sur $[0, 1]$.
2. Si X suit une loi exponentielle de paramètre $\theta > 0$, sa densité est la fonction $p_\theta(x) = \theta e^{-\theta x}$ pour $x > 0$. Calculer la fonction de répartition F_X de X .
3. Quelles sont les fonctions de répartition respectives des variables $X' = -\ln(1 - U)/\theta$ et $U' = 1 - e^{-\theta X}$? En déduire les lois de X' et de U' .
4. Quelle est la fonction de répartition de $V = U^2$? En déduire sa loi en donnant sa densité.

Loi de WILCOXON - Table des seuils
 $P(W(n_1, n_2) \leq w) \leq \alpha$

n1	n2	(\alpha %)			
		5	2.5	1	0.5
1	1	0	0	0	0
1	2	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2
1	3	0	0	0	0
2	3	2	2	2	2
3	3	6	5	5	5
1	4	0	0	0	0
2	4	2	2	2	2
3	4	6	5	5	5
4	4	11	10	9	9
1	5	0	0	0	0
2	5	3	2	2	2
3	5	7	6	5	5
4	5	12	11	10	9
5	5	19	17	16	15
1	6	0	0	0	0
2	6	3	2	2	2
3	6	8	7	5	5
4	6	13	12	11	10
5	6	20	18	17	16
6	6	28	26	24	23
1	7	0	0	0	0
2	7	3	2	2	2
3	7	8	7	6	5
4	7	14	13	11	10
5	7	21	20	18	16
6	7	29	27	25	24
7	7	39	36	34	32
1	8	0	0	0	0
2	8	4	3	2	2
3	8	9	8	6	5
4	8	15	14	12	11
5	8	23	21	19	17
6	8	31	29	27	25
7	8	41	38	35	34
8	8	51	49	45	43

n1	n2	(\alpha %)			
		5	2.5	1	0.5
1	9	0	0	0	0
2	9	4	3	2	2
3	9	10	8	7	6
4	9	16	14	13	11
5	9	24	22	20	18
6	9	33	31	28	26
7	9	43	40	37	35
8	9	54	51	47	45
9	9	66	62	59	56
1	10	0	0	0	0
2	10	4	3	2	2
3	10	10	9	7	6
4	10	17	15	13	12
5	10	26	23	21	19
6	10	35	32	29	27
7	10	45	42	39	37
8	10	56	53	49	47
9	10	69	65	61	58
10	10	82	78	74	71
1	11	0	0	0	0
2	11	4	3	2	2
3	11	11	9	7	6
4	11	18	16	14	12
5	11	27	24	22	20
6	11	37	34	30	28
7	11	47	44	40	38
8	11	59	55	51	49
9	11	72	68	63	61
10	11	86	81	77	73
11	11	100	96	91	87
1	12	0	0	0	0
2	12	5	4	2	2
3	12	11	10	8	7
4	12	19	17	15	13
5	12	28	26	23	21
6	12	38	35	32	30
7	12	49	46	42	40
8	12	62	58	53	51
9	12	75	71	66	63
10	12	89	84	79	76
11	12	104	99	94	90
12	12	120	115	109	105

n1	n2	(\alpha %)			
		5	2.5	1	0.5
1	13	0	0	0	0
2	13	5	4	3	2
3	13	12	10	8	7
4	13	20	18	15	13
5	13	30	27	24	22
6	13	40	37	33	31
7	13	52	48	44	41
8	13	64	60	56	53
9	13	78	73	68	65
10	13	92	88	82	79
11	13	108	103	97	93
12	13	125	119	113	109
13	13	142	136	130	125
1	14	0	0	0	0
2	14	6	4	3	2
3	14	13	11	8	7
4	14	21	19	16	14
5	14	31	28	25	22
6	14	42	38	34	32
7	14	54	50	45	43
8	14	67	62	58	54
9	14	81	76	71	67
10	14	96	91	86	81
11	14	112	106	100	96
12	14	129	123	116	112
13	14	147	141	134	129
14	14	166	160	152	147
1	15	0	0	0	0
2	15	6	4	3	2
3	15	13	11	9	8
4	15	22	20	17	15
5	15	33	29	26	23
6	15	44	40	36	33
7	15	56	52	47	44
8	15	69	65	60	56
9	15	84	79	73	69
10	15	99	94	88	84
11	15	116	110	103	99
12	15	133	127	120	115
13	15	152	145	138	133
14	15	171	164	156	151
15	15	192	184	176	171

n1	n2	(\alpha %)			
		5	2.5	1	0.5
1	16	0	0	0	0
2	16	6	4	3	2
3	16	14	12	9	8
4	16	24	21	17	15
5	16	34	30	27	24
6	16	46	42	37	34
7	16	58	54	49	46
8	16	72	67	62	58
9	16	87	82	76	72
10	16	103	97	91	86
11	16	120	113	107	102
12	16	138	131	124	119
13	16	156	150	142	136
14	16	176	169	161	155
15	16	197	190	181	175
16	16	219	211	202	196
1	17	0	0	0	0
2	17	6	5	3	2
3	17	15	12	10	8
4	17	25	21	18	16
5	17	35	32	28	25
6	17	47	43	39	36
7	17	61	56	51	47
8	17	75	70	64	60
9	17	90	84	78	74
10	17	106	100	93	89
11	17	123	117	110	105
12	17	142	135	127	122
13	17	161	154	146	140
14	17	182	174	165	159
15	17	203	195	186	180
16	17	225	217	207	201
17	17	249	240	230	223
1	18	0	0	0	0
2	18	7	5	3	2
3	18	15	13	10	8
4	18	26	22	19	16
5	18	37	33	29	26
6	18	49	45	40	37
7	18	63	58	52	49
8	18	77	72	66	62
9	18	93	87	81	76
10	18	110	103	96	92
11	18	127	121	113	108
12	18	146	139	131	125
13	18	166	158	150	144
14	18	187	179	170	163
15	18	208	200	190	184
16	18	231	222	212	206
17	18	255	246	235	228
18	18	280	270	259	252