

CURRICULUM VITÆ

Marie-Hélène Vignal

Mars 2011

Équipe MIP, Mathématiques pour l'Industrie et la Physique,
IMT, Institut de Mathématiques de Toulouse, UMR CNRS 5219,
Université Paul Sabatier, Toulouse 3



Table des matières

- Page 3 - Renseignements Personnels
- Déroulement de carrière depuis septembre 1994
- Titres et Diplômes
- Page 4 - Thèmes de recherche
- Nature des publications
- Contrats industriels et publics
- Page 5 - Encadrements de 3^{ème} cycle
- Page 6 - Activités d'enseignement
- Responsabilités collectives
- Page 7 - Liste détaillée des publications
- Page 9 - Invitations à des congrès ou séminaires depuis 1999
- Page 11 - Activités et perspectives de recherche
- Page 20 - Rapports d'habilitation

RENSEIGNEMENTS PERSONNELS

MARIE-HÉLÈNE VIGNAL

Née le 20 septembre 1969 à Firminy (42)

Nationalité Française

Vie maritale, deux enfants

Adresse personnelle :

10 Allée plein soleil, 31320 Péchabou

Tél : 06-80-73-40-52

Institut de Mathématiques de Toulouse
UMR CNRS 5219, Université Toulouse 3,
118 route de Narbonne
31062 Toulouse cedex 9

Tél : 05-61-55-76-34

Fax : 05-61-55-83-85

Email : mhvignal@math.univ-toulouse.fr

<http://www.math.univ-toulouse.fr/~mhvignal>

DÉROULEMENT DE CARRIÈRE DEPUIS SEPTEMBRE 1994

- Depuis 1998** **Maître de conférences** à l'Université Paul Sabatier, Toulouse 3.
Membre de l'équipe MIP de l'Institut de Mathématiques de Toulouse.
- 2011** Obtention de la **Prime d'Excellence Scientifique**.
- 2002-2011** Obtention de la **Prime d'Encadrement Doctorale** et de **Recherche**.
- 2005 - 2006** **Délégation de 6 mois au CNRS** de septembre à février.
- 2005 - 2006** **CRCT de 6 mois** (Congé pour Recherche et Conversion Thématique) de mars à août, sur le contingent national du CNU.
- 1997 - 1998** **ATER** à l'ENS Lyon.
- 1994 - 1997** **Allocataire** de recherche du ministère.

TITRES ET DIPLÔMES

2007 Habilitation à diriger des recherches.

Titre : Modélisation mathématique et schéma préservant l'asymptotique quasi-neutre pour décrire des plasmas et le transport de particules.

Soutenue le 12 décembre 2007 à l'Université P. Sabatier.

Jury : François Bouchut (rapporteur), Yann Brenier (rapporteur), François Castella, Thierry Colin, Pierre Degond, Thierry Gallouët, Mohamed Masmoudi, Eric Sonnendrücker. Rapporteur absent : Haïliang Liu.

1997 Doctorat de Mathématiques.

Titre : Schémas Volumes Finis pour des équations elliptiques ou hyperboliques avec conditions aux limites, convergence et estimations d'erreur.

Préparée sous la direction de Thierry Gallouët.

Soutenue le 15 décembre 1997 à l'ENS Lyon.

Jury : Frédéric Coquel, Michel Crouzeix (rapporteur), Thierry Gallouët, Jean-François Maitre, Denis Serre. Rapporteur absent : Jean-Marie Thomas.

1994 DEA d'Analyse Numérique, Modèles Mathématiques et Calcul Scientifique de Saint Etienne. Stage de quatre mois effectué à l'**Institut Français du Pétrole** de Rueil Malmaison.

THÈMES DE RECHERCHE

- Schémas volumes finis : écoulements en milieux poreux, problèmes de conditions aux limites.
- Modélisation mathématique : couplage de modèles pour décrire l'expansion d'une bulle de plasma.
- Analyse asymptotique de modèles cinétiques.
- Construction, analyse et implémentation de schémas numériques asymptotiquement préservant.
- Problème de couche limite.

NATURE DES PUBLICATIONS

- 13 articles dans des revues internationales, 2 articles soumis.
- 5 comptes rendus de conférences internationales.
- 5 notes courtes

CONTRATS INDUSTRIELS ET PUBLICS

- 2008 - 2011** Membre du RTRA Sciences et Technologies pour l'Aéronautique et l'Espace, projet Plasmax : Modélisation des interactions micro-ondes/plasma pour applications aérospatiales. Coordonnateur du projet F. Christophe (Onera). Publications concernées [**A15,A13,A10**]
- 2008 - 2009** Action spécifique du CNRS et contrat avec le CEA Cadarache, Gyro-Stab: Gyro-scale Uniformly Stable schemes for fluid modeling of plasma turbulence collaboration avec P. Degond, F. Deluzet et A. Sangam (Institut de Mathématiques de Toulouse), X. Garbet, G. Falchetto, M. Ottaviani (CEA Cadarache), et A. Ambroso, P. Omnès et J. Segré (CEA Saclay). Publication concernée [**A14,A12**]
- 2006 - 2009** Membre de l'ANR jeunes chercheurs MNEC, coordonnateur F. Filbet, Lyon 1.
- 2006 - 2009** Contrat avec le CEA Saclay, collaboration avec P. Degond, F. Deluzet, N. Lemarchant et L. Mieussens (IMT) et A. Ambroso, P. Omnès et J. Segré (CEA Saclay).
- 2003 - 2004** Contrat avec le CEA/DAM Ile de France, collaboration avec P. Crispel et P. Degond (IMT) et K.-C. Le Thanh (CEA Bruyères le Châtel). Publication concernées [**A9,N4,N3**].
- 2001 - 2006** Contrat avec le CNES, centre de Toulouse, collaboration avec P. Crispel et P. Degond (IMT), D. Payan (CNES) et J.-F. Roussel (Onera Toulouse). Publications concernées [**A8,A7,A5,N5,N4**].
- 2000 - 2003** Contrat avec le CEA/DAM Ile de France, collaboration avec P. Degond et C. Parzani (IMT) et F. Assous, K.-C. Le Thanh et J. Segré (CEA Bruyères le Châtel). Publications concernées [**A4,CR3,N3,N2**].

