S0764-4442(01)01945-0/FLA AID:1945 Vol.332(0) P.1 (1-6)
CRAcad 2001/04/24 Prn:7/05/2001; 13:45 F:PXMA1945.tex by: p. 1

C. R. Acad. Sci. Paris, t. 332, Série I, p. 1–6, 2001
Topologie différentielle/*Differential Topology*
(Géométrie analytique/*Analytic Geometry*)

Quasi-positivité d'une courbe analytique dans une boule pseudo-convexe

Michel BOILEAU, Stepan OREVKOV

Laboratoire Émile-Picard, CNRS UMR 5580, Université Paul-Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 4, France
Courriel : boileau@picard.ups-tlse.fr; orevkov@picard.ups-tlse.fr

(Reçu le 10 février 2001, accepté le 12 février 2001)

Résumé. Une tresse *quasipositive* est un produit de conjugués des générateurs standards du groupe des tresses. Un entrelacs dans $\mathbb{S}^3$ est *quasi positif* s'il est isotope à la fermeture d'une tresse quasi positive. Dans cette Note nous montrons que le bord d'un morceau de courbe analytique dans une boule pseudo-convexe est un entrelacs quasi positif. Ce résultat était conjecturé par Lee Rudolph. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Quasipositivity of an analytic curve in a pseudoconvex 4-ball

Abstract. *A* quasipositive *braid is any product of conjugates of the standard generators of the braid group, and a* quasipositive *link in $\mathbb{S}^3$ is isotopic to the closure of quasipositive braid. In this Note we prove that the boundary of an analytic curve in a pseudoconvex 4-ball is a quasipositive link. It was conjectured by Lee Rudolph.* © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Abridged English version

L. Rudolph [12] has proved that a *quasipositive* oriented surface, properly embedded in the standard unit ball $\mathbb{B}_1 = \{|z|^2 + |w|^2 \leqslant 1\} \subset \mathbb{C}^2$, is diffeomorphic to a smooth piece of an analytic curve.

DEFINITION 1. – A *quasipositive* oriented surface in the bidisk $\mathcal{D} = \mathbb{D}^2_1 \times \mathbb{D}^2_2 = \{|z| \leqslant 1, |w| \leqslant 1\}$ is a proper smooth embedding $\iota : (F, \partial F) \to (\mathcal{D}, \partial\mathbb{D}^2_1 \times \mathbb{D}^2_2)$ such that:

1) $\mathrm{pr}_1 \circ \iota : (F, \partial F) \to (\mathbb{D}^2_1, \partial\mathbb{D}^2_1)$ is a simple branched covering, without branching point on the boundary;
2) the projection $\mathrm{pr}_1 \circ \iota$ is orientation preserving outside the branching points, when $\mathbb{D}^2_1 \subset \mathbb{C}$ is endowed with the complex orientation;
3) the projection pr_2 preserves the given orientation on F (when $\mathbb{D}^2_2 \subset \mathbb{C}$ is endowed with the complex orientation) in the neighborhoods of the branching points of pr_1.

Note présentée par Étienne GHYS.

S0764-4442(01)01945-0/FLA

An oriented smooth surface $(F,\partial F)\hookrightarrow(B^4,\partial B^4)$, properly embedded in a 4-ball B^4 is said *quasipositive* if there is a diffeomorphism of B^4 on the bidisk $\mathcal{D}$ (after smoothing the corners) that maps F to a quasipositive surface in $\mathcal{D}$.

In this Note we prove the converse of Rudolph's theorem:

THEOREM 1. – *Let $F\hookrightarrow\mathbb{B}_1$ be a smooth piece of analytic curve, properly embedded in the unit standard ball $\mathbb{B}_1\subset\mathbb{C}^2$ and transverse to $\partial\mathbb{B}_1$. Then, the surface F with the induced complex orientation is quasipositive.*

The proof of Theorem 1 follows almost immediately from Gromov's theory of pseudoholomorphic lines [7] and Bennequin's theorem [1] which claims that any oriented link positively cutting the standard contact structure on $\mathbb{S}^3$ is isotopic (through an isotopy transverse to the standard contact structure on $\mathbb{S}^3$) to a closed braid.

