Chapter 2

La loi de Laplace-Gauss dite loi normale

Exercice 7 (Accidents et Km) *On considère que pour un conducteur, le nombre de kilomètres avant le premier accident suit une loi normale de moyenne 35000km avec un écart type de 5000km.*

1. *Déterminer le % d'individus ayant eu leur premier accident avant les 25000 km.*
2. *Déterminer le % d'individus ayant eu leur premier accident après les 25000 km et avant les 40000 km.*
3. *Déterminer le % d'individus n'ayant pas eu d'accident avant les 45000 km.*
4. *Au bout de combien de km peut-on dire que 75% des conducteurs ont déjà eu un accident ?*

Exercice 8 (Poids des paquets) *Dans une usine on a mis en fonction une machine à confectionner des paquets dont les masses journellement sont distribuées normalement (suivent une loi normale). La masse moyenne des paquets est de 500 grammes avec un écart type de 25 grammes. Sur 2000 paquets confectionnés en une journée,*

1. *Combien de paquets pèsent de 480 à 550 grammes ?*
2. *Combien de paquets pèsent plus de 550 grammes ?*
3. *Quel est le poids du plus léger des paquets parmi les 1000 plus lourds ?*

Exercice 9 (Age des premiers mots) *Une étude effectuée par un chercheur a montré que l'âge au cours duquel apparaissent les premiers mots de vocabulaire chez les enfants suit une loi normale de moyenne 11,5 mois et d'écart type 3,2 mois.*

1. *Déterminer la proportion d'enfants prononçant leurs premiers mots entre la fin du 10ème mois et la fin du 12ème mois.*
2. *Déterminer la proportion d'enfants n'ayant encore prononcé aucun mot au bout de 13 mois.*
3. *Déterminer à quel âge 25% des enfants n'ont pas encore prononcé leurs premiers mots.*
4. *A quelle notion, étudiée dans le cadre des variables ordinales, correspond le résultat obtenu à la question précédente ?*

Exercice 10 (Séparation de couples) *Sur une population de 5000 couples, on admet que le nombre de mois au bout duquel un couple se sépare suit une loi normale de moyenne 36 mois et d'écart type 12 mois.*

1. *Déterminer le nombre de couples se séparant entre 24 et 40 mois.*

2. *Déterminer le nombre de couples ne s'étant pas séparés au bout de 46 mois.*

3. *Estimer, à un près, sans calcul le nombre de couples étant encore ensemble au bout de 10 ans.*

4. *Au bout de combien de temps 25% des couples se sont-ils séparés ?*

Exercice 11 (Temps passé devant la télévision) *On admet que le temps passé chaque jour devant la télévision suit une loi normale de moyenne 3 heures avec un écart type de 45 mn.*

1. *Déterminer le % de personnes regardant moins de 2 h, plus de 4 h.*

2. *Déterminer le % de ceux regardant entre 2h et 3h30.*

3. *Déterminer les trois nombres Q_1, Q_2, Q_3 définis par :*

$$P(X < Q_1) = P(Q_1 < X < Q_2) = P(X > Q_3) = 0.25.$$

   Que représentent ces trois nombres ?

Exercice 12 (Temps d'attente entre deux naissances) *Une population compte 250000 familles avec exactement deux enfants. On a constaté que l'écart en jours entre les deux naissances suit une loi normale de moyenne 890 jours et d'écart type 75 jours.*

1. *Déterminer le nombre de familles ayant attendu au moins 3 ans avant d'avoir le second enfant.*

2. *Déterminer le nombre de familles ayant attendu au plus un an avant d'avoir le second enfant.*

3. *Déterminer le nombre de familles dont l'écart entre les deux naissances est de deux ans.*

(On considérera qu'une année est toujours composée de 365 jours.)

Exercice 13 (Taux de réussite) *On suppose que le taux de réussite à un examen passé depuis de longues années par des étudiants de 2ème année de DEUG suit une loi normale de moyenne 30% et d'écart type 2.5%.*

1. *Déterminer la proportion d'épreuves ayant un taux de réussite compris entre 31% et 35%.*

2. *Déterminer la proportion d'épreuves ayant un taux de réussite inférieur à 35%.*

3. *Déterminer la proportion d'épreuves ayant un taux de réussite supérieur à 32%.*

4. *Déterminer le nombre a tel que 20% des épreuves aient un taux de réussite supérieur à a%.*

Exercice 14 (Saut en hauteur) *Soit X la variable correspondant aux scores de saut en hauteur d'un groupe de 600 filles. On suppose que X suit une loi normale $\mathcal{N}(180; 10)$. Ceux Y d'un groupe de 800 garçons suit la loi $\mathcal{N}(190; 15)$.*
Déterminer le nombre de filles dont le score est supérieur à la moyenne des garçons.
Déterminer le nombre de garçons dont le score est inférieur à la moyenne des filles.

Exercice 15 (Réduction et lecture de table) *Soit une loi normale X $\mathcal{N}(100; 15)$. Trouver les valeurs x_1, x_2, x_3, x_4 de X telles que : $P(X < x_1) = 12.5\%$, $P(X < x_2) = 25\%$, $P(X < x_3) = 75\%$, $P(X < x_4) = 87.5\%$.*

Exercice 16 (Stress dans les métiers à risque) *Lors de l'étude d'une population de personnes effectuant un métier à risque, on construit un indice de stress Z qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$. (Plus la valeur de l'indice est élevée et plus le niveau de stress de la personne étudiée est important.)*

1. *Déterminer l'indice de stress s_1 tel que 5% des personnes aient un indice supérieur à s_1.*

2. *Déterminer l'indice de stress s_2 tel que 95% des personnes aient un indice inférieur à s_2.*

3. *Déterminer l'indice de stress s_3 tel que 5% des personnes aient un indice inférieur à s_3.*

4. *Déterminer l'indice de stress* s_4 *tel que 95% des personnes aient un indice supérieur à* s_4.

5. *Déterminer l'indice de stress* s_5 *tel que 95% des personnes aient un indice compris entre* $-s_5$ *et* s_5.

6. *Déterminer l'indice de stress* s_6 *tel que 5% des personnes aient un indice en dehors de* $[-s_6; s_6]$.

Exercice 17 (Substance chimique et loi du χ^2) *La quantité en milligrammes (mg)* V *d'une substance chimique contenue dans le cerveau de la population des animaux d'une certaine espèce suit la loi du khi-deux à 10 degrés de liberté.*

1. *Déterminer le pourcentage d'animaux ayant plus de 23.21 mg de cette substance.*

2. *Déterminer le pourcentage d'animaux ayant moins de 12.55 mg de cette substance.*

3. *Déterminer la quantité* q_1 *telle que 5% des individus aient plus de* q_1 *mg de cette substance.*

4. *Déterminer la quantité* q_2 *telle que 95% des individus aient moins de* q_2 *mg de cette substance.*