ENCADREMENTS DE 3^{ème} CYCLE

ENCADREMENTS DE THÈSES

- 2006 - ...** Thèse en cours de Dominique Savelief, coencadrement avec P. Degond et F. Deluzet (IMT), étudiant boursier du ministère. Titre : Schémas préservant l'asymptotique quasi-neutre pour Euler-Maxwell.
- 2002 - 2006** Thèse de Pierre Crispel, coencadrement avec P. Degond (IMT), étudiant financé par l'Onera et le CNES de Toulouse. Titre : "Modélisation mathématique et simulation de la transition d'une décharge électrostatique primaire vers un arc électrique secondaire entretenu par la puissance photovoltaïque d'un générateur solaire de satellite", soutenue le 30-11-2006.
- 2000 - 2004** Thèse de Céline Parzani, coencadrement avec P. Degond (IMT), étudiante boursière du ministère. Titre : "Modélisation mathématique d'expansion de plasma et de décharges électriques", soutenue le 5-12-2003.
- 1998 - 2001** Thèse de Rachid Talaalout, coencadrement avec P. Degond (IMT), étudiant financé par le CNES et MATRA. Sujet : "Un modèle de type énergie-transport pour décrire le mouvement de particules chargées confinées dans un potentiel de surface". Etudiant embauché par une filiale de MATRA avant la soutenance de la thèse.

ENCADREMENTS DE PRÉ ET POST-DOC

- 2008 - 2009** Post-Doc de Stéphane Brull, coencadrement avec P. Degond et F. Deluzet (IMT), étudiant financé par le CNRS. Sujet : Un schéma préservant la limite de dérive pour Euler avec force de Lorentz appliqué à ITER.
- 2007 - 2008** Pré-Doc de An-Bang Sun, doctorant Chinois, coencadrement avec P. Degond (IMT) et J.-P. Boeuf (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie de Toulouse). Sujet : Un schéma de type PIC (Particles in Cells) préservant l'asymptotique quasi-neutre pour l'équation de Vlasov.
- 2007 - 2008** Post-Doc de Afeintou Sangam, coencadrement avec P. Degond et F. Deluzet (IMT), étudiant financé par le CNRS. Sujet : Un schéma préservant la limite de dérive pour Euler avec force de Lorentz appliqué à ITER.
- 2007 - 2008** Post-Doc de Sever Hirstoaga, coencadrement avec P. Degond (IMT) et E. Sonnendrücker (IRMA, Strasbourg), étudiant financé par l'Action de Recherche Concertée INRIA Fusion. Sujet : Étude de la limite giro-cinétique pour des plasmas magnétisés confinés.

ENCADREMENTS DE STAGES

- 2006** Stage de fin de 1^{ère} année de l'ENS Lyon de Lionel Poujet.
Titre : Modèles cinétiques pour décrire des particules confinées contre une paroi.
- 2006** Stage de DEA de D. Savelief, coencadrement avec P. Degond.
- 2005** Stage de DEA de N. Lemarchant, coencadrement avec P. Degond.
Titre : Modélisation Mathématique d'expansion de plasma.
- 2002** Stage de DEA de P. Crispel, coencadrement avec P. Degond.
- 2000** Stage de DEA de C. Parzani, coencadrement avec P. Degond.

ACTIVITÉS D'ENSEIGNEMENT

- 1996 - 1997** - Vacataire INSA de Lyon, 64 heures, 2^{ème} année, travaux dirigés, Espaces vectoriels, suites de fonctions, séries.
- 1997 - 1998** - ATER ENS Lyon, 1/2 ATER, 1^{ère} année, travaux dirigés, Optimisation, Espaces de Sobolev, Équations elliptiques, Méthodes des éléments finis.
- 1998 - ...** - Maître de conférences à l'Université de Toulouse 3.
- Master 2^{ème} année, cours de modélisation mathématique des plasmas au service des technologies spatiales. Cours d'harmonisation : introduction aux équations aux dérivées partielles elliptiques et hyperboliques.
 - 3^{ème} année INSA, cours, travaux dirigés, travaux pratiques d'analyse numérique, responsable du module.
 - Master 1^{ère} année, Ingénierie Mathématiques, cours, travaux dirigés, équations aux dérivées partielles elliptiques et éléments finis.
 - Master 1^{ère} année, Mathématiques fondamentales, cours, travaux dirigés, équations aux dérivées partielles elliptiques et paraboliques, éléments finis, responsable du module.
 - Licence 3^{ème} année, travaux dirigés, travaux pratiques, Maple, Matlab, analyse.
 - Licence 2^{ème} année, travaux dirigés de calcul différentiel, d'équations différentielles et d'analyse numérique.
 - Licences 1^{ère} années, filières "Informatique, Mathématiques et Physique" et "Physique, Chimie", cours et travaux dirigés, arithmétique, analyse, algèbre et probabilités, responsable de plusieurs modules.

RESPONSABILITÉS COLLECTIVES

- 2011** Organistrice de la conférence "Kinetic models of classical and quantum particle systems. A conference in memory of Naoufel Ben Abdallah". IMT, Toulouse, 14-18 Mars 2011.
- 2007 - 2011** Membre élu du conseil de l'Institut de Mathématiques de Toulouse.
- 2008** Organistrice d'un mini-symposium "Physique des plasmas" au Canum.
- 2007 - 2008** Membre de la commission de spécialistes section 26 de l'Université de Provence.
- 2001 - 2008** Membre de la commission de spécialistes section 26 de l'Université de Toulouse 3.
- 2001 - 2004** Membre des commissions de spécialistes section 26 de l'Université de Pau et de l'INSA de Toulouse.
- 1998 - 2002** Membre du conseil scientifique de l'UFR Mathématiques, Informatique et Gestion de l'Université de Toulouse 3.
- Depuis 1998** Responsable de plusieurs modules d'enseignements, notamment en Licence 1^{ère} année nécessitant la coordination de plusieurs enseignants pour des cours-TD intégrés.

LISTE DÉTAILLÉE DES PUBLICATIONS

Articles soumis

- A15-** P. DEGOND, H. LIU, D. SAVELIEF, M.-H. VIGNAL, *Numerical approximation of the Euler-Poisson-Boltzmann model in the quasi-neutral limit*, soumis.
- A14-** P. DEGOND, S. HIRSTOAGA, M.-H. VIGNAL, *The Vlasov model under large magnetic fields in the low-Mach number regime*, soumis.