Using Eliashberg's theorem [4] on the existence of a pluri-subharmonic function with a single critical point on a pseudoconvex symplectic 4-ball, we extend Theorem 1 to a symplectic surface in a symplectic pseudoconvex 4-ball.

We recall that a symplectic structure on a smooth oriented 4-manifold is given by a nondegenerate closed 2-form ω: $\omega\wedge\omega>0$. A properly embedded oriented surface F in a symplectic 4-manifold is *symplectic* if the restriction $\omega|_F>0$.

A *contact structure* ξ on a smooth oriented 3-manifold M^3 is a $\mathcal{C}^\infty$ tangent plane field $\xi=\ker\alpha$, for a 1-form α such that $\alpha\wedge \mathrm{d}\alpha\neq 0$. The contact structure is said *convexe* if $\alpha\wedge\mathrm{d}\alpha>0$.

An oriented link L, smoothly embedded in M^3 is *ascending* for the contact structure $\xi=\ker\alpha$ if the restriction $\alpha|_L>0$.

THEOREM 2. – *Let Ω be diffeomorphic to a 4-ball and ω a symplectic structure on Ω. Let us assume that $\partial\Omega$ admits a convex contact structure ξ such that $\omega|_\xi>0$. Let $(F,\partial F)\hookrightarrow(\Omega,\partial\Omega)$ be an oriented smooth properly embedded symplectic surface. If the boundary ∂F, with the induced orientation, is ascending for the contact structure ξ, then F is a quasipositive surface.*

In particular, Theorem 1 remains true if we replace the unit ball $\mathbb{B}_1$ by a pseudo-convex ball in $\mathbb{C}^2$.

Introduction

Un entrelacs orienté L est une réunion finie de cercles orientés, disjoints, plongés de façon lisse dans la sphère $\mathbb{S}^3$. Il est dit *quasi positif* s'il admet une représentation sous la forme d'une tresse fermée, pour laquelle le mot dans le groupe des tresses est équivalent à un produit de conjugués des générateurs standards.

L. Rudolph [12] a montré que tout entrelacs quasi positif peut être obtenu comme l'intersection transverse d'une courbe algébrique dans $\mathbb{C}^2$ avec le bord de la boule unité standard $\mathbb{B}_1=\{|z|^2+|w|^2\leqslant 1\}$.

Le but principal de cette Note est de démontrer la réciproque du théorème de Rudolph, qui permet de caractériser le bord d'une courbe analytique dans une boule pseudo-convexe comme entrelacs quasi positif. Ce résultat avait été conjecturé par Lee Rudolph [12].

Pour énoncer de façon précise nos résultats, nous utilisons la notion suivante :

DÉFINITION 1. – Une surface orientée *quasi positive* dans le bidisque $\mathcal{D}=\mathbb{D}^2_1\times\mathbb{D}^2_2=\{|z|\leqslant 1, |w|\leqslant 1\}$ est un plongement propre et lisse $\iota:(F,\partial F)\to(\mathcal{D},\partial\mathbb{D}^2_1\times\mathbb{D}^2_2)$ tel que :

1) $\mathrm{pr}_1\circ\iota:(F,\partial F)\to(\mathbb{D}^2_1,\partial\mathbb{D}^2_1)$ est un revêtement ramifié simple, sans point de ramification au bord ;
2) la projection $\mathrm{pr}_1\circ\iota$ respecte l'orientation en dehors des points de ramification, lorsque l'on munit $\mathbb{D}^2_1\subset\mathbb{C}$ de l'orientation complexe ;
3) la projection pr_2 respecte l'orientation donnée de F (lorsque l'on munit $\mathbb{D}^2_2\subset\mathbb{C}$ de l'orientation complexe) au voisinage des points de ramifications de pr_1.

