



Présentation des enseignements

**LICENCE**

**MENTION MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS**

# **PARCOURS MATHÉMATIQUES FONDAMENTALES**

Secrétariat Pédagogique MME RIVIERE Béatrice Téléphone 05 61 55 60 69

Bât 1TP1 Porte 10 – Salle B07- Email : [riviere@adm.ups-tlse.fr](mailto:riviere@adm.ups-tlse.fr)

**"L3 MENTION MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS**

**PARCOURS : MATHEMATIQUES FONDAMENTALES"**

### **PRESENTATION DE LA FORMATION**

La licence de mathématiques fondamentales est un parcours de la Licence de Mathématiques et applications.

### **CONDITIONS D'INSCRIPTION**

- Accès de plein droit aux étudiants titulaires ayant validé un L2 de Mathématiques et applications.

- Accès sur dossiers examinés par la Commission de Scolarité. Ceci concerne:

a) les étudiants titulaires d'un BTS ou DUT à dominante Mathématique et Informatique,

b) les étudiants des classes préparatoires aux grandes écoles et les étudiants des grandes écoles toulousaines,

c) les étudiants étrangers titulaires d'un diplôme équivalent au DEUG ou L2.

<b>Mathématiques Fondamentales – 1LMAF</b>
--

<b>Responsable : M. Claude André ROCHE</b>
--

## ORGANISATION DES ENSEIGNEMENTS

### Description de la troisième année « Mathématiques Fondamentales »

Tous les modules sont semestriels.

#### Le premier semestre est constitué de cinq modules obligatoires :

1L5MFAM : Topologie, (24 h de cours et 36 h de T.D) 6 ECTS

1L5MFBM : Intégration, (24 h de cours et 36 h de T.D) 6 ECTS

1L5MFCM : Algèbre, (36 h de cours et 48 h de T.D) 9 ECTS

1L5MFDM : Analyse matricielle, Modélisation et calcul.

(24 h de cours, 36 h de T.D. + 12h de T.D. en machine) 6 ECTS

1L5MFEM : Langues, (24 h de TD) 3 ECTS

#### Le second semestre est constitué de huit modules obligatoires :

1L6MFAM : Probabilités et Statistiques ,(24 h de cours, 36h de TD) 6 ECTS

1L6MFBM : Fonctions Holomorphes, (24 h de cours, 36h de TD) 5 ECTS

Projet (12 devoirs maison) 1 ECTS

1L6MFCM : Calcul Différentiel, (24h de cours, 36h de TD) 6 ECTS

1L6MFDM : Espaces de Hilbert et analyse de Fourier

(12h de cours, 18h de TD en début de semestre) 3ECTS

1L6MFEM : Equations différentielles et Modélisation,

(12 h de cours, 18 h de TD + 12 h de TD en machine) 3 ECTS

1L6MFFM : Langues, (24h de TD) 3 ECTS

1L6MFGM : Unité d'Ouverture (24 h de TD) 3 ECTS

Douze devoirs sont proposés sur l'ensemble de l'année. La moyenne des six meilleures notes constitue l'évaluation du module projet.

Dans chacune des UE principales, deux heures hebdomadaires de soutien seront proposées aux étudiants en difficulté. La présence sera obligatoire pour les étudiants concernés.

**Responsable de la formation**

Monsieur Claude ROCHE, Professeur,

U.F.R. M.I.G. (Mathématiques/Informatique/Gestion)

e mail : roche@picard.ups-tlse.fr

**Secrétariat pédagogique**

Madame Béatrice RIVERE, salle B07, Bât. 1TP1. Tel. 05 61 55 60 69

e mail : rivere@adm.ups-tlse.fr

**MODULE : TOPOLOGIE - 1L5MFAM**

(24h cours, 36h T.D.) – 6 ECTS -

**1. Topologie****Espaces topologiques**

Ouverts, fermés, voisinages. Espaces séparés, suites convergentes, limites.

Fonctions continues. Sous-espace, produit.

**Espaces métriques**

Topologie définie par une distance. Continuité et continuité uniforme,

Espaces métriques complets, complétude de  $\mathbb{R}$  théorème du point fixe et théorème de prolongement des applications uniformément continues, propriété de Baire.

Topologie de la convergence uniforme. Théorème de Weierstrass.

**Espaces compacts**

Axiome de Borel-Lebesgue, propriétés fondamentales.

Espaces métriques compacts,

Espaces localement compacts.

**Espaces connexes**

Propriétés fondamentales. Parties connexes de  $\mathbb{R}$ , espaces connexes par arc. Composante connexe, espaces localement connexes.