Articles parus

- A13-** P. DEGOND, F. DELUZET, L. NAVORET, A.-B. SUN, M.-H. VIGNAL, *Asymptotic-Preserving Particle-In-Cell method for the Vlasov-Poisson system near quasineutrality*, **Journal of Computational Physics**, 229 (2010), no 16, 5630-5652.
- A12-** P. DEGOND, F. DELUZET, A. SANGAM, M.-H. VIGNAL, *An Asymptotic Preserving Scheme for the Euler equations in a strong magnetic field*, **Journal of computational Physics**, 228 (2009), no 10, 3540-3558..
- A11-** M.-H. VIGNAL, *A boundary layer problem for an asymptotic preserving scheme in the quasi-neutral limit for the Euler-Poisson system*, **SIAM Journal on Applied Mathematics**, 70 (2010), no 6, 1762-1787.
- A10-** P. DEGOND, J.-G. LIU, M.-H. VIGNAL, *Analysis of an asymptotic preserving scheme for the Euler-Poisson system in the quasineutral limit*, **SIAM Journal on Numerical Analysis**, 46 (2008) no. 3, 1298–1322.
- A9-** K.-C. LE THANH, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *A Volume Of Fluid method for a two-dimensional plasma expansion problem*, **Journal of computational Physics**, 225 (2007) 1937–1960.
- A8-** P. CRISPEL, P. DEGOND, M.-H. VIGNAL, *A plasma expansion model based on the full Euler-Poisson system*, **Mathematical Models & Methods in Applied Sciences**, 17 (2007) no. 7, 1129–1158.
- A7-** P. CRISPEL, P. DEGOND, M.-H. VIGNAL, *An asymptotic preserving scheme for the two-fluid Euler-Poisson model in the quasi-neutral limit*, **Journal of computational Physics**, 223 (2007) no. 1, 208–234.
- A6-** P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *A Boltzmann model for trapped particles in a surface potential*, **Multiscale Modeling & Simulation, SIAM**, 5 (2006) no. 2, 364–392.
- A5-** P. CRISPEL, P. DEGOND, M.-H. VIGNAL, *Quasi-neutral fluid models for current-carrying plasmas*, **Journal of computational Physics**, 205 (2005) no. 2, 408–438.
- A4-** P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *Plasma expansion in vacuum: modeling the breakdown of quasineutrality*, **Multiscale Modeling and Simulation, SIAM**, 2 (2003) no. 1, 158–178.
- A3-** T. GALLOUËT, R. HERBIN, M.-H. VIGNAL, *Error estimates on the approximate finite volume solution of convection diffusion equations with general boundary conditions*, **SIAM Journal on Numerical Analysis**, 37 (2000) no. 6, 1935–1972.

A2- S. VERDIÈRE, M.-H. VIGNAL, *Numerical and theoretical study of a dual mesh method using finite volume schemes for two phase flow problems in porous media*, **Numerische Mathematik**, 80 (1998) no. 4, 601–639.

A1- M.-H. VIGNAL, *Convergence of a finite volume scheme for an elliptic-hyperbolic system*, **RAIRO Modélisation Mathématique et Analyse Numérique**, 30 (1996) no. 7, 841–872.

Actes de Congrès

- *CR5-** C. CHAINAIS-HILLAIRET, M.-H. VIGNAL, Asymptotic preserving schemes in the quasi-neutral limit for the drift-diffusion system, Proceedings of the conference “Sixth International Symposium on Finite Volumes for Complex Applications” Prague 6-10 Juin 2011.
- CR4-** N. BEN ABDALLAH, P. DEGOND, F. DELUZET, V. LATOCHA, R. TALAALOUT, M.-H. VIGNAL, Diffusion limits of kinetic models, proceedings of the conference on Hyperbolic problems: theory, numerics, applications, Springer, Berlin, (2003) 3–17.
- *CR3-** P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *On plasma expansion in vacuum, proceedings of the conference on Free Boundary Problems*, Theory and applications, Trento, juin 2002, International Series of Numerical Mathematics, Birkhäuser, Editors P. Colli, C. Verdi, A. Visinti, 147 103–112.
- *CR2-** P. DEGOND, R. TALAALOUT, M.-H. VIGNAL, *Electron transport and secondary emission in a surface of solar cell*, proceeding of the Workshop ESA-CNES, 4th and 6th september 2000, ESTEC, Noordwijk, the Netherlands.
- *CR1-** M.-H. VIGNAL, *Convergence of Finite Volumes Schemes for an elliptic hyperbolic system with boundary conditions*, Proceeding of the First International Symposium on Finite Volumes for Complex Applications, ed. F. Benkhaldoun et R. Vilsmeier, Hermes (1996) 145–152.

Notes

- N5-** P. CRISPEL, P. DEGOND, M.-H. VIGNAL, *An asymptotically stable discretization for the Euler-Poisson system*, **Comptes Rendus de l’Académie des Sciences. Série I. Mathématique**, 341 (2005), 5, 323–328.
- N4-** P. CRISPEL, P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *Trois formulations d’un modèle de plasma quasi-neutre avec courant non nul*, **Comptes Rendus de l’Académie des Sciences. Série I. Mathématique**, 338 (2004), 4, 327–332.
- N3-** P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *A one-dimensional model of plasma expansion*, **Mathematical and Computer Modeling**, 38 (2003), 10, 1093–1099.
- *N2-** P. DEGOND, C. PARZANI, M.-H. VIGNAL, *Un modèle d’expansion de plasma dans le vide*, **Comptes Rendus de l’Académie des Sciences. Série I. Mathématique**, 335 (2002), 4, 399–404.
- *N1-** K. DOMELEVO, M.-H. VIGNAL, *Limites visqueuses pour des systèmes de type Fokker-Planck-Burgers unidimensionnels*, **Comptes Rendus de l’Académie des Sciences. Série I. Mathématique**, 332 (2001), 9, 863–868.

* Ces actes de congrès et notes contiennent des résultats originaux et tiennent lieu de publications.

