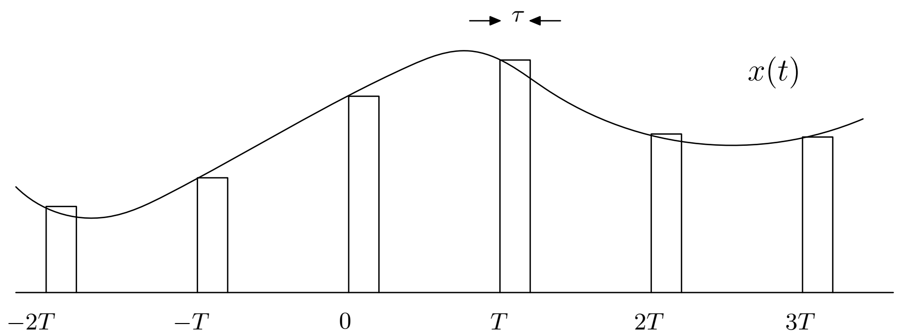
Master 1 : Ingénierie Mathématique. Théorie du signal.

Feuille 3

Exercice 8. Soit $x(t)$ un signal dont la transformée de Fourier $\widehat{x}(f)$ est nulle pour $|f| > 4$. On considère les signaux suivants : $y_1(t) = x(t) - x(t-1)$, $y_2(t) = dx(t)/dt$, $y_3(t) = x^2(t)$, $y_4(t) = x(t)\cos(8\pi t)$. Chacun de ces signaux est échantillonné avec la période $T = 0.1$. Vérifier pour chaque $y_i(t)$ s'il est possible de reconstruire le signal analogique en utilisant un filtre passe-bas.

Exercice 9. On considère le signal complexe $x(t) = \exp\{7\pi jt/4\}\,\mathrm{sinc}(t/4)$. Trouver un schéma d'échantillonnage approprié pour $x(t)$.

Exercice 10. L'échantillonnage d'un signal $x(t)$ grace au peigne de Dirac Ш, représente une idéalisation. (En anglais on l'appelle : *impulse-train sampling*). La technique de l'échantillonnage bloqueur suivante se rapproche d'une procedure pratique. (En anglais : *zero order hold sampling*). A l'instant kT la valeur $x(kT)$ est échantillonnée et ensuite tenue pendant la période $[kT, kT+\tau]$, où $\tau \leq T$. Alors le signal $x_0(t) := \sum_{k\in\mathbb{Z}} x(kT)\chi_{[kT,kT+\tau]}(t)$ est obtenu.



On cherche une méthode qui permet de reconstruire $x(t)$ parfaitement à partir de $x_0(t)$ sous condition que $x(t)$ est de bande fréquentielle finie F.

a) Représenter d'abord l'opérateur linéaire $x \to x_0$ grace à la distribution Ш(t), mise en série avec un filtre linéaire $h_0(t)$. (Ici on appelle filtre linéaire un opérateur linéaire de la forme $x \mapsto x * h$).

b) Trouver ensuite un deuxième filtre linéaire $h_1(t)$ qui, mis en série avec le précédent, compense l'effet du bloqueur pour les signaux de bande F. Adapter à cet effet T et τ à la bande F.