**2. Espaces de Banach**

Application linéaire continue.

Espaces de dimension finie, théorème de F. Riesz.

Séries convergentes et absolument convergentes,

Suites doubles, Algèbres d'opérateurs.

**MODULE : INTEGRATION - 1L5MFBM**

(24h cours, 36h TD) – 6 ECTS -

**Théorie de la mesure**

Tribus, mesures positives, probabilité, théorème de Carathéodory (admis), théorème de complétion.

Mesures de Lebesgue-Stieltjes, régularité, invariance par translation de la mesure de Lebesgue.

**Intégrale par rapport à une mesure**

Fonctions étagées, fonctions mesurables, variables aléatoires.

Construction et propriétés fondamentales de l'intégrale, espérance mathématique d'une variable aléatoire, image d'une mesure.

Théorèmes de convergence : théorèmes de la convergence monotone, de Beppo-Lévi, de Lebesgue, lemme de Fatou.

Mesures admettant une densité et intégration.

Fonctions définies par une intégrale : continuité et différentiabilité.

Lien avec l'intégrale de Riemann.

**Produit d'espaces mesurés**

Mesure produit, théorème de Fubini, variables aléatoires indépendantes.

Mesures de Lebesgue sur  $\mathbb{R}^n$ , formule de changement de variables (admis).

L'algèbre de convolution  $L^1$ .

**Espaces  $L^p$** 

Inégalités de Minkowski et de Hölder.

Continuité en moyenne d'ordre  $p$ .

Régularisation par convolution, théorèmes de densité.

**MODULE : ALGEBRE - 1L5MFCM**(36h cours, 48h TD) – **9 ECTS** -**Groupes**

Définitions, sous-groupes, homomorphismes, groupes quotients, factorisation des homomorphismes.

Etude des sous-groupes et des quotients du groupe des entiers relatifs.

Théorie de Sylow, groupes résolubles.

Structure des groupes commutatifs finis.

**Anneaux (commutatifs)**

Définition, sous-anneaux, idéaux, homomorphismes, anneaux quotients, factorisation des homomorphismes. Corps des fractions et anneau de fractions d'un anneau intègre.

Anneaux de polynômes à plusieurs variables à coefficients dans un anneau commutatif et unitaire, division euclidienne.

Anneaux principaux. Etude de leurs quotients.

Anneaux euclidiens.

Anneaux factoriels, factorialité des anneaux de fractions.

Anneaux factoriels et polynômes : factorialité des anneaux de polynômes, critère d'irréductibilité d'Eisenstein

**MODULE : ANALYSE NUMERIQUE MATRICIELLE – MODELISATION ET CALCUL – 1L5MFDM**(24 h cours, 48 h TD) – **6 ECTS** -

Ce cours a pour but l'introduction aux différentes méthodes d'étude des systèmes linéaires (décompositions matricielles, méthodes de résolution, calculs de valeurs et vecteurs propres) utilisées en mathématiques appliquées (analyse numérique, statistique...).

-**Décompositions matricielles** et méthodes directes de résolution :  
-décompositions LU, QR, de Cholesky, décomposition en valeurs singulières.

-**Normes matricielles**, conditionnement. Localisation des valeurs propres,  
-théorème de Gershgorin-Hadamard.

-**Méthodes itératives** de résolution des systèmes : Jacobi, Gauss-Seidel, SOR.

-**Optimisation des formes quadratiques** : méthodes du gradient, du gradient conjugué.

-**Calculs spectraux** : méthode de la puissance, de Jacobi, LR, matrices tridiagonales.

-**Quelques problèmes modèles** : discrétisation du Laplacien sur un carré du plan, méthode des moindres carrés. Modèles issus de l'économie.

Premières notions concernant le logiciel **MATLAB**. Résolution numérique de problèmes linéaires en 6 TD de 2 heures sur machine.

**MODULE : LANGUES - 1L5MFEM**

**(24 h TD) – 3 ECTS -**

Equipe Pédagogique : Rashard KHADAROO enseignant d'anglais  
Claire BATSERE enseignante d'anglais  
Muriel COMET enseignante d'allemand  
Jacqueline RUSSON enseignante d'espagnol  
Serge ARBIOL enseignant de russe

Mots clés : communication – langues de spécialités

Objectifs/Généralités : L'objectif majeur est d'atteindre le niveau européen B2 (voir grille portfolio européen des langues/CLES).

L'enseignement en L3 vise à développer les compétences langagières et communicationnelles, à l'écrit et à l'oral, dans les domaines scientifiques et techniques, dans le contexte professionnel ainsi que dans la vie quotidienne. Les thèmes traités porteront sur le domaine large de spécialité. La majorité de l'enseignement met l'accent sur la communication orale.