INVITATIONS À DES CONGRÈS OU SÉMINAIRES DEPUIS 1999

CONFÉRENCES INTERNATIONALES

- Janvier 2011** **Workshop** “Numerical Methods for stiff problems in Hamiltonian systems and kinetic equations”, **Saint-Malo**.
- Décembre 2010** **Oberwolfach Workshop** “Classical and Quantum Mechanical Models of Many-Particle Systems”, Organisé par Anton Arnold, Eric Carlen, et Laurent Desvillettes.
- Juin 2010** **SIAM Conference** on Dynamical Systems and Partial Differential Equations, minisymposium on kinetic theory and related topics, Barcelone, **Espagne**.
- Décembre 2009** **Workshop** “Theory and Numerics of kinetic equations”, University of Saarland , Saarbrücken, **Germany**.
- Avril 2009** **Workshop** ”Computational Kinetic Transport and Hybrid Methods” Institute for Pure and Applied Mathematics, UCLA campus **Los Angeles**.
- Juin 2008** Second Canada-France Congress, Montréal, Québec.
- Décembre 2007** Nano Brixen 2007, **conference** on “Modeling and computational methods in fluid dynamics and material science: towards the challenge of the nanoscales”, on December 19-22, 2007 at Bressanone, in South Tirol, **Italy**.
- Juillet 2007** **Workshop** on Numerical Methods & Kinetic Equations in **Toulouse**.
- Novembre 2006** **Workshop** on Mathematical Models and Numerical Methods for Magnetized Plasma at the laboratory J. A. Dieudonné, Université de **Nice**.
- Aout 2006** Summer school “Multiscale Modeling and Applications” in Cargese, **Corse**.
- Juin 2006** **Journée thématique** “Physique des plasmas” à **Lille**.
- Novembre 2005** National Congress of AĬMETA, Firenze, **Italie**.
- Juillet 2005** 2^{ème} **colloque** sur les Tendances des Applications Mathématiques en Tunisie, Algérie, Maroc, **Tunis**.
- Septembre 2004** The 6th International **Workshop** on Mathematical Aspects of Fluid and Plasma Dynamics, Kyoto, **Japon**.
- Septembre 2004** 10th International **Conference** on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications, Osaka, **Japon**.
- Juin 2003** 5th Dublin differential equations **conference**, Dublin, **Irlande**.
- Juillet 2002** Siam 50th Anniversary and 2002 Annual **Meeting**, Philadelphie, **USA**.
- Août 1999** **Séminaire** de l’Institut des mathématiques, Académie Chinoise, Pékin, **Chine**.
- Juillet 1999** Second International **Symposium** on Finite Volumes for Complex Applications, Duisburg, **Allemagne**.

SÉMINAIRES NATIONAUX

- Janvier 2011** Séminaire de l'Equipe Analyse Numérique et EDP du laboratoire J.A. Dieudonné, **Nice**.
- Janvier 2011** Séminaire de mathématiques de l'Ecole Centrale de **Lyon**.
- Janvier 2011** Séminaire d'Analyse Appliquée du laboratoire d'Analyse, topologie, Probabilités de l'Université de Provence, **Marseille**.
- Mars 2010** Séminaire de l'équipe Groupe Mathématique, Mécanique, Modélisation et Numérique de l'Université de **Caen**.
- Janvier 2010** Séminaire d'Analyse Appliquée du laboratoire d'Analyse, topologie, Probabilités de l'Université de Provence, **Marseille**.
- Décembre 2009** Séminaire de l'équipe "Calcul Scientifique et Modélisation" de l'Institut Mathématique de **Bordeaux**
- Mars 2009** Séminaire de Mathématiques Appliquées du laboratoire de Mathématiques de l'Université Blaise Pascal, **Clermont Ferrand**.
- Décembre 2008** Séminaire de l'équipe ACSIOM du laboratoire de Mathématiques de l'Université de **Montpellier** .
- Janvier 2008** Séminaire de l'équipe EDP du Laboratoire de mathématiques de l'Université de Savoie, **Chambéry**.
- Janvier 2008** Séminaire de Modélisation Mathématique et Calcul Scientifique de l'Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard, **Lyon**.
- Mai 2007** Séminaire d'Analyse Appliquée du laboratoire d'Analyse, topologie, Probabilités de l'Université de Provence, **Marseille**.
- Octobre 2006** Séminaire de Mathématiques Appliquées du laboratoire de Mathématiques de l'université Blaise Pascal, **Clermont Ferrand**.
- Janvier 2006** Séminaire d'analyse numérique de l'Institut de Recherche Mathématique de **Rennes**.
- Mars 2004** Séminaire CEA Cesta, **Bordeaux**.

ACTIVITÉS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

1. Pages 11,12 : Schémas volumes finis : écoulements en milieux poreux, problèmes de conditions aux limites
2. Pages 12,13 : Modélisation mathématique : couplage de modèles pour décrire l'expansion d'un plasma
3. Pages 13,14 : Analyse asymptotique de modèles cinétiques
4. Pages 14-16 : Construction, analyse et implémentation de schémas numériques asymptotiquement préservant
5. Pages 16,17 : Étude d'un problème de couche limite
6. Pages 17-19 : Travaux en cours et perspectives de recherche

1. Schémas volumes finis : écoulements en milieux poreux, problèmes de conditions aux limites

Cette partie concerne les publications [A3, A2, A1, CR1] qui ont été réalisées en collaboration avec T. Gallouët, R. Herbin (Université de Provence) et S. Verdière (Institut Français du Pétrole).

Dans [A2, A1], je me suis intéressée à un système couplé de type elliptique-hyperbolique. Ce système permet de simuler des écoulements en milieux poreux en liaison notamment avec l'industrie pétrolière. On considère deux phases (eau et pétrole) immiscibles et incompressibles. Sous ces hypothèses, le problème se ramène à chercher la saturation S de l'une des deux phases et la pression P du milieu, fonctions des variables d'espace x et de temps t et solutions du système suivant

$$\partial_t S - \operatorname{div} \left(K \frac{K_{rw}(S)}{\mu_w} \nabla P \right) = 0, \quad (1)$$

$$-\operatorname{div}(K m(S) \nabla P) = 0, \quad (2)$$

où K est la perméabilité absolue du milieu, K_{rw} et μ_w sont la perméabilité relative et la viscosité de la phase eau. La fonction m est la mobilité totale donnée par $m(S) = K_{rw}(S)/\mu_w + K_{ro}(S)/\mu_o$ où K_{ro} et μ_o sont la perméabilité relative et la viscosité de la phase pétrole.

Dans [A1], je considère un modèle simplifié issu de (1), (2). Je suppose que les flux volumiques de chaque phase suivent une loi de Darcy linéaire, que les viscosités des fluides sont identiques et que les perméabilités sont constantes. Je discrétise ce système avec un schéma de type volumes finis et j'établis la convergence du système couplé vers une solution faible du problème. La difficulté et l'originalité de ce travail réside dans le traitement du couplage et des conditions aux limites.