S0764-4442(01)01945-0/FLA AID:1945 Vol.332(0) P.3 (1-6)
CRAcad 2001/04/24 Prn:7/05/2001; 13:45 F:PXMA1945.tex by: p. 3

Une surface orientée lisse $(F,\partial F)\hookrightarrow(B^4,\partial B^4)$, proprement plongée dans une boule B^4, est dite *quasi positive* s'il existe un difféomorphisme de B^4 sur le bidisque $\mathcal{D}$ (après lissage des coins), qui envoie F sur une surface quasi positive dans $\mathcal{D}$.

Remarque 1. – Un entrelacs orienté $L\subset\partial B^4$ est quasi positif si, et seulement si, il borde, avec l'orientation induite, une surface quasi positive dans la boule B^4. Les résultats de Kronheimer et Mrowka [8] et de L. Rudolph [12] montrent que la caractéristique d'Euler de la surface quasi positive est alors déterminée par l'entrelacs L, mais pas son plongement à isotopie près.

Dans [12], L. Rudolph a montré qu'une surface orientée quasi positive et proprement plongée dans la boule unité $\mathbb{B}_1\subset\mathbb{C}^2$ est difféomorphe, par un difféomorphisme ambiant, à un morceau compact et lisse de courbe analytique. Nous démontrons la réciproque :

THÉORÈME 1. – *Soit $F\hookrightarrow\mathbb{B}_1$ un morceau lisse de courbe analytique, proprement plongé dans la boule unité standard $\mathbb{B}_1\subset\mathbb{C}^2$ et transverse à $\partial\mathbb{B}_1$. Alors la surface F orientée par l'orientation complexe est quasi positive.*

La preuve de ce théorème découle directement de la théorie des courbes pseudoholomorphes, due à Gromov [7], et d'un théorème de Bennequin [1], qui montre qu'un entrelacs orienté, rencontrant transversalement et positivement la structure de contact standard de $\mathbb{S}^3$, peut être isotopé (par une isotopie transverse à la structure de contact standard de $\mathbb{S}^3$) en une tresse fermée.

Une conséquence du théorème de Rudolph [12] et du théorème 1 est de caractériser topologiquement *les morceaux lisses de courbes analytiques, proprement plongés dans la boule $\mathbb{B}_1$ et transverses à son bord, comme les surfaces quasi positives dans cette boule*.

On rappelle qu'une structure symplectique sur une variété orientée lisse de dimension 4 est donnée par une 2-forme fermée ω, qui n'est pas dégénérée : $\omega\wedge\omega>0$. Une surface orientée F, proprement plongée dans une variété symplectique, est dite *symplectique* si la restriction de ω à F est positive : $\omega|_F>0$.

Une *structure de contact* ξ sur une variété orientée lisse M^3 de dimension 3 est un champs $\mathcal{C}^\infty$ de plans tangents $\xi=\ker\alpha$, pour une 1-forme α telle que $\alpha\wedge\mathrm{d}\alpha\neq 0$. La structure de contact est dite *convexe* si $\alpha\wedge\mathrm{d}\alpha>0$.

Un entrelacs orienté L lisse, plongé dans M^3 est dit *ascendant* pour la structure de contact $\xi=\ker\alpha$ si $\alpha|_L>0$.

Le théorème 1 peut être généralisé dans une boule symplectique Ω de dimension 4 et à bord strictement pseudoconvexe, grâce au théorème d'Eliashberg [4] qui assure l'existence d'une fonction plurisous-harmonique avec un seul point critique sur Ω.

