

Nom :

Prénom :

Note :

UNIVERSITE PAUL SABATIER

L1-IMM UE02

Épreuve d'évaluation 2,5 le 11 mars 2010. - Durée 30 minutes

Les documents ne sont pas autorisés. La qualité et le soin apportés à la rédaction entrent en jeu dans la note finale. Le correcteur retirera des points pour des absurdités et pour le manque de soin.

Vous rendrez l'énoncé avec vos réponses, signé.

Question de Cours (6 points)

Enoncé du Théorème de Taylor-Lagrange.

I (4 points)

Montrer que $x^8 - x^5 + x^3$ a au plus 2 racines réelles strictement positives. (On utilisera le théorème de Rolle, on ne cherchera pas à préciser les racines).

II (4 points)

1- Calculer la limite en $x = 0$ de $\frac{\ln(1+x) - x}{\sin^2 x - 37x^3}$.

T.S.V.P. (Vous devez rédiger au verso)

2- Ecrire la formule de Taylor-Young pour la fonction $f(x) = e^x \ln(1+x)$, à l'ordre 3 en $x_0 = 0$.

III (6 points)

1- Soit $h(x) = \log(\sqrt{x+a} + \sqrt{x})$, $a \in \mathbb{R}$, calculer $h'(x)$. Préciser le domaine concerné.

2- Montrer que $\log(\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) - \log(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})$ est décroissante sur $[1, +\infty[$.