Dans les cas test physiques, les perméabilités absolue et relatives K , K_{rw} et K_{ro} , sont données par les géophysiciens comme des fonctions constantes sur une grille fine, qui peut être composée de millions de cellules. La discrétisation du problème elliptique (1)

conduit alors à un système linéaire trop coûteux. Les techniques classiquement utilisées, afin de réduire le nombre de cellules, consistent à homogénéiser les paramètres donnés sur la grille fine pour obtenir cette même information sur une grille grossière. Les équations de pression (1) et de saturation (2) sont alors résolues sur un même maillage, le maillage grossier. Mais, ces techniques conduisent parfois à des raisonnements trop “globaux”. C’est pourquoi, S. Verdière et D. Guéillot (Institut Français du Pétrole) ont proposé un schéma volumes finis avec un double maillage permettant d’éviter ces problèmes en résolvant l’équation en pression sur le maillage grossier et l’équation en saturation sur le maillage fin. Dans une première partie de [A2], nous donnons des résultats de convergence de cette technique de double maillage pour le problème simplifié, linéaire, considéré dans [A1]. Puis, nous présentons des résultats numériques pour des cas-tests plus réalistes. Ces résultats confirment la validité de cette méthode de double maillage même dans le cas d’un milieu poreux hétérogène et d’un problème non linéaire.

Dans [A3], nous établissons la convergence de schémas de type volumes finis sur des maillages généraux pour un problème de convection-diffusion avec des conditions aux limites de Dirichlet, Neumann ou Fourier.

Dans [CR1], je généralise les résultats de [A1] pour le problème couplé elliptique-hyperbolique au cas d’une équation hyperbolique non linéaire en saturation. Il est alors nécessaire de considérer la solution entropique et de récupérer pour la solution approchée suffisamment de compacité pour passer à la limite dans les termes non linéaires.

2. Modélisation mathématique : couplage de modèles pour décrire l’expansion d’un plasma

Cette partie de mes recherches, concerne les publications [A9, A8, A5, A4, CR3, N4, N3, N2] qui ont été réalisées en collaboration avec P. Crispel, P. Degond, C. Parzani (Institut de Mathématiques de Toulouse) et K.-C. Le Thanh (CEA Bruyères le Châtel).

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre des contrats industriels avec F. Assous, K.-C. Le Thanh et J. Segré (CEA/DAM Ile de France) de 2000 à 2004 et celui avec D. Payan (CNES Toulouse) et J.-F. Roussel (Onera Toulouse) de 2001 à 2006.

On s’intéresse au couplage de modèles pour décrire l’expansion d’un fluide chargé (une bulle de plasma quasi-neutre) dans l’espace séparant deux électrodes. Un plasma, suffisamment dense, peut être vu comme un fluide classique auquel on doit rajouter des interactions électromagnétiques. Ici, on ne considère que des interactions électriques, les interactions magnétiques sont négligées. Les échelles spatiale et temporelle de ces interactions, qui jouent un rôle très important dans la dynamique du plasma, sont mesurées par deux quantités : la longueur de Debye et la période plasma. Plus le plasma est dense, plus ces échelles sont petites et plus les déséquilibres électriques sont négligeables. De tels plasmas sont dits quasi-neutres, parce qu’ils sont à l’équilibre : en tout point il y a quasiment autant de charges positives que de charges négatives. C’est la situation la plus fréquemment rencontrée dans la nature. Mais, des plasmas non quasi-neutres existent également, comme les faisceaux qui ne contiennent qu’une seule espèce de particules ou les gaines qui sont des couches limites près du bord. Dans ces plasmas, la longueur de Debye et la période plasma sont du même ordre que la taille du domaine et le temps caractéristique.

Dans le problème physique considéré ici, ces deux types de plasmas sont présents. En effet, la bulle de plasma que l’on veut décrire est quasi-neutre et dans le vide un

faisceau d'électrons est présent. On est donc amené à modéliser un problème dans lequel les paramètres physiques importants ont plusieurs ordres de grandeurs de différence d'une partie du domaine à une autre. Un modèle permet de décrire l'ensemble du dispositif : le modèle bifluide Euler-Poisson. Il est constitué des équations d'Euler pour chaque espèce de particules couplées par une équation de Poisson pour décrire les interactions électriques. Malheureusement, les discrétisations classiques de ce modèle doivent résoudre la longueur de Debye et la période plasma. Ces quantités étant très petites dans une partie du domaine, les simulations numériques sont trop coûteuses pour être réalisées dans des cas pratiques multidimensionnels.

La solution apportée dans [A4, N3, N2] consiste à s'affranchir de ces contraintes au niveau du modèle mathématique. À l'aide d'analyses asymptotiques formelles, nous dérivons, à partir du modèle bifluide Euler-Poisson, un modèle quasi-neutre pour la bulle de plasma et un modèle de Child-Langmuir pour le faisceau. Il reste à déterminer la dynamique de l'interface entre les différentes zones et à coupler les deux modèles à cette interface. En se plaçant dans le référentiel mobile de l'interface, on se ramène à un problème de conditions aux limites. Le couplage se fait alors soit à l'aide des relations de Rankine-Hugoniot du modèle bifluide Euler-Poisson dans [N2], soit en étudiant un modèle de transmission à l'interface dans [A4, N3].

Dans [A5], nous étudions ce modèle d'un point de vue mathématique et numérique. Ceci nous permet de déterminer la zone de validité du modèle. Les simulations numériques montrent une très bonne concordance avec les résultats du modèle bifluide Euler-Poisson en une dimension d'espace.

Nous proposons de plus, des extensions de ses travaux au modèle bifluide Euler complet-Poisson dans [A8] ainsi qu'au cas bidimensionnel dans [A9]. Dans ce dernier travail nous devons suivre une interface bidimensionnelle pour cela, nous construisons une méthode de type Volume of Fluid. Ces méthodes sont classiquement utilisées en mécanique des fluides. Des simulations bidimensionnelles sont alors réalisées.

3. Analyse asymptotique de modèles cinétiques

Cette partie concerne les publications [A6, CR4, CR2] qui ont été réalisées en collaboration avec P. Degond, C. Parzani et R. Taalalout (Institut de Mathématiques de Toulouse). Nous nous sommes intéressés à ce problème en liaison avec une application industrielle proposée par Jean-Pierre Catani et Denis Payan (CNES Toulouse). Ce problème concerne les phénomènes d'arcs électriques sur les panneaux solaires des satellites.

On s'intéresse ici à la modélisation de particules soumises à un potentiel extérieur dans un demi-espace. Le potentiel appliqué confine les particules contre la surface délimitant le demi-espace. Le point de départ de la modélisation est l'équation de Vlasov décrivant le transport des particules. Il est classique en modélisation mathématique, de dériver un modèle asymptotique contenant un plus petit nombre de variables que la description cinétique. Ceci est possible lorsque les conditions physiques le permettent, par exemple lorsque les particules sont soumises à un grand nombre de collisions. Le modèle limite dépend alors de la nature des collisions considérées. Dans le problème considéré ici, les particules étant confinées contre la paroi, elles entrent en collision de manière répétée avec la paroi. Ceci va nous permettre de dériver différents modèles asymptotiques suivant la nature des collisions.