THÉORÈME 2. – *Soient Ω difféomorphe à la boule B^4 et ω une structure symplectique sur Ω. On suppose que $\partial\Omega$ est muni d'une structure de contact convexe ξ telle que $\omega|_\xi>0$. Soit $(F,\partial F)\hookrightarrow(\Omega,\partial\Omega)$ une surface orientée, symplectique, lisse et proprement plongée. Si le bord ∂F, muni de l'orientation induite, est ascendant pour la structure de contact ξ, alors F est une surface quasi positive.*

En particulier, le théorème 1 reste vrai si on remplace la boule unité $\mathbb{B}_1$ par une boule pseudo-convexe dans $\mathbb{C}^2$.

Soit $P_L(v,x)\in\mathbb{C}[v^{\pm1},x^{\pm1}]$ le polynôme HOMFLY de l'entrelacs orienté $L\subset\mathbb{S}^3$. C'est un polynôme de Laurent à deux variable, défini récursivement par (*cf.* [11]) :

(i) $P_O(v,x)=1$ pour le nœud trivial O ;

(ii) $P_{L_+}(v,x)=vxP_{L_0}(v,x)+v^2P_{L_-}(v,x)$, où L_+, L_- et L_0 sont trois entrelacs orientés dont les projections sont identiques, excepté en un seul croisement, comme dans la relation skein usuelle.

On désigne alors par $\mathrm{Ord}_v\,P_L$ la valuation en v de $P_L(v,x)$, considéré comme un polynôme de Laurent en v et à coefficients dans $\mathbb{C}[x^{\pm1}]$.

L'inégalité suivante est une conséquence facile du théorème 2 et de l'inégalité de Frank–Williams [5] et Morton [11] pour les tresses fermées (*cf.* [2]) :

COROLLAIRE 1. – *Sous les hypothèses du théorème* 2*, on a l'inégalité* :

$$\operatorname{Ord}_v P_{\partial F} \geqslant 1 - \chi(F).$$

Comme conséquence du théorème 2 et du théorème de Kronheimer et Mrowka [8], on obtient :

COROLLAIRE 2. – *Sous les hypothèses du théorème* 2*, toute surface orientée, lisse et proprement plongée* $(\Sigma, \partial\Sigma) \hookrightarrow (\Omega, \partial\Omega)$*, telle que les entrelacs orientés* $\partial\Sigma$ *et* ∂F *soient isotopes, vérifie l'inégalité* :

$$\chi(\Sigma) \leqslant \chi(F).$$

1. Surfaces ascendantes et preuve du théorème 1

Soit $\mathbb{C}^2 = \{(z, w) \mid z \in \mathbb{C},\ w \in \mathbb{C}\}$. On note $\rho : \mathbb{C}^2 \to [0, +\infty[$ la fonction distance à l'origine, donnée par : $\rho(z, w) = \sqrt{|z|^2 + |w|^2}$. La forme symplectique standard sur $\mathbb{C}^2$ est donnée par :
(i) $\omega = (i/2)\bigl(\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}\overline{z} + \mathrm{d}w \wedge \mathrm{d}\overline{w}\bigr) = (1/2)(\mathrm{d}\eta)$, où
(ii) $\eta = (i/2)\bigl((z \cdot \mathrm{d}\overline{z} - \overline{z} \cdot \mathrm{d}z) + (w \cdot \mathrm{d}\overline{w} - \overline{w} \cdot \mathrm{d}w)\bigr) = (1/2)(\mathrm{d}^{\mathrm{c}}\rho^2)$.
Soit $\mathbb{B}_r = \{|z|^2 + |w|^2 \leqslant r^2\}$. La structure de contact standard sur $\mathbb{S}_r = \partial\,\mathbb{B}_r$ est donnée par $\alpha_r = \eta_{|\mathbb{S}_r}$.

DÉFINITION 2. – Une surface *ascendante* dans la boule unité $\mathbb{B}_1$ est une surface F orientée, lisse, proprement plongée, transverse au bord, qui évite l'origine et telle que :
(i) $\rho|_F$ est une fonction de Morse ;
(ii) pour tout $r \in]0, 1]$, $F \cap \mathbb{S}_r$ est ascendant : i.e. $(\mathrm{d}\rho \wedge \eta)|_F > 0$ en tout point régulier de la fonction $\rho|_F$.

