

Exo :

- (1) Dessiner une courbe $\kappa(t) > 0, \forall t$.
- (2) Dessiner une courbe $\kappa(t) < 0, \forall t$.
- (3) Calculer la courbure d'une ellipse :

$$f(t) = (a \cos(t), b \sin(t)), a, b > 0.$$

$\kappa'(t)$ s'annule combien de fois?

Exo : Soit $f(s) = (x(s), y(s)), s \in [0, L]$ une courbe plane régulière. Utiliser les formules de Frenet pour trouver une primitive de

$$s \mapsto y'(s)\kappa(s).$$

Exo : Soit $f(s) = (x(s), y(s))$ une courbe plane régulière fermée (simple) convexe $s \in [0, L]$.

- (1) Montrer que, si $f(s)$ n'est pas un cercle, alors $\kappa'(s)$ s'annule au moins 2-fois.
- (2) Soit $s_m, s_M \in [0, L]$ les valeurs de s telles que κ atteint son maximum en s_M et son minimum en s_m . On suppose que $s_m < s_M$ et quitte à composer f avec une isométrie de \mathbb{R}^2 que $y(s_m) = y(s_M) = 0$.

Sous ses hypothèses, montrer que si κ' ne s'annule que trois fois alors

$$y(s)\kappa'(s) \geq 0, \forall s \in [0, L].$$

- (3) Déterminer la valeur de l'intégrale

$$\int_0^L y(s)\kappa'(s) ds$$

- (4) Qu'est-ce qu'on peut en déduire sur κ' d'une courbe plane régulière convexe?