Dans [CR2], nous supposons que les collisions des particules avec la surface sont diffusives. Sous ces conditions, à partir d'un modèle de diffusion, nous dérivons formellement un modèle fluide de type énergie-transport dont les inconnues sont les quantités fluides de densités surfaciques de particules et d'énergie. Nous enrichissons ce modèle afin de prendre en compte des phénomènes physiques plus complexes. Nous réalisons des simulations numériques en une dimension d'espace. Ces simulations ont permis de dégager les mécanismes physiques prédominants dans le processus.

Des expérimentations en laboratoires, réalisées à l'Onera de Toulouse ainsi qu'au CNES, nous ont amenés à penser que nous n'étions peut être pas dans le régime dans lequel le modèle précédent de type énergie-transport est valide. En effet, ce modèle n'est valide que si les collisions des particules avec la paroi sont suffisamment nombreuses et si l'équilibre thermodynamique est atteint. Dans le but de vérifier si ces hypothèses sont satisfaites dans le contexte physique considéré, nous avons décidé de dériver un modèle de type Boltzmann antérieur au précédent modèle dans une hiérarchie du microscopique vers le macroscopique, puis de réaliser des simulations numériques. Ce travail a été réalisé dans [A6]. Dans cette étude, on se place dans un cadre plus général que celui de l'application précédente. On considère des particules piégées le long d'une surface par un potentiel confinant. A partir d'une description cinétique, on dérive un modèle bidimensionnel de type Boltzmann sur la surface de manière rigoureuse dans le cas où le potentiel est donné et de manière formelle lorsque l'équation de transport est couplée à l'équation de Poisson. Enfin, nous réalisons des simulations numériques unidimensionnelles sur un modèle simplifié.

4. Construction, analyse et implémentation de schémas numériques asymptotiquement préservant

Cette partie concerne les publications [A15, A13, A12, A10, A7, N5] qui ont été réalisées en collaboration avec P. Crispel, F. Deluzet, P. Degond, L. Navoret et D. Savelief (Institut de Mathématiques de Toulouse), H. Liu (Université de l'Iowa), J.-G. Liu (Université du Maryland) et An-Bang Sun (IMT et college of astronautics, Northwestern Polytechnical University of Xi'an, China).

Ces travaux concernent l'étude de schémas asymptotiquement préservant. Le principe de ces schémas peut être décrit de la manière suivante. On considère un modèle mathématique M_ε dépendant d'un paramètre physique ε . Dans les cas que je considère ci dessous, ce paramètre est relié soit à une échelle de temps, soit à une échelle d'espace. Ce paramètre ε peut prendre différents ordre de grandeur dans le domaine. Comparé à l'échelle caractéristique du problème (la taille du domaine ou le temps final de simulation), ε peut être très petit dans une partie du domaine, d'ordre 1 dans une autre partie et prendre toutes les valeurs intermédiaires entre les deux. De part leur faible coût, les schémas explicites sont très souvent utilisés. Mais, ceux-ci doivent résoudre l'échelle ε pour être stables et consistants et donc donner une bonne approximation de la solution du problème considéré. Ainsi le pas de temps et/ou le pas d'espace doivent être plus petits que ε . Ce dernier étant très petit dans certaines régions, cette contrainte conduit à des coûts de simulations trop élevés pour que ces schémas puissent être utilisés dans des cas physiques réalistes.

Une première solution consiste à utiliser un modèle asymptotique M_0 dans les régions où ε est suffisamment petit. C'est la solution que nous avons retenue dans les travaux décrits dans le paragraphe 2 ci-dessus. Cette solution présente plusieurs défauts. Tout

d’abord, il faut déterminer les régions où le modèle asymptotique M_0 peut être utilisé. Le paramètre ε pouvant prendre toutes les valeurs entre ses deux valeurs extrêmes, il est souvent délicat de positionner l’interface de manière précise. De plus, dans beaucoup d’applications, cette interface est mobile. On doit alors suivre celle-ci. Or, numériquement le suivi d’une interface en dimension 2 ou 3 est un problème très difficile. Enfin, il faut connecter les deux modèles. La complexité des équations fait que très souvent, les conditions de raccord ne peuvent être obtenues que formellement.

Une deuxième solution consiste à n’utiliser qu’un seul modèle dans tout le domaine. Or, le seul modèle valide partout est le modèle microscopique M_ε . Il faut alors le discrétiser avec un schéma satisfaisant deux propriétés. La première est qu’il doit être stable sans résoudre l’échelle ε afin que les coûts de simulations ne soient pas trop élevés. Cette propriété porte le nom de stabilité asymptotique. De plus, lorsque le paramètre ε est très petit, le schéma doit donner une approximation de la solution du modèle asymptotique M_0 . Cette propriété porte le nom de consistance asymptotique. Si le schéma satisfait ces deux propriétés, on dit que le schéma préserve l’asymptotique $\varepsilon \rightarrow 0$ ou encore qu’il est asymptotiquement préservant.

Les travaux, publiés dans [A7, N5], ont été réalisés dans le cadre du contrat avec D. Payan (CNES Toulouse) et J.-F. Roussel (Onera Toulouse) de 2001 à 2006. Dans ces publications, nous nous intéressons au modèle bifluide d’Euler-Poisson dans la limite quasi-neutre. Ce modèle est constitué de deux systèmes d’Euler isentropique couplés à une équation de Poisson. Ce modèle dépend d’un petit paramètre relié à la longueur de Debye et la période plasma. Ces grandeurs sont respectivement des échelles d’espace et de temps qui mesurent les échelles des interactions électriques dans un plasma. Dans les applications physique visées, ces paramètres varient de plusieurs ordres de grandeur dans le domaine espace-temps.

Dans [A7, N5], nous construisons une discrétisation du modèle bifluide Euler-Poisson préservant l’asymptotique quasi-neutre tout en n’étant pas contraint à résoudre les échelles de la longueur de Debye et de la période plasma. Les deux points clés dans la construction de ce schéma sont d’une part une reformulation permettant d’obtenir la consistance asymptotique, c’est à dire avec le modèle limite dans les zones où les paramètres sont petits. D’autre part, l’implicitation des “bons termes” permettant d’obtenir la stabilité asymptotique. Ce schéma est testé numériquement pour deux configurations unidimensionnelles et une configuration bidimensionnelle. Ces tests montrent une très bonne concordance des résultats de notre schéma avec ceux des schémas classiques avec de plus un gain en temps très important dans les simulations.