L'affirmation suivante découle immédiatement de la définition d'une surface ascendante :

Affirmation. – Soit $F \subset \mathbb{B}_1$ *une surface ascendante. Si* $p \in F$ *est un point critique de la fonction* $\rho|_F$*, alors* $\mathrm{T}_pF = \ker \alpha_r$*, où* $r = \rho(p)$ *; c'est-à-dire que* T_pF *est un plan complexe.*

DÉFINITION 3. – Soit $F \subset \mathbb{B}_1$ une surface ascendante. Un point critique $p \in F$ de la fonction $\rho|_F$ est dit *positif* si l'orientation de T_pF coïncide avec l'orientation complexe.
Si tous les points critiques de la fonction $\rho|_F$ sont positifs, la surface F est dite *ascendante à points critiques positifs*.

Un morceau lisse de courbe analytique, proprement plongé dans la boule unité et qui évite l'origine, est une surface ascendante à points critiques positifs. Comme on peut toujours perturber une courbe analytique pour lui faire éviter l'origine, le théorème 1 est une conséquence immédiate de la proposition suivante :

PROPOSITION 1. – *Soit* $F \subset \mathbb{B}_1$ *une surface ascendante à points critiques positifs, alors* F *est une surface quasi positive.*

La preuve de cette proposition découle des deux lemmes suivants :

LEMME 1. – *Soit* $F \subset \mathbb{B}_1$ *une surface ascendante à points critiques positifs. Alors il existe une constante* $a > 0$ *suffisamment grande, telle que la surface* $f_a(F) \subset \mathbb{B}_{\mathrm{e}^a}$ *est symplectique, où l'application* f_a : $\mathbb{B}_1 - \{0\} \to \mathbb{B}_{\mathrm{e}^a} - \{0\}$ *est définie par* $f_a(p) = \exp(a\rho(p)) \cdot p$.

Démonstration. – Soit $\omega = (1/2)(\mathrm{d}\eta)$ la forme symplectique standard sur $\mathbb{C}^2$. On veut montrer que pour $a > 0$ suffisamment grand $\omega|_{f_a(F)} > 0$, c'est-à-dire que $f_a^\star(\omega)|_F > 0$. Un calcul élémentaire montre que :

$$f_a^\star(\omega)|_F = \frac{i}{2}\bigl(\mathrm{d}\bigl(\mathrm{e}^{a\rho}\, z\bigr) \wedge \mathrm{d}\bigl(\mathrm{e}^{a\rho}\, \overline{z}\bigr) + \mathrm{d}\bigl(\mathrm{e}^{a\rho}\, \omega\bigr) \wedge \mathrm{d}\bigl(\mathrm{e}^{a\rho}\, \overline{\omega}\bigr)\bigr) = \mathrm{e}^{2a\rho}(\omega + a\, \mathrm{d}\rho \wedge \eta).$$

Puisque F est une surface ascendante dans $\mathbb{B}_1$, $(\mathrm{d}\rho\wedge\eta)|_F>0$ aux points réguliers de $\rho|_F$. La preuve du lemme 1 découle alors du fait que $\omega|_{\mathrm{T}_pF}>0$ aux points critiques de $\rho|_F$, puisque ceux-ci sont positifs par hypothèse. □

DÉFINITION 4. – Un entrelacs orienté $L\subset\mathbb{S}_1$ est dit *monotone* si $\mathrm{d}(\arg z)|_F>0$. De façon équivalente, un tel entrelacs est sous forme de tresse fermée d'axe $\{z=0,\,|w|=1\}$.