Travaux Dirigés/Enseignements dirigés :

Modalités de contrôles et d'examens

L'évaluation s'effectuera par spécialité en raison des effectifs élevés de certaines licences. Pour les effectifs réduits, il sera envisagé de regrouper 2 spécialités lorsque les sujets sont proches ou de fonctionner par domaine.

Rappel : la note minimum pour que le système de compensation soit effectif est de 6/20

Toute absence à un contrôle continu doit être justifiée,

A l'avance lorsque l'absence est prévue,

Dans les 5 jours qui suivent l'épreuve (certificat médical, attestation, etc.).

Pour toute absence non justifiée, l'étudiant est considéré comme défaillant.

Les étudiants dispensés d'assiduité doivent entrer en contact avec l'enseignant responsable de son cours de langues afin de s'informer du contenu pédagogique concernant l'évaluation du CT.

Session 1 : Contrôle continu : 60 % Rattrapage obligatoire pour les CC.

Contrôle terminal : 40 % Rattrapage pour les CT en session 2.

Session 2 : Report de la note de contrôle continu de la session 1 : 30 %

Contrôle terminal : 70 %

Rattrapage du semestre 1 : compréhension globale et évaluation de l'expression anglaise - supports écrits.

Rattrapage du semestre 2 : rédaction d'un essai en anglais (expression d'idées personnelles) - supports écrits

## Deuxième Semestre

--

--

<b>MODULE : PROBABILITES ET STATISTIQUES - 1L6MFAM</b>
--

(24 h cours, 36 h TD) – 6 ECTS -
----------------------------------

Le cours suppose qu'un cours standard de Mesure et Intégration a été suivi avant.

Exemples d'espaces de probabilité : le cas fini ou dénombrable, le cas des épreuves de Bernoulli en nombre infini, le cas de la droite réelle, le cas de  $\mathbb{R}^n$ .

Loi d'une variable aléatoire réelle (v.a.), espérance mathématique, théorème du transport. Moments.

Fonction génératrice d'une v.a. dans les entiers positifs, transformées de Laplace et de Fourier d'une v.a. de  $\mathbb{R}$  et de  $\mathbb{R}^n$ .

Indépendance d'évènements, de tribus et de v.a. Somme de v.a. indépendantes, exemples classiques.

Vecteurs gaussiens: définitions, fonctions. Caractéristiques et densités.

Modes classiques de convergence des suites de v.a. : presque sûre, en probabilité,  $L_p$  et en loi. Lois des grands nombres, théorème central limite.

Modèles statistiques dominés.

Estimateurs, estimateurs sans biais, risques quadratiques.

Estimateurs de maximum de vraisemblance.

Intervalle de confiance.

**MODULE : FONCTIONS HOLOMORPHES - 1L6MFBM**(24h cours, 36h TD) – **5 ECTS** -**La théorie de Cauchy**

Notions d'homotopie, d'espaces simplement connexes.

Fonctions  $\mathbb{C}$ -différentiables, Cauchy-Riemann.

Le théorème de Cauchy, formules de Cauchy, inégalités de Cauchy, analyticité, principe du prolongement analytique, théorèmes de Liouville et d'Alembert.

Primitive, la fonction logarithme.

Fonction holomorphe définie par une intégrale (exemple de la fonction gamma).

**Suites et séries** de fonctions holomorphes. Uniformisation.

Singularités isolées, théorèmes des résidus, théorème de Rouché.

**Fonctions entières**, théorème de factorisation de Weierstrass.**PROJET - 1L6MFB1**(Travail autonome de 60 h) – **1ECTS** -

(Devoirs à la maison)(1 ECTS)Ce module est organisé sous la forme de devoirs à la maison à raison d'un devoir tous les 15 jours, tout le long de l'année universitaire. La validation est acquise par la moyenne de 6 meilleures notes de devoir. La note d'un devoir non rendu est 0 (zéro), sauf dispense officielle, ou congé de (longue) maladie.

**MODULE : CALCUL DIFFERENTIEL - 1L6MFCM****(24 h cours, 36h TD) – 6 ECTS -****Fonctions différentiables**

Fonctions différentiables. Différentiation des fonctions composées.

Différentielles partielles.

Théorèmes des accroissements finis ou des valeurs moyennes.

Suite de fonctions différentiables.

Différentielles d'ordre supérieur ; fonctions de classe  $C^p$ . Formules de Taylor.