Dans [A10], nous réalisons une analyse de stabilité pour le système d’Euler-Poisson linéarisé autour d’une solution constante. Cette analyse confirme le bon comportement asymptotique de notre schéma. Nous montrons qu’il est asymptotiquement stable alors que les schémas classiques doivent résoudre les petites échelles pour être stable.

Dans [A13], nous nous intéressons à une modélisation cinétique pour les particules. Les équations d’Euler sont alors remplacées par des équations de Vlasov. Nous proposons une discrétisation de type P.I.C. (Particles in Cells) asymptotiquement préservant. Ce schéma consiste à utiliser des discrétisations particulières pour les équations de Vlasov et différences finies pour l’équation de Poisson. Nous validons la méthode par des simulations numériques réalisées sur plusieurs cas tests. Nous comparons notre schéma au schéma classique dit de “saute-mouton” ou “leap-frog” ainsi qu’à d’autres méthodes utilisées généralement pour ce système. Ces résultats montrent que notre schéma est bien asymptotiquement préservant.

Dans le modèle bifluide Euler-Poisson, le rapport des masses des électrons et des ions est très faible. Il est alors naturel de considérer le modèle limite obtenu dans la limite de ce rapport tendant vers 0. Dans cette limite, les électrons sont dits Boltzmanniens et leur densité est une fonction non linéaire donnée du potentiel électrique. Le modèle résultant est appelé modèle Euler-Poisson-Boltzmann. Dans [A15], nous nous intéressons à la limite quasi-neutre de ce modèle. Nous montrons que cette limite n'est pas singulière, comme dans le cas du modèle bifluide Euler-Poisson. De plus nous proposons un schéma asymptotiquement préservant que nous validons par des tests numériques.

Ces trois derniers travaux ont été réalisés dans le cadre du RTRA Sciences et Technologies pour l'Aéronautique et l'Espace, projet Plasmax : Modélisation des interactions micro-ondes/plasma pour applications aérospatiales.

Dans le cadre d'une action spécifique du CNRS et d'un contrat avec le CEA Cadarache (Gyro-Stab) je me suis intéressée aux problèmes rencontrés dans les simulations numériques de plasma fortement magnétisés dans les tokamaks. Le principe d'un tokamak est de confiner à l'aide d'un champ magnétique très fort un plasma dans une chambre de forme toroïdale. Le confinement doit se faire sur un temps suffisamment grand afin de permettre la fusion de noyaux de Deuterium et Tritium et créer ainsi un atome d'Hélium et un neutron très énergétique. Ceci permet alors de produire de la chaleur qui est ensuite transformée en électricité.

Ce principe de production d'énergie est encore au stade d'étude et le tokamak ITER dont la construction a démarré à Cadarache dans le sud est de la France devrait permettre de vérifier s'il est possible de créer plus d'énergie que la quantité dépensée pour confiner le plasma.

Le but de notre collaboration avec le CEA Cadarache est de mettre au point des méthodes numériques efficaces pour des modèles fluides ou cinétiques de plasmas turbulents dans les tokamaks. Dans [A12], nous nous intéressons au système d'Euler avec une force de Lorentz très élevée. Ce système décrit le mouvement de particules soumises à un fort champ magnétique. Le petit paramètre ε dont dépend le modèle est dans ce cas la période de giration des particules autour des lignes de champ. Le champ magnétique étant très élevé, les particules tournent autour des lignes de champs avec une période très petite devant la taille du domaine. La limite $\varepsilon \rightarrow 0$ est dans ce cas appelée la limite de dérive et permet d'établir un modèle dit giro-fluide. Dans cet article nous proposons un schéma asymptotiquement préservant dans la limite de dérive. Des simulations numériques permettent de montrer le bon comportement du schéma.

5. Étude d'un problème de couche limite

Cette partie concerne la publication [A11] dans laquelle je m'intéresse à l'étude d'une couche limite dans la quasi-neutralité, pour le système bifluide Euler-Poisson.

Dans [A7], des simulations numériques sont réalisées sur deux cas-tests unidimensionnels. Le premier cas-test est une perturbation périodique d'un plasma stationnaire et uniforme à courant non nul. Pour ce cas-test, les conditions aux limites sur les quantités fluides sont périodiques. Le deuxième cas-test est l'expansion d'une bulle de plasma entre deux électrodes. Les conditions aux limites ne sont plus périodiques mais de type Dirichlet sur les caractéristiques rentrantes. Ce dernier cas-test est particulièrement bien adapté au schéma préservant l'asymptotique quasi-neutre puisqu'il impose la description d'une transition d'une zone quasi-neutre vers une zone non quasi-neutre. Dans [A7], étape de validation du schéma préservant l'asymptotique quasi-neutre, les simulations

numériques ont été réalisées avec des solveurs en espace diffusifs mais robustes et simples à implémenter : les solveurs de Lax-Friedrichs modifié et polynômial de degré 0. Ces deux solveurs présentent la particularité d’une matrice de diffusion diagonale. Or, cette propriété n’est pas satisfaite par les solveurs généraux de type Roe classiquement utilisés pour le système d’Euler.

Afin de diminuer la diffusion numérique, nous avons depuis étendu ces résultats à des solveurs de type Roe, d’ordre 1 plus généraux comme les solveurs polynômiaux de degré 2, HLLE, HLLC ainsi qu’au solveur d’ordre 2 de Lax-Wendroff. Pour le cas-test de perturbation périodique les résultats ont un comportement identique à ceux obtenus dans [A7] : le schéma classique développe des instabilités lorsque la période plasma n’est pas résolu alors que le schéma asymptotiquement préservant reste stable. En revanche, pour le second cas-test, celui de l’expansion d’un plasma quasi-neutre entre deux électrodes, les résultats diffèrent. Pour des solveurs généraux, le schéma classique et le schéma asymptotiquement préservant développent des instabilités lorsque la longueur de Debye n’est pas résolue par le maillage en espace.

Dans [A11], je montre que ces instabilités sont liées à la présence d’une couche limite (ou gaine) au point d’injection du plasma. Cette couche limite est due à des données aux limites non préparées au régime limite quasi-neutre. En introduisant un développement de la couche limite, dans [A11], j’obtiens un système différentiel constitué des équations d’Euler stationnaires pour chaque espèce de particules, couplées avec l’équation de Poisson. L’analyse de ce système différentiel permet de déterminer les valeurs des quantités fluides en sortie de couche limite et ainsi des conditions aux limites bien préparées au régime quasi-neutre. L’utilisation de ces conditions aux limites bien préparées permettent de stabiliser le schéma préservant l’asymptotique quasi-neutre pour des solveurs généraux sans avoir besoin de résoudre la longueur de Debye. Je présente alors des simulations numériques unidimensionnelles confirmant ce résultat.