LEMME 2. – *Soit $F\subset\mathbb{B}_1$ une surface ascendante à points critiques positifs. Si son bord est monotone, alors la surface F est quasi positive.*

Démonstration. – On considère la boule $\mathbb{B}_1$ plongée dans le bidisque $\mathbb{D}_1\times\mathbb{D}_R=\{|z|\leqslant 1,\,|w|\leqslant R\}$, pour une constante $R\gg 1$. On prolonge alors la surface F jusqu'au bord du bidisque par les anneaux $\{t\cdot p\,|\,p\in F\cap\mathbb{S}_1,\,t\geqslant 1\}\cap\mathbb{D}_1\times\mathbb{D}_R$. On appelle $\widehat{F}$ la surface ainsi prolongée. On peut toujours lisser $\widehat{F}$ en utilisant une transformation radiale (i.e. de la forme $p\mapsto\phi(\rho(p))\cdot p$) dans un petit collier de $\partial\mathbb{D}_1$. Le résultat est alors une surface ascendante à points critiques positifs. Le lemme 1 permet de supposer que $\widehat{F}$ est symplectique pour la forme symplectique standard sur $\mathbb{C}^2$.

Soit ϖ_ε la forme de Fubini–Study (renormalisée) sur $\mathbb{C}\times\mathbb{C}\mathbb{P}^1=\big\{(z,w)\mid z\in\mathbb{C}\text{ et }w\in\mathbb{C}\cup\{\infty\}\big\}$, donnée dans $\mathbb{C}^2$ par :

$$\varpi_\varepsilon=\frac{i}{2}\left\{\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}\overline{z}+\frac{\mathrm{d}w\wedge\mathrm{d}\overline{w}}{(1+\varepsilon\,|w|^2)^2}\right\}.$$

On vérifie facilement que pour une constante $0<\varepsilon\ll 1$, la surface $\widehat{F}$ est symplectique pour la forme ϖ_ε.

Comme $\partial\widehat{F}$ est monotone, il est positivement transverse, dans $\partial\mathbb{D}_1\times\mathbb{C}$, aux droites $\{z=a\}_{|a|=1}$. Donc, d'après Gromov [7] il existe sur $\mathbb{C}\times\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ une structure presque complexe $\mathcal{J}$, modérée pour la forme symplectique ϖ_ε, et pour laquelle la surface symplectique $\widehat{F}$ et la famille de droites $\{z=a\}_{|a|=1}$ sont pseudo-holomorphes. De plus, la famille de droites pseudo-holomorphes $\{z=a\}_{|a|=1}$ s'étend en un fibré en droites projectives pseudo-holomorphes $\pi:\mathbb{D}_1\times\mathbb{C}\mathbb{P}^1\to\mathbb{D}_1$.

Les résultats de Micallef et White [10] montrent alors que la surface $\widehat{F}$, et donc la surface F, est quasi positive. On peut aussi, en travaillant un peu, se ramener au cas où les contacts avec les fibres sont quadratiques ; ils sont alors positifs d'après D. McDuff [9]. □

Démonstration de la proposition 1. – Soit $F\subset\mathbb{B}_1$ une surface ascendante à points critiques positifs. D'après D. Bennequin [1] (*cf.* aussi [3]), il existe une isotopie ascendante de l'entrelacs $L_1=F\cap\mathbb{S}_1$, orienté par l'orientation induite de celle de F, à une tresse fermée L_2. Il existe donc une famille à un paramètre $\{L_t\}_{t\in[1,2]}$ d'entrelacs ascendants telle que $L_1=F\cap\mathbb{S}_1$ et que L_2 est monotone.

Après avoir lissé la surface $F'=F\cup\big(\bigcup_{t\in[1,2]}t\cdot L_t\big)$ comme dans la preuve du lemme 2, on obtient une surface ascendante dans la boule $\mathbb{B}_2$, dont le bord $L_2=F'\cap\mathbb{B}_2$ est monotone et ascendant. De plus, tous les points critiques de la fonction $\rho|_{F'}$ sont contenus dans F et donc positifs.

