

TD1 : Moyenne et Variance

Exercice 1

Une entreprise est constituée de deux usines, appelées A et B . Le tableau suivant récapitule les salaires en euros par catégorie de personnel et par usine :

Usine A	Salaires	Effectifs	Usine B	Salaires	Effectifs
Ouvriers	700	200	Ouvriers	900	60
Employés	1400	20	Employés	1600	40
Cadres	5300	10	Cadres	7300	20

- 1) Calculer la moyenne des salaires dans l'entreprise.
- 2) Calculer la moyenne des salaires dans l'usine A puis dans l'usine B .
- 3) Vérifier que la moyenne des salaires dans l'entreprise est la moyenne des salaires moyens de chaque usine.
- 4) Calculer la variance des salaires dans l'entreprise.
- 5) Calculer la variance des salaires dans l'usine A puis dans l'usine B .
- 6) Vérifier que la variance des salaires dans l'entreprise est égale à la somme de la moyenne des variances dans les usines et de la variance des moyennes.

Exercice 2

Démontrer la formule

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i p_j (x_i - x_j)^2,$$

où les observations x_1, \dots, x_n sont affectées de poids p_1, \dots, p_n normalisés.

Exercice 3

On regroupe les cinq observations 0, 3, 6, 7 et 9 en deux groupes $\{0,3,6\}$ et $\{7,9\}$. Calculer avec les poids uniformes :

- 1) la variance totale σ^2 ,
- 2) la variance intra-groupe σ_{intra}^2 ,
- 3) la variance inter-groupe σ_{inter}^2 .

Chaque variance doit être calculée directement à partir de sa définition.

La formule $\sigma^2 = \sigma_{intra}^2 + \sigma_{inter}^2$ ne peut servir qu'à repérer une erreur.