6. Travaux en cours et perspectives de recherche

Mes travaux en cours ainsi que mes perspectives de recherches actuelles concernent les parties 3, 4 et 5 précédemment présentées.

Dans le cadre de la collaboration avec l’équipe du CEA Cadarache et en collaboration avec P. Degond (Institut de Mathématiques de Toulouse) et de S. Hirstoaga (Chargé de Recherche INRIA, Université de Strasbourg), je m’intéresse à l’étude asymptotique de l’équation de Vlasov avec force de Lorentz dans la limite de dérive. Cette limite concerne les plasmas fortement magnétisés que l’on rencontre, notamment, dans les Tokamaks comme ITER. Ce travail est soumis pour publication, voir [A14]. Ce travail fait suite au travail réalisé dans [A12], dans lequel nous avons proposé un schéma asymptotiquement préservant dans la limite de dérive pour le système d’Euler-Lorentz. L’établissement d’un schéma asymptotiquement préservant nécessite une bonne connaissance du régime asymptotique obtenu dans la limite considérée, ici la limite de dérive. Or, dans le cas fluide, traité dans [A12], le régime limite est facilement identifiable à l’aide d’une analyse asymptotique formelle. On obtient le modèle giro-fluide bien connu et souvent utilisé par les physiciens. Dans le cas cinétique, que nous traitons dans [A14], l’analyse asymptotique même formelle est beaucoup plus complexe. Les modèles giro-cinétiques utilisés par les physiciens n’ont, à ma connaissance, jamais été obtenus par une étude asymptotique et résultent du savoir faire des physiciens qui décident de négliger certains termes devant

d'autres. Dans [A14], nous réalisons cette étude asymptotique dans un régime supposant la présence d'un fort champ magnétique ainsi qu'un régime Bas-Mach. C'est à dire un régime dans lequel les forces de pression prédominent devant les forces inertielles, ce qui est le cas dans les plasmas très denses.

Concernant le problème de couche limite, les résultats de [A11] peuvent être améliorés. En effet, pour le résoudre, j'ai supposé que la masse des électrons était négligeable. Cette approximation, génère une erreur de l'ordre de 10% sur la valeur de la densité quasi-neutre en sortie de couche limite. Une résolution exacte permettrait de réduire cette erreur. Notons que le problème devient alors fortement non linéaire. Enfin, des simulations numériques du modèle bifluide avec un maillage espace-temps résolvant les petites échelles, montrent que la densité présente un plateau que je n'ai pas réussi à reproduire sur des maillages plus grossiers. Ceci est dû à la mauvaise description d'un régime transitoire initial ainsi qu'à un manque de précision du schéma. Ces deux points peuvent être corrigés à l'aide d'une analyse du régime transitoire et à une montée en ordre du schéma par exemple à l'aide de méthode de Galerkin-discontinu sur laquelle je travaille actuellement. Enfin, la résolution du problème de couche limite pourrait être évitée si le schéma lui même était asymptotiquement préservant dans la limite d'une couche limite tendant vers 0. Certains schémas, diffusifs mais robustes, présentent de manière naturelle cette propriété. L'analyse de ceux-ci devrait permettre de mieux comprendre pourquoi ils préservent la couche limite sans la résoudre et ainsi permettre de construire un solveur moins diffusif qui préserve la couche limite.

Concernant les perspectives de recherche liées à l'analyse asymptotique de modèles cinétiques. La perspective de recherche naturelle faisant suite au travail décrit précédemment concerne la dérivation rigoureuse du modèle dans le cas non linéaire couplé avec Poisson.

En collaboration avec Claire Chainais (Université de Lille 1), je travaille à l'élaboration et l'analyse numérique de schémas asymptotiquement préservant pour le modèle de dérive diffusion. Une partie de nos travaux en cours est publiée dans [CR5].

Tout d'abord, dans le cadre des semi-conducteurs nous étudions la limite quasi-neutre pour le modèle de dérive diffusion. Ce modèle est constitué de deux équations paraboliques pour les densités des "particules". Ces équations sont couplées à une équation elliptique pour la remise à jour du potentiel électrique. Dans le régime quasi-neutre, les échelles de temps et d'espace des interactions électriques entre les particules, sont très petites. Et ainsi, des oscillations de périodes données par ces échelles sont présentes. Or, il est bien connu, que les schémas explicites doivent résoudre ces petites échelles afin d'être stables. Ceci engendre un coût numérique trop élevé pour que ces schémas puissent être utilisés dans la pratique. Pour ces raisons, les schémas implicites sont préférés. Ceux ci préservent l'asymptotique quasi-neutre, c'est à dire qu'ils sont stables et consistants sans avoir besoin de résoudre les petites échelles. Toutefois, le couplage des équations rend ces schémas complètement couplés et donc non linéaires et ainsi encore très coûteux. Nous avons donc construit un nouveau schéma, qui est lui aussi asymptotiquement préservant, mais qui présente l'avantage d'être complètement découplé. Des simulations numériques en une et deux dimensions d'espaces, nous ont permis de montrer le caractère asymptotique de ce schéma ainsi que la réduction considérable des temps de calculs.

L'avantage du modèle de dérive diffusion, comparé aux autres modèles que j'ai précédemment étudiés, est que d'un point de vue continu, l'analyse de ce système est maintenant bien aboutie. Ceci nous a permis de montrer rigoureusement le caractère asymptotiquement préservant de la semi-discrétisation en temps implicite ainsi que sa convergence

uniforme (dans la quasi-neutralité) vers une solution exacte du système asymptotique. Nous travaillons maintenant à l'analyse du caractère asymptotique de la discrétisation complète (un article est en préparation sur ce sujet) ainsi qu'à l'analyse de notre schéma.

De plus, dans le cadre d'un problème de corrosion d'acier lors de stockage de déchets radioactifs, nous étudions ce même système mais comportant deux petits paramètres. Le premier paramètre est la longueur de Debye, lié à la limite quasi-neutre, le deuxième est la faible masse des électrons. Nous avons construit un schéma asymptotiquement préservant dans cette double limite. Des résultats numériques réalisés en une dimension d'espace nous ont donnés des résultats très prometteurs. Ces problèmes de schémas asymptotiquement préservant dans plusieurs limites sont un challenge important pour beaucoup d'applications physiques. C'est le cas notamment pour les applications liées à ITER dans lesquelles plusieurs régimes asymptotiques sont rencontrés dans les différentes régions du tokamak.