Le lemme 2 montre alors que la surface F' est quasi positive. Comme les paires $(\mathbb{B}_1,F)$ et $(\mathbb{B}_2,F')$ sont difféomorphes, la surface F est quasi positive. □

2. Démonstration du théorème 2

D'après Eliashberg [4], il existe sur la boule Ω une structure presque complexe $\mathcal{J}$, modérée pour la forme symplectique ω et telle que :

1) la structure de contact ξ sur le bord $\partial\Omega$ est donnée par le champs des tangentes complexes ;
2) la surface F est $\mathcal{J}$-holomorphe ;
3) il existe une fonction plurisous-harmonique $\phi:\Omega\to[0,1]$ telle que $\partial\Omega=\phi^{-1}(1)$ et ayant un seul point critique p tel que $\phi(p)=0$.

En particulier, $\phi^{-1}(r^2)$, pour $0<r\leqslant 1$, est une sphère munie d'une structure de contact tendue $\xi_{r,\mathcal{J}}$.

Le théorème de Gray [6] montre qu'il existe un difféomorphisme $\Psi:\Omega\to\mathbb{B}_1$ tel que :

1) $\phi \circ \Psi = \rho^2$;

2) $\Psi^\star \xi_{r,\mathcal{J}}$ est la structure de contact standard sur la sphère $\mathbb{S}_r$ donnée par la 1-forme de contact α_r.

Alors la surface proprement plongée $\Psi(F)$ est ascendante dans $\mathbb{B}_1$, et les points critiques de la fonction $\rho_{|\Psi(F)|}$ sont positifs car F est $\mathcal{J}$-holomorphe dans Ω. On peut donc appliquer la proposition 1.

Remerciements. Les auteurs remercie le rapporteur pour la pertinence de ses corrections et suggestions, qui ont permis d'améliorer ce texte.

Références bibliographiques

[1] Bennequin D., Entrelacements et equations de Pfaff, in: Third Schnepfenried Geometry Conference, Vol. 1 (Schnepfenried, 1982), Astérisque, Vol. 107–108, Soc. Math. France, Paris, 1983, pp. 87–161.
[2] Boileau M., Rudoph L., Nœuds non concordants à un $\mathbb{C}$-bord, Vietnam J. Math. 23 (1995) 13–28.
[3] Douady A., Nœuds et structures de contact en dimension 3 (d'après Daniel Bennequin), in: Séminaire Bourbaki, vol. 1982/83, Astérisque, Vol. 105–106, Soc. Math. France, Paris, 1983, pp. 129–148.
[4] Eliashberg Y., Filling by holomorphic discs and its applications, in: Geometry of Low-Dimensional Manifolds, 2 (Durham, 1989), London Math. Soc. Lecture Note Ser., Vol. 151, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990, pp. 45–67.
[5] Franks J., Williams R., Braids and the Jones–Conway polynomial, Trans. Amer. Math. Soc. 303 (1987) 97–108.
[6] Gray J.W., Some global properties of contact stuctures, Ann. Math. 69 (1959) 421–450.
[7] Gromov M., Pseudo holomorphic curves in symplectic manifolds, Invent. Math. 82 (1985) 307–347.
[8] Kronheimer P., Mrowka T., The genus of embedded surfaces in the projective plane, Math. Res. Lett. 1 (1994) 797–808.
[9] McDuff D., Singularities and positivity of intersections of J-holomorphic curves, in: Holomorphic Curves in Symplectic Geometry, Progr. in Math., Vol. 117, Birkhäuser, 1984, pp. 191–216.
[10] Micallef M.J., White B., The structure of branch points in minimal surfaces and in pseudoholomorphic curves, Ann. Math. 139 (1994) 35–85.
[11] Morton H.R., Seifert circles and knot polynomials, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 99 (1986) 107–110.
[12] Rudolph L., Algebraic functions and closed braids, Topology 22 (1983) 191–202.