**Théorèmes d'inversion locale, des fonctions implicites et leurs applications.**

Théorèmes d'inversion locale, des fonctions implicites.

Application aux conditions d'optimalité du premier et du deuxième ordres : problèmes sans contrainte, problèmes avec contraintes du type égalité (conditions du premier ordre uniquement dans ce cas).

Introduction aux sous-variétés de  $\mathbb{R}^n$  (cas particuliers des courbes et des surfaces). Sous-espace tangent, normal. Représentation locale par des équations ou des paramétrages.

Les deux UE suivantes sont organisées sur les mêmes emplois du temps, l'une après l'autre, 6 semaines chacune.

<b>MODULE : ESPACES DE HILBERT ET ANALYSE DE FOURIER - 1L6MFDM</b>
--

(12h cours, 18h TD) – 3 ECTS -
--------------------------------

**Espaces de Hilbert**

Théorème de projection, théorème de représentation de F. Riesz.

Somme hilbertienne, base hilbertienne. Espaces de Hilbert séparables.

**Séries de Fourier** des fonctions localement intégrables périodiques d'une variable réelle.

Lemme de Riemann-Lebesgue. Produit de convolution de fonctions périodiques. Théorèmes de Dirichlet et de Fejer.

**Transformation de Fourier**

Transformation de Fourier d'une mesure bornée, d'une fonction intégrable (lemme de Riemann-Lebesgue), formules d'inversion,

Transformation de Fourier sur  $S$  et  $L^2$  : théorème de Plancherel.

<b>MODULE : EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET MODELISATION - 1L6MFEM</b>
---

(12h cours, 30h TD) – 3 ECTS -
--------------------------------

**Généralités.** Théorème de Cauchy-Lipschitz, solutions maximales, dépendance des conditions initiales et des paramètres. Intégrales premières.

**Équations différentielles linéaires.** Portrait des phases. Résolvante. Wronskien. Méthode de variation des constantes. Équations à coefficients constants.

Stabilité.

Mise en oeuvre de petits projets d'étude qualitative d'équations différentielles au moyen du logiciel MAPLE. sur 6 TD de 2 heures sur machine.

**MODULE : LANGUES – 1L6MFFM****(24h T.D.) – 3 ECTS -**

Equipe Pédagogique : Rashard KHADAROO enseignant d'anglais  
 Gérard ROUZIES enseignant d'anglais  
 Muriel COMET enseignante d'allemand  
 Jacqueline RUSSON enseignante d'espagnol  
 Serge ARBIOL enseignant de russe

Mots clés : communication – langues de spécialités

Objectifs/Généralités : L'objectif majeur est d'atteindre le niveau européen B2 (voir grille portfolio européen des langues/CLES).

L'enseignement en L3 vise à développer les compétences langagières et communicationnelles, à l'écrit et à l'oral, dans les domaines scientifiques et techniques, dans le contexte professionnel ainsi que dans la vie quotidienne. Les thèmes traités porteront sur le domaine large de spécialité. La majorité de l'enseignement met l'accent sur la communication orale.

Travaux Dirigés/Enseignements dirigés :

Modalités de contrôles et d'examens

L'évaluation s'effectuera par spécialité en raison des effectifs élevés de certaines licences. Pour les effectifs réduits, il sera envisagé de regrouper 2 spécialités lorsque les sujets sont proches ou de fonctionner par domaine.

Rappel : la note minimum pour que le système de compensation soit effectif est de 6/20

Toute absence à un contrôle continu doit être justifiée,

A l'avance lorsque l'absence est prévue,

Dans les 5 jours qui suivent l'épreuve (certificat médical, attestation, etc.).

Pour toute absence non justifiée, l'étudiant est considéré comme défaillant.

Les étudiants dispensés d'assiduité doivent entrer en contact avec l'enseignant responsable de son cours de langues afin de s'informer du contenu pédagogique concernant l'évaluation du CT.

Session 1 : Contrôle continu : 60 % Rattrapage obligatoire pour les CC.

Contrôle terminal : 40 % Rattrapage pour les CT en session 2.

Session 2 : Report de la note de contrôle continu de la session 1 : 30 %

Contrôle terminal : 70 %

Rattrapage du semestre 1 : compréhension globale et évaluation de l'expression anglaise - supports écrits.

Rattrapage du semestre 2 : rédaction d'un essai en anglais (expression d'idées personnelles) - supports écrits

**MODULE : UNITE D'OUVERTURE – 1L6MFGM -****(24 h TD) – 3 ECTS -**

Cette unité suit le mode de fonctionnement de l'ensemble des unités d'ouverture, niveau L3, imposée par notre établissement.

